

jarosław

janowski

zmysł liczby

i

porządek sztuki



**zmysł liczby
i
porządek sztuki**

jarosław janowski

**zmysł liczby
i
porządek sztuki**

Uniwersytet Papieski Jana Pawła II w Krakowie
Wydawnictwo Naukowe
Kraków 2024

Recenzje wydawnicze
dr hab. Katarzyna Chrudzimska-Uhera, Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego
dr hab. Maciej Teodor Kociuba
prof. Aleksander Olszewski, Uniwersytet Radomski

Korekta
Renata Komurka

Projekt okładki
Marta Jaszczuk


Na okładce
Wassily Kandinsky, *Dowolna krzywa do punktu – towarzyszący dźwięk krzywych geometrycznych*, 1925 (Metropolitan Museum of Art, Nowy Jork)

Publikacja finansowana z subwencji
dla Uniwersytetu Papieskiego Jana Pawła II w Krakowie

Ten utwór jest dostępny na licencji Creative Commons
Uznanie autorstwa 4.0 Międzynarodowe (CC BY 4.0)

Copyright © 2024 by Jarosław Janowski

ISBN 978-83-8370-034-2 (druk)
ISBN 978-83-8370-035-9 (online)

 <https://doi.org/10.15633/9788383700359>

Uniwersytet Papieski Jana Pawła II w Krakowie
Wydawnictwo Naukowe
30-348 Kraków, ul. Bobrzyńskiego 10

wydawnictwo@upjp2.edu.pl
<https://ksiegarnia.upjp2.edu.pl>

Wstęp

Czym jest to wszystko, co nas otacza? Niepoliczone byty materialne, niewidzialne energie, to wszystko, co żyje, i to, w czym my żyjemy. Czy to gigantyczna suma przypadków, niewyobrażalny chaos, czy może jakiś nadludzki porządek zmierzający ku niepojętemu dla człowieka celowi? Ta wielka niewiadoma zawładnęła umysłem *homo sapiens*.

Człowiek, w odróżnieniu od zwierząt, nie tylko przystosowuje się do świata, ale i formuje go dla siebie. Używa do tego narzędzi; najpierw umysłowych: postrzegania, wyobrażania, rozumowania i wnioskowania, by następnie stworzyć narzędzia techniczne i komunikacyjne. Właśnie narzędzia komunikacyjne przypieczętowały jego gatunkowy status jako *homo sapiens* i otworzyły drogę do dzielenia się zdobytą wiedzą z plemienną wspólnotą. Tym nieznanym wcześniej kluczem do komunikacji jest symbol, czyli znak zastępujący nieobecną rzecz, osobę czy jakiś stan przeszły. W ten sposób narzędzia umysłowe wykształciły kulturę, a ta stawia człowieka wobec największych pytań. Odpowiedzią jest poszukiwanie jakichś porządków, które umożliwią działania celowe. Mają one postać wierzeń, mitów, potem pierwszych eksperymentów odkrywających proste zasady, z których po wiekach wyłoni się nauka.

Percepcja ofiarowała nam podstawowe narzędzia myślenia. Nie jest ona biernym procesem. To umysł zadaje pytania zewnętrznemu światu i z danych zmysłowych buduje jego zbiorczą interpretację.

Zmysły porządkują chaos doznań, wychwytyją rytmy, regularności i porządki. Spróbujmy więc spojrzeć na dzieje ludzkości jako historię ładu. Prześledźmy dwa, niejako skrajne tory tej historii: tor sztuki i tor liczby.

Sztuka, tworząc zmysłowe modele, ujmuje nimi ludzki świat jako strukturę symboliczną. Artyści zawsze dokonywali odkryć własności ludzkiego systemu kognitywnego, tworząc narzędzia i konwencje komunikacji jako kombinacje znaków, symboli oraz przedstawień ikonicznych.

Również własności świata liczb odkrywamy, posługując się porządkującą zmysłowością. Ponieważ matematyka – jako część kultury – osadzona jest w interakcjach społecznych, to w jej obszarze komunikujemy się przy użyciu znaków symbolicznych. Są one narzędziem wykształconym przez protosztukę do przekazu abstrakcyjnych treści. To właśnie symboliczne znaki umożliwiają kulturową transmisję matematyki. A to łączy matematykę z percepcją. Tymczasem świat liczb, zwłaszcza w tradycji zachodniej, ma być oderwany od wszystkiego, co widzialne, i oglądany samą myślą.

Badacz poznania matematycznego, autor dzieła pod znamienym tytułem *The Number Sense*¹ Stanislas Dehaene, poszukuje wrodzonych zdolności „protomatematycznych” w zmysłowości. Opisuje on jedynie bardziej złożone mechanizmy percepcji liczebności, przenoszące spostrzeżenia na poziom abstrakcji. Dehaene wydziela je z całości doświadczenia zmysłowego. Pomija podstawowe własności percepcji niedotyczące bezpośrednio widzenia ilości czy liczb, na których zbudowane są zdolności matematyczne człowieka. Z kolei autorzy *Where Mathematics Comes From*², George Lakoff, Rafael Núñez, zwracają

1 S. Dehaene, *The Number Sense. How the Mind Creates Mathematics*, New York–Oxford 1997.

2 G. Lakoff, R. Núñez, *Where Mathematics Comes From. How the Embodied Mind Brings Mathematics Into Being*, New York 2000.

uwagę na uwarunkowany biologicznie mechanizm metaforyzacji. Ma on moc przenoszenia zwłaszcza doświadczenia przestrzenności ciała na poziom pojęć abstrakcyjnych. Jest to część większej koncepcji, mówiącej o metaforyczności języka. Z pewnym uproszczeniem można zauważyć, że to właśnie język jest narzędziem i zarazem dowodem myślenia abstrakcyjnego, w którym matematyka zachowuje tytuł królowej abstrakcji. Wymienieni autorzy, rozpoznając biologiczną bazę poznania matematycznego, nie zakładają, że już same zmysły na poziomie organizacji spostrzeżeń są w stanie „myśleć” – dokonywać uogólnień, porządkować, upraszczać. Wszelka twórczość, także w dziedzinie matematyki, nie może się obyć bez wyobraźni odwołującej się do pamięci zmysłowych doznań. To one właśnie podpowiadają postrzeżeniowe asocjacje procesom tworzenia matematycznych pojęć.

Kulturowe aspekty poznania, w tym i poznania matematycznego, są przedmiotem badań prymatologa i psychologa rozwojowego Michaela Tomasella. W dziele *Kulturowe źródła ludzkiego poznania*³ zwraca on uwagę, że to nie język umożliwia tworzenie analogii, metafor czy kategorii. Posługują się nimi już niemowlęta, a także część zwierząt naczelnych. Tym, co umożliwia wytworzenie takich obszarów wiedzy i działania, jak sztuka i matematyka, jest wielowiekowa akumulacja potężnego zbioru sposobów kategoryzowania różnych obiektów i relacji. Ale najważniejsze jest to, że te złożone systemy kategoryzacji znalazły swą reprezentację w rozbudowanej komunikacji symbolicznej. Umożliwia ona przechowanie, transmisję i przekształcanie kultury jako środowiska bytowania, jako swoistego habitatu rodzaju ludzkiego.

3 M. Tomasello, *Kulturowe źródła ludzkiego poznania*, przeł. J. Rączaszek, Warszawa 2002.

Dwaj polscy badacze, Bartosz Brożek i Mateusz Hohol, w książce *Umysł matematyczny*⁴ przedstawiają biologiczną bazę rozumienia liczby oraz podobnie jak Tomasello osadzają matematykę w interakcjach społecznych. Jednym z ich celów jest wykazanie, że rozważania nad kulturowym wymiarem poznania matematycznego i jego neurologiczne i psychologiczne uwarunkowania nie są w stanie wyjaśnić ontologicznej natury bytów matematycznych. Mówiąc inaczej, to, że matematyka jest częścią kultury i wykorzystuje neurobiologiczne własności ludzkich władz poznawczych, nie przeczy platonizmowi matematycznemu – teorii postulującej niezmienną, realność, a zarazem pozaświatowość bytów matematycznych istniejących niezależnie od naszych umysłów.

Rolę zmysłów w myśleniu pojęciowym przedstawił Rudolf Arnheim w książce *Myślenie wzrokowe*⁵, gdzie opisał również wizualne podłoże poznania matematycznego. Według niego procesy poznawcze nie są obróbką biernie zarejestrowanych bodźców. Takie samo założenie przyjął Ernst Gombrich w dziele *Zmysł porządku*⁶. Bazuje on na ustaleniach psychologii postaci i wyraźnie podkreśla niemożliwość istnienia „niewinnego oka”. To, co i jak widzimy, wynika nie tyle z biologicznych uwarunkowań, ile z wcześniejszych doświadczeń osobniczych i kulturowych. Procesem pozwalającym przełamać ewolucyjne ograniczenia, kształtujące ludzkie możliwości poznawcze jest kulturowe uczenie się. Pozwoliło ono ludzkości uporać się z przetwarzaniem lawinowo rosnącej liczby informacji. To kolektywnie budowane twory kultury odmieniają człowieka, oferując mu for-
my...myślenia, ale i postrzegania. Sztuki wizualne mają szczególną, a zarazem niedocenianą moc kształtowania naszych nawyków

4 B. Brożek, M. Hohol, *Umysł matematyczny. Dlaczego matematykę potrafi uprawiać tylko jeden gatunek – Homo sapiens?*, Kraków 2017.

5 R. Arnheim, *Myślenie wzrokowe*, przeł. M. Chojnacki, Gdańsk 2011.

6 E. H. Gombrich, *Zmysł porządku. O psychologii sztuki dekoracyjnej*, przeł. D. Folga-Januszewska, Kraków 2009.

poznawczych w wymiarze kulturowym. Jest to jeden z powodów, dla których zająłem się opisem wzajemnego oddziaływania sztuki i matematyki, jako sposobów zrozumienia nas samych i otaczającego świata. Zarówno Gombrich, jak i Arnheim swe wnioski dotyczące natury poznania wizualnego formułują jako badacze sztuki, a równocześnie znawcy psychologii percepcji. Ani Gombrich, ani Arnheim nie opisują związków matematyki i sztuki, przedstawiają jedynie mechanizmy percepcyjne, ważne dla rozpoznawania liczebności i myślenia abstrakcyjnego.

Zadaniem tej książki jest ukazanie matematyki i sztuki jako dwóch zależnych od siebie obszarów poznania. Oba kształtują środowisko człowieka – świat znaczeń i sposób ich przekazu w obrębie kultury symbolicznej. Matematykę i sztukę pozwoliły wytworzyć nam te same zdolności poznawcze, które można określić jako „zmysł porządku”. Oprócz umiejętności wychwytywania regularności są to także zdolności do metaforyzacji, kojarzenia, wnioskowania. Sądzę, że istnieje związek między tymi zdolnościami a stanami zmysłowej przyjemności. Czasem można utożsamiać ją z tym, co estetycy nazywają „pięknem”. Ale również przyjemność zrozumienia może być rodzajem satysfakcji, a nawet rozkoszy, gdy np. udowodnimy jakieś twierdzenie. Była to jedna z przyczyn przekonania, że własności liczb warunkują osiągnięcie „piękna”. Takie poglądy w naszym kręgu kulturowym przez ponad dwa tysiące lat wpływały na teorie estetyczne i praktyki artystyczne. Chciałem uniknąć jednak rozważań o charakterze estetycznym. Nie przedstawiam też katalogu pięknych proporcji i symboliki liczb. Interesuje mnie szerszy kontekst kulturowy tłumaczący związki i wzajemne oddziaływanie na siebie dwóch dziedzin – matematyki i sztuki. Człowieka stwarzającego porządki w świecie kultury chcę uchwycić w uniwersalnym wymiarze i nie ograniczać się do zachodniego kręgu kulturowego, choć wiem, że nie jestem w stanie wyzwolić się od patrzenia na sztukę i matematykę jako Europejczyk. Tym, co łączy całą ludzkość, są mechanizmy

percepcji i poznawczego kodowania. Pozwalają one budować pojęciowe porządki opisujące złożoność świata i tworzyć nowe obiekty, niezależnie czy jest to katedra w Chartres, *Czarny kwadrat na białym tle* Malewicza czy teoria mnogości Georga Cantora. Wektory, po których poruszają się matematyka i sztuka, wydają się skierowane przeciwnie. Sztuka buduje zmysłowe modele pozwalające dotknąć jakiejś głębszej prawdy, a matematyka zdaje się uciekać w niezmienny świat abstrakcji. Obie opisywane dziedziny mają pojęciowy charakter. W przypadku świata liczb stwierdzenie to wydaje się oczywiste, lecz również to, co naprawdę istotne i artystyczne w sztuce, ma charakter konceptualny – zostało to ukazane w XX wieku poprzez osiągnięcia drugiej awangardy. Ta prawda nie jest powszechnie przyjmowana i rozumiana, bo przysłania ją to, co artysta konceptualny Joseph Kosuth nazywa „pozornymi funkcjami” sztuki⁷. Jednym z moich zamiarów jest ukazanie sztuki jako dziedziny badającej elementarne pojęcia właśnie dzięki temu, że posługuje się językiem spostrzeżeń.

W pierwszym rozdziale rozważam źródła wykształcenia się platonizmu matematycznego i jego kulturowych konsekwencji. Różne wersje platonizmu matematycznego traktuję łącznie jako składnik kultury europejskiej. Miał on silny wpływ na to, jak rozumieli sztukę filozofowie i jakie fałszywe zadania stawiali przed artystami. Platonizm matematyczny wynikał po części z religijnych, orfickich założeń pitagorejskiej filozofii. Początki kultury zachodniej to filozofia wyrosła z wielu prób racjonalnego wyjaśniania świata, co wcześniej było domeną religii. Matematyka stała się ważnym spoiwem, które pomagało wiązać w całość religię i sztukę z refleksją o przyrodzie. Niedocenianą rolę odegrało tu pismo alfabetyczne jako nowe medium. Wpłynęło ono na uteoretycznienie religii, wykształcenie filozofii oraz

7 Zob. J. Kosuth, *Sztuka po filozofii*, przeł. U. Niklas, w: *Zmierzch estetyki – rzekomy czy autentyczny?*, t. 2, wybrał i wstępem opatrzył S. Morawski, Warszawa 1987, s. 239–258.

zachodniej matematyki opartej na logicznych dowodach. W tym procesie istotną rolę odegrała także sztuka, której przypisano – dość arbitralnie – bardzo konkretne zadania. Wcześniej, w dawnych społecznościach, zwłaszcza tych nieznających jakiegokolwiek pisma, sztuka była tym, co nadawało formę uchwytną dla oka i pozwalało symbolizować świat w kontekście ludzkiego doświadczenia i rozumienia obowiązujących w nim reguł. Grecy stworzyli pierwszą teorię sztuki, zamykając ją w sztywnym katalogu kanonów.

W kolejnym rozdziale przedstawiam nowożytny przełom w filozofii prowadzący do powstania kognitywizmu. Platonizm matematyczny jako wytwór kultury ma swoje podłoże w działaniu systemów kojarzeniowych człowieka, inspirował więc przez wieki ezoterykę, rozmaite wierzenia i przesady, nadając liczbom pozaświatowy rodowód. Dlatego przywołuję tutaj poglądy antropologa kulturowego i kognitywisty Pascala Boyera o wyłanianiu się ery religijności jako kolektywnej formy uporządkowanej pamięci⁸.

Trzeci rozdział poświęcony jest wyjaśnieniu podstaw rozpoznawania liczebności i porządków na podstawie osiągnięć psychologii percepcji, szczególnie zaś tego, co Arnheim nazywa „myśleniem wzrokowym”. Związane jest ono z organizacją spostrzeżeń, lecz także z odczuwaniem rytmów i cykli, co dało człowiekowi możliwość posługiwania się pojęciem czasu i liczebnikami porządkowymi.

W czwartym rozdziale przedstawiam ludzkie potrzeby stojące u początków sztuki. Według mnie kultura, a więc i sztuka, jedynie dzięki oparciu na ewolucyjnie osiągniętych zdolnościach pozwoliły człowiekowi przekroczyć biologiczną ewolucję, otwierając drogę do budowania unikalnego środowiska *homo sapiens*, jakim jest świat znaków symbolicznych. W dalszej części rozdziału ukazuję w kolejności chronologicznej wybrane wielkie epoki, w których

8 Zob. P. Boyer, *I człowiek stworzył bogów... Jak powstała religia?*, przeł. K. Szeżyńska-Mačkowiak, Warszawa 2006.

realizowane doktryny artystyczne odwoływały się do matematyki. Zaczynam jednak od prehistorii, która nie potrzebowała żadnej teorii sztuki, a dała matematyce koncept intencjonalnego znaku. Wtedy też posłużenie się liczbami mogło być jedną z pierwszych, całkowicie abstrakcyjnych procedur umysłowych, jaką człowiek – istota poznająca – potrafił użyć *a priori*. Był to dla *homo sapiens* pomyślnie zdany egzamin dojrzałości. Ten krótki przegląd zmykam epoką renesansu, kiedy to artyści zapoczątkowali nową gałąź matematyki – geometrię rzutową.

Ostatni, piąty rozdział, pokazuje skuteczność artystów wizualnych w ukazywaniu i przywoływaniu abstrakcyjnych pojęć związanych z policzalnością, skalą i relatywnością rozmaitych wielkości. Sztuka próbuje dotknąć tajemnic przestrzeni i czasu. Bywa, że używa do tego liczb, lecz nie po to, by tworzyć matematyczne dowody twierdzeń. Liczby użyte w sztuce skrywają tajemnice losu. Mówią raczej o tym, czego nie wiemy i o co zwykle nie potrafimy nawet zapytać. Jedynie przeczuwamy rozmiar naszych ostatecznych tajemnic. Liczba w sztuce zawsze coś zasłania, próbując zaszyfrować najgłębsze, zarazem elementarne pytania egzystencjalne. Sztuka i matematyka tworzą abstrakty porządku – tak świata, jak i spostrzegających go umysłów. Obydwie te dziedziny angażują nas w nieustającą interakcję z tym, czego nie pojmujemy i o co wciąż pytamy.

1

Wiara w liczby. Matematyka objawiona

Od zarania ludzkości nasi przodkowie próbowali rozpoznać jakieś uniwersalne prawa rządzące światem i uchwycić w nim jakiś porządek. Po pewnym czasie ten ład zaczęto opisywać przy pomocy liczb i figur, co wywołało rozwój refleksji nad matematyką. Otworzyło to drogę do metafizycznych pytań. Czy matematyką posłużył się Stwórca tego świata, skoro odkrywamy ją w niemal wszystkim? Może to się wydawać niedorzeczne: matematyka – wiedza ścisła – jako jakieś wierzenia, mistycyzm i duchowość? Wiara w niezmienny i wieczny świat – a może być też nim świat matematyki – rodzi wzniosłe i przyjemne odczucia o religijnym charakterze. Matematyka wywodzi się z odczuwania wzajemnych relacji i regularności traktowanych jako rodzaj ładu, uporządkowania. Dostrzeżenie w przestrzeni i czasie prawidłowości umożliwiło człowiekowi i jego ewolucyjnym przodkom sukces reprodukcyjny. Umiejętność wychwytywania tego, co stałe, pewne albo przewidywane, tego, co ma dopiero nastąpić, było ważne dla zdobycia pożywienia, schronienia się, przetrwania, a w rezultacie przekazania dalej swoich genów i kultury. Matematyka jako instytucja kulturowa jest konceptualizacją powstałą z tych zdolności. Mimo że jest ona narzędziem do opisu rzeczywistości,

uzyskała pozorną niezależność od wszystkiego, co przyziemne i doczesne. Figury geometryczne, kształty, formuły matematyczne i liczby zostały wplecione w wierzenia i magię. W kulturze europejskiej to, co racjonalne, a więc również matematyczne, razem z przekonaniem o charakterze religijnym, utworzyło szczególnie silny spłot. Wynikał on z przeświadczenia, że prawda o wiecznym świecie dostępna jest umysłowi, a nie zmysłom, albo że przynajmniej to, co poznajemy przez rozum, jest bardziej pewne. Matematyka wydaje się tego rodzaju wiedzą, do której możemy mieć dostęp jedynie przez samo myślenie.

W kulturze Zachodu filozofia powstała jako racjonalny sposób wyjaśniania prawd wcześniej przynależących do sfery religii, a nawet była nią w istotny sposób inspirowana. Po przyjęciu chrześcijaństwa filozofia stała się narzędziem łączącym w sposób systematyczny prawdy wiary i namysł nad tym, co przyrodzone. Dzięki temu istnienie Boga i różnych istot duchowych mogło być logicznie dowodzone. Ustalono nawet miejsce ich przebywania w sferycznym modelu świata Arystotelesa, wywiedzionym z obserwacji i racjonalnych dociekań. Ten specyficzny system, będący złożeniem racjonalności z wierzeniami i wiedzą empiryczną, umożliwił traktowanie idei matematycznych jako spoiwa przenikającego i łączącego religię, sztukę i naukę.

Na tym ideowym tle – w programach czy też przepisach na sztukę – pojawiła się Wielka Teoria. Koncepcja ta sięga korzeniami do pitagorejskiego pojęcia harmonii jako doskonałej struktury i proporcji liczbowych. Pitagorejczycy uważali, że piękno – określane przez nich jako harmonia – można precyzyjnie opisać i mierzyć poprzez stosunki liczb, będące tworzywem całego *kosmosu*. Podstawą tych twierdzeń były odkrycia pitagorejczyków w dziedzinie harmoniki, ale zastosowano je później do wszelkich sztuk: plastyki, architektury, rzeźby i do opisu ciała ludzkiego. Pogląd ten został zmodyfikowany i utrwalony poprzez metafizykę Platona. Wielka Teoria jako idea piękna stanowiła syntezę łączącą opis przyrody jako Bożego dzieła

i praw, które powinien respektować człowiek, kształtując swoje wytwory. Stąd wziął się pogląd, że należy koncentrować się na liczbowych proporcjach, aby osiągnąć doskonałość dzieła uobecnioną w pięknie. Miało ono wynikać z matematycznej doskonałości przynależnej platońskiemu światu idei leżących ponad zmysłową warstwą dzieła. Wielka Teoria ma ważne znaczenie w europejskiej sztuce. Należy jednak zaznaczyć, że istniała ona jedynie w zachodniej myśli i w krótkim okresie wobec całych dziejów ludzkiego przedsięwzięcia, jakim jest sztuka. XVIII wiek jest zaczątkiem modernizmu. Idea piękna stała się mniej pozaświatowa, a bardziej zmysłowa, ustępując, w obszarze sztuki miejsca idei postępu i wtedy to nastąpił ostateczny kres Wielkiej Teorii¹.

Związek matematyki i religii wynikał ze swoistej teologiczno-racjonalnej wizji świata. Dlatego na początku próbuję dociec źródeł związku mistycyzmu i racjonalności z istotną rolą, jaką pełniła w nim matematyka. To złożenie serca i rozumu albo racjonalności, wiary i zmysłowego zachwyty nad światem wydaje się być tym, co wręcz ukształtowało zachodnią filozofię, religię i sztukę.

A. Religia naturalna i teoretyczna

Ludzie Zachodu rozumieją religię przede wszystkim jako spójną doktrynę, mającą aspekt refleksyjny i intelektualny, odpowiadającą w systematyczny sposób na szereg pytań, na przykład: jak powstał świat, czym jest śmierć, co jest po niej. Religie w pewnych kontekstach rozwoju kultury kładły nacisk na tworzenie instytucji kształtującej spójny system teorii, wyjaśniającej całość rzeczywistości człowieka. Takie podejście do religii zaistniało właśnie w świecie Zachodu, dlatego w chrześcijańskiej Europie łączono z systemem wierzeń również

1 Por. W. Tatarkiewicz, *Dzieje sześciu pojęć*, Warszawa 2006, s. 141nn.

wiedzę o astronomii, fizyce, pochodzeniu gatunków, symbolicznym znaczeniu liczb i figur geometrycznych itd. Rozwinięte religie dysponują ponadto odpowiednio wykształconymi funkcjonariuszami świadczącymi swoją posługę. Stoją oni na straży czystości doktryny, unifikują sprawowane kultury i strzegą przed odstępstwami od prawowitej wiary. Proces, który uformował wielkie kulturowe instytucje religijne w zachodnim świecie, trwał kilka wieków: od rozpoczęcia przez Jończyków refleksji filozoficznej nad przyrodą do ostatecznego ugruntowania się chrześcijaństwa jako spójnej doktryny we wczesnym średniowieczu. W okresie tym oddziaływało wiele czynników, sprzyjających teoretycznym wyjaśnieniom wierzeń i praktyk religijnych. Doprowadziło to do powstania religii rozumianej jako doktryna². Proces przekształcania wiedzy potocznej czy ludowej, obejmującej również wizję świata nadprzyrodzonego, spowodował mieszaninę teoretycznych i logicznych wyjaśnień zarówno świata fizycznego, jak i cech zjawisk nadprzyrodzonych, zaś rozpad tej syntezy zapoczątkował nowożytne rozumienie sztuki, nauki i religii, a nawet wręcz konflikt tych dwóch ostatnich dziedzin.

Jak zatem przebiegał ów proces prowadzący do „religii teoretycznej”, integrującej w jeden system wierzenia opis przyrody, a nawet koncepcje piękna i sztuki? Aby go przedstawić, należy uświadomić sobie, czym są czy były religie ludowe. Wierzenia innych kultur oceniamy zwykle poprzez pryzmat naszych przekonań o tym, czym jest religia. Rozumiemy ją jako sformalizowaną instytucję, kompletnie i koherentnie wyjaśniającą rzeczywistość nadprzyrodzoną i przyrodzoną. Religia musi mieć również nastawienie teologiczne i kontemplacyjne. Prowadzi to często nas – przedstawicieli Zachodu – do wielu błędnych przekonań na temat religii ludowych. Kiedy w czasie antropologicznych badań terenowych informatorzy są pytani o „teologiczne” szczegóły ich religijnych praktyk, badacze często

2 Por. P. Boyer, *I człowiek stworzył bogów...*, s. 141.

dowiadują się niespójnych i dziwnych rzeczy. Przypuszczalnie są one wymyślone *ad hoc* pod wpływem zadawanych pytań i szczególnej sytuacji. Częstoż też dociekania uczonych traktowane są przez miejscowych informatorów jako dziwaczne. Ludzie praktykujący religię nie muszą wiedzieć przecież takich rzeczy, jak historia bóstw, czy znać powodów ich zainteresowania ludzkim światem. Praktyki religijne mają być jedynie skuteczne, kto by dociekał takich szczegółów? My tymczasem myślimy, że za magicznymi rytuałami stoją i jakieś stabilne, i logiczne systemy wierzeń.

Jakie są zatem religie ludowe? Religie ludowe miały i mają przede wszystkim wymiar praktyczny. Codzienne życie nie wymaga od ludzi spójnej wizji, rozumianej jako syntetyczny opis rzeczywistości. Postępujemy zgodnie z tym, co dociera do naszych umysłów, nie pytając o szczegółowe uzasadnienie. Wiedza potoczna przekazana nam przez innych ludzi jest adekwatna do tego, co i jak należy robić. Oczywiście, jesteśmy gotowi na pewną korektę naszych zachowań, jednak robienie tego, „co wszystkim wiadome”, jest zwykle wystarczające w naszych codziennych zmaganiach. Podobnie działali ludzie przez wiele wieków, odprawiając różne rytuały na zasadzie: co należy zrobić, aby na przykład uniknąć złego uroku i w jego konsekwencji nie zachorować, albo co uczynić, gdy urodziło się dziecko i trzeba zapewnić mu pomyślność, a jak ktoś zmarł, to jak sprawić dla niego lepsze życie w zaświatach. O ile oczywiście istnieją zaświaty i jakaś kontynuacja życia, ale w każdym razie należy coś zrobić z ciałem i z wydarzeniem, jakim jest śmierć³. Charakter takich praktyk religijnych przedstawia Daniel Dennett:

Ludzie, którzy praktykują religię ludową, w ogóle nie myślą o sobie jako wyznawcach jakichś religii. Ich religijne praktyki stanowią nieodłączną część praktycznego życia, na równi z polowaniem i poszukiwaniem

3 Por. P. Boyer, *I człowiek stworzył bogów...*, s. 138nn.

rzeczy jadalnych czy też uprawianiem ziemi i zbieraniem plonów. Osobnym świadectwem ich autentycznej wiary w bóstwa, którym składają ofiary, jest fakt, iż rzadko mówią o tym, jak bardzo w nie wierzą – nie częściej niż ty i ja oznajmiamy komukolwiek, że wierzymy w zarazki i atomy. Gdy nikt w naszym otoczeniu nie wyraża wątpliwości, nie ma potrzeby mówić o wierze⁴.

W okresie od około 100 tysięcy lat temu do około 50 tysięcy lat temu pojawiła się wielka liczba artefaktów, które nie miały – tak jak wcześniejsze – praktycznego zastosowania. Na podstawie tych znalezisk można mówić wręcz o „eksplozji symbolicznej” w kulturze. To czas, kiedy narodziła się religia razem z czymś, co dzisiaj nazywamy sztuką. Wtedy to ludzie wprowadzili bardziej wyrafinowane formy pochówku, a na ścianach jaskiń pojawiły się malowidła. Zaskakuje wielka różnorodność form i wyobrażeń odzwierciedlonych w ludzkich wytworach. Populacje różnicują się, stają się odrębne, co widać w sposobie kształtowania towarzyszących im obiektów. Jest to czas kształtowania się kultur, które zaczęły konkurować ze sobą, wchłaniać się nawzajem i przenikać. Boyer zauważa, że „ludzkość posiadała religię” w okresie, gdy ludzki mózg uzupełnił swój ewolucyjny, biologiczny rozwój poprzez wykształcenie umiejętności do tworzenia kultury. Zdolności poznawcze człowieka i suma informacji, jakie w swych społecznościach przekształcał, wzrosły lawinowo. Było to możliwe dzięki zdolności elastycznego posługiwania się symbolami. Rozwój umiejętności uczenia się kulturowego nie byłby możliwy bez intuicyjnego traktowania innych osób jako „podobnych do mnie” w sposobie myślenia i dążeń. Tylko między takimi istotami, o takich właściwościach umysłów, mogło zaistnieć kulturowe uczenie się, które oderwało rozwój człowieka od filogenetycznych ograniczeń,

4 D. C. Dennett, *Odczarowanie. Religia jako zjawisko naturalne*, przeł. B. Stanosz, Warszawa 2008, s. 199.

a myślenie symboliczne umożliwiło rozwój religii i sztuki⁵. Obie te dziedziny przenikały się ze sobą i były częścią codzienności, pomagając człowiekowi w radzeniu sobie z trudami bytowania.

Tworzenie specyficznych przekonań o religijnym charakterze, opartych na systemach kojarzeniowych i myśleniu symbolicznym, jest naturalną skłonnością człowieka. Religie ludowe wszędzie mają podobne cechy, bo służą do rozwiązywania problemów ludzi żyjących w niewielkich grupach. Jednak charakteryzują się wielką różnorodnością. Jakaś mała wspólnota może mieć swoje sposoby kontaktu z duchami, gdy trzeba coś z nimi załatwić. Z kolei w sąsiedniej wiosce może żyć specjalista posługujący się innymi metodami, rozwiązujący problemy dotyczące dnia codziennego w magiczny sposób, i należy się do niego udać, gdy lokalne „duchowe” umiejętności zawiodły. Sposoby – jakie stosują ci szamani, magowie, mędrcy, znachorzy, czarodzieje – zależą od ich indywidualnych zdolności. Radzą oni sobie z takimi duchami, jakie akurat zawładnęły danym terytorium, albo wyspecjalizowali się w określonym rodzaju ludzkich problemów. Stosują swoje własne, odpowiednio wypracowane techniki. Religijni specjaliści mogą być przywódcami społeczności, żyć w jej centrum, ale i gdzieś na marginesie, w odosobnieniu, cieszyć się szacunkiem albo napawać lękiem, zależnie od indywidualnej charyzmy, zdolności i przyjętej strategii. Tymczasem na przykład katolicy księża odebrali takie samo wykształcenie, wykonują swe usługi w ten sam sposób, przy użyciu tych samych rytuałów i spisanych formuł. Dodatkowo ubierają się w takie same stroje, stanowiące rodzaj umundurowania odwołującego się do wielkiej wiekowej tradycji. Podobnie jest w przypadku różnych: rabinów, mnichów, braminów, imamów czy innych kapłanów wyspecjalizowanych instytucji religijnych⁶.

5 Zob. P. Boyer, *I człowiek stworzył bogów...*, s. 324.

6 Por. P. Boyer, *I człowiek stworzył bogów...*, s. 270–273.

Jak zatem dokonała się metamorfoza religii plemiennych czy ludowych w organizacje religijne? Dennett akcentował czynnik ekonomiczny związany z osiadłym trybem życia, rolnictwem i liczebnym rozwojem wspólnot współdziałających ze sobą ekonomicznie ludzi. Pozwoliło to na gromadzenie zapasów żywności, pewne nadwyżki czasu, różnorodną specjalizację członków społeczności również w zajęciach niezwiązanych z produkowaniem żywności. Na polu gospodarczym pojawiła się kooperacja niespokrewnionych ze sobą członków coraz to większych społeczności. Nowe interakcje stwarzały możliwość tworzenia koalicji podobnie myślących i specjalizujących się ludzi. Nastąpił podział rodzaju pracy. Tworzyły się wówczas gildie i korporacje dbające o swój zawodowy interes, standaryzujące i ustalające ceny na swe usługi. W ten sposób mógł powstać wyspecjalizowany „cech” kapłanów, który unifikował religijne przekonania, a przy tym czerpał ekonomiczne i polityczne korzyści ze swojej uprzywilejowanej pozycji⁷.

Boyer zwrócił uwagę, że w budowaniu rozległych organizmów administracyjnych wielką rolę odegrało pismo. Jego wynalezienie – w myśl tej koncepcji – zrodziła potrzeba zarządzania państwem. Według Boyera pismo okazało się bardzo skuteczne w kontrolowaniu i zaprowadzaniu władzy na wielkich obszarach. Olbrzymie struktury państwowe unifikowały wierzenia religijne przy użyciu kasty kapłanów. Funkcjonariusze religijni dbali o swoje umocowanie polityczne, jednocześnie wspierając i uzależniając od siebie władców. Kapłani wykorzystywali możliwości, jakie dał im wynalazek pisma. Jako elity tworzyli teksty religijne, nakazy moralne, formuły modlitewne, opisy rytuałów. Boyer widzi rolę pisma jedynie jako czynnika wiążącego religię z polityką i ekonomią⁸. Był to dość powierzchowny skutek jego pojawienia się. Pismo wynaleziono w trzech miejscach na świecie:

7 Zob. D. C. Dennett, *Odczarowanie...*, s. 207nn.

8 Zob. P. Boyer, *I człowiek stworzył bogów...*, s. 275–276.

w Chinach, Ameryce prekolumbijskiej i na Bliskim Wschodzie, i wszędzie tam jego funkcjonowanie należy wiązać z olbrzymimi strukturami administracyjnymi i wielkimi religiami. Jednak pismo alfabetyczne wyłamuje się z tej reguły. Wynalazku dokonał mały naród Fenicjan, a ostatecznie udoskonalili go Grecy, dodając samogłoski. Pismo alfabetyczne nie zostało stworzone przez wielką strukturę państwową, choć służyło do kontaktów handlowych na rozległym obszarze Morza Śródziemnego. Boyer ignoruje fakt, że stworzony tam alfabet fonetyczny nie towarzyszył ani nie służył na samym początku swojego funkcjonowania żadnej wielkiej religii. Jednak jego wynalezienie doprowadziło do głębokich przemian w pojmowaniu świata i wręcz przebudowało strukturę ludzkich doznań. W odróżnieniu od zapisów ideograficznych pismo alfabetyczne zdolne jest utrwalić i przekazać dowolną liczbę informacji, może wyrazić nawet każde nowe słowo, a nie tylko istniejącą już rzecz czy ideę. Alfabet odpowiada na wymagania elastyczności ustnej tradycji polegającej na tworzeniu słów, dlatego możemy ulec złudzeniu, że zastępuje on naszą mowę i bezpośrednio odzwierciedla myśli. Na tym przykładzie widać, jak charakter nowej technologii, a zwłaszcza technologii informacyjnej, wpływa na formowanie kultur. Zwykle w opisie świata ludzkich relacji i wytworów skupiamy się na relacjonowaniu, tworzeniu sprawozdania, historii, opisywaniu przemian, podczas gdy umykają nam ich wzory czy formy. Stanowią one bodźce i możliwości do działania⁹. Takim ogólnym wzorem rządzącym formowaniem kultur jest zasada, że gdy pojawia się nowe medium, powoduje ono zachwianie równowagi między zmysłami. Jako piśmienni jesteśmy tak odmienieni, że trudno wyobrazić nam sobie świat doznań, emocji, ludzkich relacji i sposób rozumienia zjawisk

9 Por. M. McLuhan, *Galaktyka Gutenberga*, w: M. McLuhan, *Wybór tekstów*, red. E. McLuhan, F. Zingrone, tłum. E. Różalska, J.M. Stokłosa, Poznań 2001, s. 137nn.

przyrody w kulturze bez pisma. Dostrzeganie związków pojawienia się alfabetu fonetycznego jedynie z przemianami w obszarze ekonomii i organizacji społecznej – jak twierdzi Boyer – ignoruje owo odmienienie. Podobnie uważa Dennett, wyjaśniając powstanie religii teoretycznych, a więc również chrześcijaństwa, pojawieniem się specjalizacji i podziału pracy. Tłumaczy on wyłonienie się grup specjalistów religijnych jedynie wzrostem możliwości wytwórczych społeczeństw, to jednak wydaje się zbyt wielkim uproszczeniem.

B. Rola alfabetu w przejściu od plemienności do cywilizacji Zachodu

Zarówno Boyer, jak i Dennett poddali się zjawisku, które utrudnia zrozumienie istoty przemian związanych z nową technologią. Herbert Marshall McLuhan nazwał takie zaślepienie przez nowe technologie na skutki ich działania „nemezis kreatywności”¹⁰. Dostrzega on wprawdzie związek pisma z formowaniem się wielkich struktur społecznych, pisząc: „Techniki wizualne, oparte na papirusie bądź papierze sprzyjają fragmentacji oraz specjalizacji armii i imperiów”¹¹, ale w jego refleksji pismo nie jest tylko narzędziem służącym władcom i przywódcom wielkich religii, jest czynnikiem, który modyfikuje rozumienie świata przez człowieka, zmusza do specjalizacji percepcji i sposobów działania, co ostatecznie może prowadzić do narodzin imperiów i religii państwowych. Jednak ważniejsze w myśli McLuhana jest wyjaśnienie, w jaki sposób pismo alfabetyczne odmieniło człowieka i tym samym było w stanie rozbić plemienne struktury.

10 Por. W.J. Ong, *Oralność i piśmiennosc. Słowo poddane technologii*, przeł. J. Japola, Lublin 1992, s. 117–122.

11 Zob. M. McLuhan, *Media i zmiany kulturowe*, w: M. McLuhan, *Wybór tekstów*, s. 132.

Tylko alfabet fonetyczny przerywa łączność między okiem a uchem, pomiędzy semantycznym znaczeniem a kodem wzrokowym, w ten sposób pismo fonetyczne posiada moc przenoszenia człowieka ze sfery plemiennej do cywilizacji, czyli daje mu oko za ucho¹².

Dominujące medium modyfikuje każdego z nas i nasze formy doświadczeń, postaw umysłowych i ekspresji. Według McLuhana człowiek cywilizowany to przede wszystkim człowiek piśmienny, skoncentrowany na tym, co widzialne. To pismo alfabetyczne posiada moc cywilizowania ludzkości¹³. W teorii McLuhana można dostrzec dwa etapy przemian, spowodowane skutkami przyjęcia alfabetu, które wręcz wytworzyły kulturę Zachodu wraz z jej filozofią, przyrodoznawstwem, religią wyjaśnianą poprzez rozumową refleksję, i matematyką o strukturze dedukcyjnej.

1. Pierwszy etap przemian spowodowanych pojawieniem się pisma to odurzenie nowym medium. Człowiek porzuca plemienność i trafia do nowej dla niego rzeczywistości – cywilizacji. Etap ten trwał do czasu, aż większa część społeczności przyswoiła sobie nowy sposób wyrażania, ale i wręcz budowania myśli. Trudno określić jego konkretny koniec, bowiem cywilizacja piśmienna rozlewała się przez wiele wieków na nowe terytoria i zamieszkujące je ludy, które były wyrwane z plemienności do wspólnoty myśli, jaką jest „alfabetyczna” kultura Zachodu. Jakimś ukoronowaniem, a zarazem kresem tego etapu było ukształtowanie się klasycznej filozofii greckiej, która ujmowała myśl poprzez pismo w linearną argumentację.

2. Drugi etap to czas specjalizacji, podziału pracy, stworzenie systemu spisanego prawa, które określa ramy ludzkiego postępowania w oderwaniu od namiętności. Można przyjąć, że ten etap objawił się w całej okazałości w czasach Imperium Rzymskiego.

12 M. McLuhan, *Galaktyka Gutenberga*, s. 172.

13 Zob. M. McLuhan, *Galaktyka Gutenberga*, s. 202.

Jego kulminacją jest pojawienie się druku oraz nowożytnej nauki, ale i kryzys Wielkiej Teorii, a kresem – czas współczesnej rewolucji medialno-informatycznej.

W *Galaktyce Gutenberga* McLuhan rozpatrzył wpływ nowych elektronicznych sposobów komunikowania na współczesnym przedstawicieli kultury Zachodu. Istotą jego rozważań są skutki działania nowych mediów elektronicznych, które – przedłużając nasz układ nerwowy – po raz kolejny w dziejach ludzkości zmieniają zmysłowość człowieka. W tym celu musiał ustalić początki – jak to nazywa – „gutenbergowskiej konfiguracji wydarzeń”, a więc roli, jaką odegrały trzy wynalazki w tworzeniu się świata informacji, w którym żyjemy: pismo, następnie pismo alfabetyczne, a potem druk. Opuściliśmy już dawno kulturę skryby i rzeczywistość alfabetu powoli staje się nam obca. Za sprawą telewizji, Internetu przeżywamy dziś podobną rewolucję, jakiej świadkami byli Grecy w czasach ich największej kreatywności, ale również doświadczenia zamieszania i rozterek duchowych. Moment ten był związany z przejściem od świata mówionego do pisma, które powoli wprowadzało ludzkość w „galaktykę Gutenberga”. Aby zrozumieć współczesny stan ducha, McLuhan wnikliwie przedstawia moment, w jakim znalazł się Zachód, gdy „nieszczęsny człowiek” utracił swą plemienność, za co otrzymał „cywilizację”. Konkretyzuje tym samym to, jak rozumie istotę cywilizacji – polega ona na tym, że wartości wizualne stały się nadrzędne w organizacji myślenia i działania, co umożliwiło specjalizację, organizację i podział pracy, fizykę klasyczną, mechanizację itd.¹⁴. Jego refleksja dotyczy charakteru cywilizacji i jej genezy. McLuhan rozumiał ten proces jako przejście od mowy, a więc wielozmysłowego sposobu odbioru relacji panujących w świecie, do wypełnienia pola uwagi człowieka przez doświadczenia wizualne. Uważam, że spowodowane tym faktem odmienienie człowieka tłumaczy, jak

14 Zob. M. McLuhan, *Galaktyka Gutenberga*, s. 172.

doszło do ukształtowania zachodniej matematyki i wielkiej religii teologiczno-teoretycznej, jaką jest chrześcijaństwo¹⁵. Również sztuka po piśmiennym przełomie powoli stawała się samodzielną dziedziną opartą na kanonach. Zaczęto formułować zadania sztuki i teoretyczne wyjaśnienia jej istoty. Pierwotnie sztuka była częścią potocznego życia, podobnie jak religie ludowe, z którymi była związana. W starożytnej Grecji pojawiła się potrzeba teoretycznej wykładni jej zasad i celów. Mimo to do czasów renesansu sztuka była traktowana jako kolejna techniczna zręczność czy rzemiosło, zanim stała się zupełnie odrębnym obszarem ludzkiej działalności, obok nauki i religii.

Zmiana, jaką jest techniczne rozszerzanie zmysłów, przynależy do pierwszego etapu. Może ona pochodzić jakby z wnętrza danej kultury, a może być też zapożyczona. Tak działo się w Grecji pomiędzy VI a III wiekiem przed naszą erą w przypadku pisma i różnych jego kulturowych konsekwencji. Był to czas najbardziej płodny w dziejach starożytnej myśli Zachodu. Rozbudzona pewnym niepokojem grecka inteligencja była gotowa na przyjęcie i pomnożenie wiedzy zgromadzonej przez inne tradycje. Stało się to możliwe, ponieważ chłonni wiedzy Grecy nie mieli własnej, utrwalonej za pomocą klisz, jakie w późniejszym okresie wytworzyło pismo. Nie posiadało ono tej mocy na samym początku swego funkcjonowania w greckim świecie. Wiedza mogła być natychmiast przyswojona i bez skrępowania rozwinięta. Możliwość utrwalania myśli za pomocą pisma zaowocowała po kilku wiekach specyficzną dyktaturą poglądów. Powtarzanie zapisanych myśli tworzy modele i schematy, które utrwalają przekonania o np. porządku społecznym i świecie przyrody. Za sprawą nawyków, jakie wytworzyło pismo, odczuwanie rzeczywistości zaczęło polegać na linearnym porządkowaniu przestrzeni i czasu. Litery alfabetu reprezentują poszczególne dźwięki, tym samym umożliwiają przełożenie, a w istocie przeformowanie i utrwalenie każdej, również

15 Por. W.J. Ong, *Oralność i piśmienność...*, s. 68.

niepiśmiennej kultury. Proces ten jest jednostronny, tym samym pismo alfabetyczne staje się wręcz narzędziem podboju. Zwiększa sumę wiedzy, którą dysponuje człowiek, poprzez nadanie nowej formy przyswajającym treściom. Pismo pochłania więc i niszczy inne kultury, wtłaczając je w piśmienny model porządkowania świata¹⁶.

Swoistym ekosystemem człowieka jest informacja. Ta kulturowa ekologia ma pewną bazę, która na poziomie fizjologicznym nie zmieniała się istotnie w dziejach ludzkości, a są nią ludzkie możliwości percepcyjne. Każda techniczna innowacja, która rozszerza jakiś zmysł, wpływa na pozostałe, odmieniając człowieka, zmieniając postrzeganie – może je stępić, rozszerzyć albo nadać mu nowe społeczne zastosowania¹⁷. Następuje tym samym zmiana środowiska człowieka, jego ekosystemu, a dostosowywanie się do niego można traktować jako przejaw ewolucji kulturowej. Jednak ściśle stosowanie tej analogii, wziętej z filogenezy gatunku, może być mylące i należy je traktować jako metaforę. Daleki jestem od przywoływania ewolucjonizmu w tłumaczeniu przemian w kształtowaniu się świata ludzkiej kultury, choć myślę, że sama zdolność do jej tworzenia ma podłoże w filogenezie *homo sapiens* i jest cechą naszego gatunku. McLuhan formułuje myśl, że treść przekazu zależy od medium albo nawet samo medium jest treścią, a jeśli zaczyna ono dominować w jakiejś kulturze, ma moc odmieniania człowieka. Śledząc dzieje związków matematyki i sztuki, nie można pominąć wyjaśnienia rozpadu tzw. Wielkiej Teorii – czyli końca wszechogarniającej syntezy, który nastąpił w XVII wieku u szczytu „gutenbergowskiej rewolucji”. Dlatego uważam, że interpretacja dziejów kultury Zachodu poprzez wpływ alfabetu dokonana przez McLuhana może wiele wnieść w obszarze podjętych przeze mnie rozważań. Dotyczą one przyczyn i procesów związanych ze splataniem się trzech dziedzin: opisu przyrody,

16 Por. M. McLuhan, *Galaktyka Gutenberga*, s. 203.

17 Por. M. McLuhan, *Galaktyka Gutenberga*, s. 184, 191.

duchowości i sztuki. Jego teoria tłumaczy w pewnym stopniu, jak doszło do stworzenia systemu uzurpującego sobie monopol opisu wszelkich obszarów ludzkiego poznania, którym była doktryna chrześcijańska rozumiana jako religia teoretyczna. Powstawała ona po kilku wiekach od wynalezienia alfabetu jako wielki zachodni system religijny. Szczególnie interesująca jest dla mnie interpretacja myśli McLuhana dotycząca okresu od pojawienia się pisma alfabetycznego do czasów rozpadu Wielkiej Teorii, bo fakt ten poprzedziło wynalezienie druku.

Dla tych rozważań ważna jest rola medium, jakim jest alfabet w kształtowaniu form myślenia i doświadczeń umożliwiających pojawienie się w greckim świecie matematyki jako wiedzy z jednej strony racjonalnej, którą możemy traktować jako klasyfikację i rozpoznawanie wzorów, z drugiej zaś rozwijanej z religijnym, mistycznym nastawieniem. Ta specyficzna mieszanka matematyki i teologii wpłynęła na nastawienie większości filozofów, zarówno greckich, jak i chrześcijańskich. Matematykę rozumieli oni jako część wiecznego świata, który ukazuje się umysłowi, a nie zmysłom. Intelktualna tradycja europejska przez wiele wieków traktowała badanie tego, co logiczne i niezmiennie, jako rodzaju mistycyzmu splatającego religię i rozum. Dlatego zarówno dla matematyki, jak i opisywanego przez nią świata przyrody starano się uzyskać religijne, a zarazem racjonalne wyjaśnienie. Właśnie ten melanz rozumu i duchowości, tego, co światowe i pozaświatowe, logicznie wywiedzione i objawione, wytworzył i ugruntował „wiarę” w platonizm matematyczny oraz zobligował teologów chrześcijańskich do uteoretycznienia ich religii – zaczęła ona mieć ambicje spójnego wyjaśniania obszarów wiedzy przynależnych dzisiaj do nauk empirycznych modelowanych matematycznie.

Człowiekowi wyrwanemu z plemienności przestała wystarczać sama umiejętność funkcjonowania w codzienności. Dlatego zaczęła opisywać ogólnymi prawami swoją rzeczywistość, również i tę związaną z wierzeniami. Jak wcześniej pisałem, religia dotychczas

służyła dobremu funkcjonowaniu w zwykłych „ziemskich” sytuacjach. W tym celu odwoływano się do różnych duchów, ale tylko w zakresie koniecznym do osiągnięcia powodzenia i uniknięcia np. choroby albo innego nieszczęścia. W cywilizacji piśmiennej religia i moralność zaczęły zyskiwać ogólne teoretyczne wyjaśnienie dotyczące podejmowanych działań czy rytuałów. Człowiek zaczął odchodzić od wyłącznie praktycznego i doraźnego rozumienia swojej aktywności. Wiedza potoczna przestała być wystarczającym wyjaśnieniem, co i jak robić. Zaczęło być ważne, co należy myśleć. Wcześniej chyba nikt nie uświadamiał sobie tak postawionego problemu. „Pismo fonetyczne rozdzieliło myśl i działanie, ludzie nie mieli wyjścia i musieli w takim samym stopniu odpowiadać za swoje myśli i za czyny”¹⁸ – pisze McLuhan. Myśl staje się dzięki pismu samodzielna i musi tym samym kompleksowo wyjaśniać nie tylko ludzkie działanie, lecz także wszelkie zjawiska zarówno świata, jak i nadprzyrodzonego. Uzasadnienie znajdują wierzenia i praktyczne sposoby radzenia sobie w świecie, a zakres wyjaśniającej je teorii może być znacznie szerszy niż pragmatyczne potrzeby. To alfabet przyczynił się do przełomu jaki umożliwił Grekom wynalezienie matematyki, przyrodoznawstwa i filozofii¹⁹. Ta ostatnia, zwłaszcza w pewnych nurtach związanych z kultami orfickimi, zawierała w sobie zaczątki teologii jako systematycznego namysłu nad prawdami religijnymi. Wpływ tego myślowego nurtu doprowadził do utworzenia „religii teoretycznej”, jaką stało się ostatecznie chrześcijaństwo, rozpościerając swoisty dyktat poglądów na wszelkie obszary ludzkiego poznania. Te przemiany nie byłyby możliwe bez wyjścia człowieka ze struktury plemiennej. To odmienienie świadomości ludzkiej i społecznych

18 M. McLuhan, *Galaktyka Gutenberga*, s. 165.

19 Por. B. Russell, *Dzieje filozofii Zachodu i jej związki z rzeczywistością polityczno-społeczną od czasów najdawniejszych do dnia dzisiejszego*, przeł. T. Baszniak, A. Lipszyc, M. Szubiałka, Warszawa 2000, s. 23.

powiązań McLuhan tłumaczy przeobrażeniem zmysłów dokonany za sprawą pisma alfabetycznego:

Otrzymał alfabet fonetyczny, który odrywał znaczenie od dźwięku i przekładał dźwięk na wizualny kod, ludzie musieli zacząć radzić sobie z doświadczeniem, które ich odmieniło. Żaden piktograficzny, ideogramiczny ani hieroglificzny rodzaj pisma nie posiada takiej zdolności rozbijania systemu plemiennego, jak alfabet fonetyczny. Żaden inny typ pisma, oprócz fonetycznego, nigdy nie wydobyl człowieka z zaborczego świata całkowitej współzależności i wzajemnych powiązań, tworzących sieć słuchową²⁰.

Człowiek plemienny żył w magicznym świecie rozbrzmiewających nazw. Żył w jednoczesności, sieci emocji i wielozmysłowych wrażeń dziejących się jakby jednocześnie. Pismo czyni myśl nieśmiertelną, oddziela ją od namiętności, wydziela ją ze świata wielozmysłowego i wszechobejmującej świadomości. Jako piśmienni, ważne informacje odczytujemy jedynie oczami i jesteśmy skoncentrowani na wzroku. Słowa pisane są częścią wizualnego świata, poprzez utrwalenie stają się statyczne w przeciwieństwie do mówionych i słyszanych. Stąd wynika cecha naszej kultury, o której tak pisał McLuhan:

mieszkaniec świata zachodniego w dużej mierze polega na wizualnym kształcie stosunków czasoprzestrzennych, który jest warunkiem mechanicznego rozumienia związków przyczynowych, niezbędnych do porządkowania naszego życia²¹.

20 M. McLuhan, *Galaktyka Gutenberga*, s. 165.

21 M. McLuhan, *Galaktyka Gutenberga*, s. 161–162.

To, co zapisane, przestaje być osobiste, traci emocjonalne zabarwienia i akcenty stają się obojętne²². Dlatego też cywilizacja, kładąc nacisk na racjonalność poprzez myśl, którą można teraz utrwalić pismem, porządkuje również takie obszary ludzkiej aktywności, jak np. religia i sztuka, które są związane bardziej z emocjami niż z systematycznym, precyzyjnym działaniem. Zaszła więc potrzeba tworzenia ścisłych, niezmiennych czy może statycznych zasad, rządzących wszelkimi ludzkimi aktywnościami.

Zamiana ucha na oko powoduje, że przestaje istnieć „ogród” rozumiany jako harmonijne współdziałanie wszystkich zmysłów²³. Pismo spowodowało rodzaj hipnotycznej głuchoty nie tylko na to, co jest mówione i dociera do ludzkiego słuchu, ale również na to, co dociera do naszej świadomości z pozostałych zmysłów i emocji. Tak McLuhan przedstawił rolę alfabetu w skierowaniu uwagi człowieka na to, co wizualne:

Wydobywanie się jednostki z plemienności polegało, przynajmniej w przeszłości, na intensyfikowaniu życia wizualnego, czemu sprzyjała piśmienność, i to tylko ta oparta na alfabecie. [...] Pismo alfabetyczne jest bowiem wizualnym zamknięciem niewizualnej przestrzeni zmysłów. Jest więc wyodrębnieniem tego, co wizualne, z normalnej współpracy zmysłów. I podczas gdy mowa jest uzewnętrznieniem (wyrażeniem) wszystkich zmysłów naraz, to pismo wydobywa się i odrywa od niej²⁴.

I dalej McLuhan pisał:

Alfabet fonetyczny zredukował posługiwanie się wszystkimi zmysłami naraz – a tym właśnie jest mowa – tylko do kodu wzrokowego²⁵.

22 Por. W.J. Ong, *Oralność i piśmienność...*, s. 73.

23 Por. M. McLuhan, *Galaktyka Gutenberga*, s. 159.

24 M. McLuhan, *Galaktyka Gutenberga*, s. 194–195.

25 M. McLuhan, *Galaktyka Gutenberga*, s. 197.

Skutki działania nowego medium odczuły najbardziej te generacje, które żyły w czasach jego pojawienia się. Dla nas pismo jest częścią zastanego świata. Tymczasem Grecy nie tylko byli odurzeni hipnotycznym działaniem nowego środka przekazu, ale i wewnętrznie rozdarci. Zjawisko to McLuhan określa mianem „schizofrenii”. Myślę, że do pewnego stopnia jesteśmy w stanie zrozumieć to, czego doświadczyli Grecy, bowiem podobny rodzaj duchowej rozterki jest i naszym udziałem. Nasz zastany świat rozbijają różne środki bezpośredniej transmisji i interaktywnej komunikacji. Przeobrażają naszą wolę i umysł, zmieniając sposób porozumiewania się nie tylko z innymi ludźmi, ale i z urządzeniami albo wręcz z rzeczami. Jednak nie odczuwamy tej „schizofrenii” chyba aż tak silnie jak Grecy. Dla nas nowe elektroniczne media są rozszerzeniem cywilizacji. Dla Greków doświadczenie utrwalenia i przekazania mowy, a tym samym myśli przy pomocy wizualnego kodu było przeniesieniem ich ze świata plemiennego do cywilizacji i abstrakcji. Tak to rozdarcie „człowieka dopiero co ucywilizowanego” pomiędzy namiętnościami i racjonalnością opisuje Bertrand Russell:

Jak wszystkie społeczności, które uległy szybkiemu ucywilizowaniu, Grecy, a przynajmniej niektórzy z nich, mieli upodobanie do tego, co pierwotne, i tęsknili do sposobu życia w większym stopniu opartego na instynktach i emocjach niż sposób narzucany przez obowiązującą moralność. Dla człowieka, który za sprawą przymusu stał się bardziej cywilizowany w zachowaniu niż odczuciach, racjonalność jest męcząca, a cnota odczuwana jest jako brzemię i jarzmo. Wywołuje to określone reakcje w sferze myśli, uczuć i zachowań²⁶.

26 B. Russell, *Dzieje filozofii Zachodu...*, s. 34.

Dalej Russel pisze:

W sferze myśli trzeźwa cywilizacja jest mniej więcej równoznaczna z nauką. Jednakże czysta nauka nie zadowala; ludzie potrzebują również namiętności sztuki i religii. Nauka może wyznaczyć granice wiedzy, nie powinna jednak wyznaczać granic wyobraźni²⁷.

Stan greckiej cywilizacji, opisany powyżej przez brytyjskiego filozofa, był pierwszym etapem, w którym ludziom doświadczającym wdrażania nowego technicznego sposobu przekazywania informacji, jakim jest pismo, ukazał się zaskakujący świat wywołany odmienioną „współgrą wszystkich zmysłów ze sobą”. Spowodowało to zamęt, zagubienie wywołane „schizofrenią”, o której pisał McLuhan. Musiał upłynąć pewien czas, w którym wszyscy członkowie społeczności przyswoili sobie nowy model percepcji i kojarzenia wywołany odmienieniem zmysłów²⁸. Ten pierwszy etap był najbardziej twórczy i wtedy powstały najistotniejsze narzędzia myślenia i działania zachodniej cywilizacji, które miały istotny wpływ na rozwój matematyki. Wykorzystując refleksję McLuhana nad kulturą alfabetu, spróbuję przedstawić najważniejsze skutki piśmiennej rewolucji medialnej, mogące wzmocnić kulturowe zastosowania matematyki, dotyczące także sztuki i religii.

Uwrażliwienie na wzrok. Wynalezienie alfabetu zredukowało jednoczesne doznawanie wielu wymiarów zmysłowych przestrzeni do jednego – wizualnego. Izolacja zmysłu widzenia, wywołana przez pismo alfabetyczne, to rodzaj ślepoty nie tylko na inne zmysły, ale i relacje zachodzące pomiędzy nimi jednocześnie. Jest to skutek działania wspomnianego wcześniej „odmienionego wzorca współgry wszystkich zmysłów ze sobą”. Pismo sprawiło, że odczuwamy czas linearnie.

27 B. Russell, *Dzieje filozofii Zachodu...*, s. 35.

28 Zob. M. McLuhan, *Galaktyka Gutenberga*, s. 166.

Alfabet przyczynił się też do pojawienia się przestrzeni euklidesowej, która powstała w wyniku oddzielenia tego, co wizualne, od dotyku, dźwięku i innych doznań²⁹. Tym samym alfabet fonetyczny ukształtował zarówno euklidesowy, jak i kartezjański sposób spostrzegania. Przyjęcie jednorodnej, ciągłej przestrzeni zbiegło się w czasie z odkryciem chronologicznej narracji. Przestrzeń dla Zachodu stała się rodzajem pojemnika. Współczesna nauka posługuje się jednak przestrzenią jako systemem relacji czasoprzestrzennych, gdzie odległość dzieli zdarzenia. To zdarzenia są treścią świata, a niektóre z nich należą do grup stających się przedmiotami materialnymi. W takim świecie nie mogą obowiązywać wszystkie postulaty i aksjomaty Euklidesa. Tymczasem jeszcze Immanuel Kant twierdził, że wszelkie przedmioty świata zmysłowego muszą się zgadzać z twierdzeniami geometrii euklidesowej³⁰. Według niego tylko w taki sposób przedmioty, postrzegane jedynie jako zjawiska zmysłowe, mogą rzeczywiście istnieć. Kant podsumowuje tym samym silne przekonanie ludzi Zachodu, umożliwiające wcześniejsze stworzenie fizyki newtonowskiej w przestrzeni kartezjańskiej, na której to oparła się u swego zarania nowożytna nauka. Przełamanie schematu myślowego, jakim jest jednorodność i ciągłość przestrzeni, nastąpiło wraz z odkryciami fizyki współczesnej i znalazło wyraz w geometriach nieeuklidesowych. Tak o tej przemianie w kontekście dzisiejszej rewolucji medialnej pisze McLuhan: „Współczesna fizyka nie tylko porzuca specjalistyczną wizualną przestrzeń Newtona i Kartezjusza, lecz powtórnie wchodzi w subtelną słuchową przestrzeń niepiśmiennego świata”³¹. Jednak nawet obecnie trójwymiarowa percepcja wzrokowa traktowana jest jako coś uniwersalnego dla wszystkich ludzi. Wynika to zapewne z tego,

29 Por. M. McLuhan, *Galaktyka Gutenberga*, s. 187.

30 Zob. I. Kant, *Prolegomena do wszelkiej przyszłej metafizyki, która będzie mogła wystąpić jako nauka*, tłum. B. Borenstein, Warszawa 1960, s. 55.

31 M. McLuhan, *Galaktyka Gutenberga*, s. 177.

że mimo nowych technologii komunikowania nie wyzwoliliśmy się z nawyków piśmienności, a więc i siły, która kreuje swoisty dyktat przestrzeni euklidesowej. Wpływał on przez wiele wieków na myślenie o wszechświecie i Bogu jako stwórcy tego geometrycznego ładu, który oczywiście też miał być euklidesowy.

Człowiek plemienny, a więc niepiśmienny, tworząc „prymitywne” przedstawienia, polegał na słuchowo-dotykowo-wzrokowej percepcji, dlatego jego obrazy ukazują ogląd obiektów, ich uproszczoną budowę, a nie przestrzeń, w której się te obiekty ukazują. Obraz człowieka plemiennego jedynie przywoływał wizualne znaki na powierzchni, np. skalnej ściany. Gdy Grecy zauważyli możliwość tworzenia przestrzennej iluzji, rozpoczęli nową erę w historii obrazowania, co zaowocowało perspektywą renesansową, fotografią, filmem itd. Piśmienna rewolucja spowodowała, że przestrzeń nowych przedstawień zdawała się być trójwymiarowa, a obraz jakby otwierał w głąb powierzchnię ściany, płótna czy deski podobrazia tak, że widz doznawał uczucia wręcz uczestnictwa w przedstawianej scenie. Budowa takich obrazów wymaga oddzielenia tego, co wizualne, od innych zmysłów, ale i sięgnięcia po geometryczne przekształcenia wypracowane przez matematykę. Wszelkie przekształcenia przestrzeni Euklidesa sprowadzają się do przystawania i podobieństwa, są one fundamentalne dla greckiej geometrii. O ile podobieństwo znalazło swój wyraz w twierdzeniu Talesa, o tyle przystawanie jest wręcz aksjomatem do tego stopnia oczywistym, że niewymienionym przez Euklidesa. Tak o nim pisze McLuhan: „Przystawanie było nowym ekscytującym wymiarem wizualnym, nieznanym kulturom słuchowo-dotykowym”³². Przystawanie i podobieństwo znalazło zastosowanie w greckich sylwetowych wizerunkach, które powstawały jako przekształcenie geometryczne (jest nim rzut równoległy). Wymiar wizualny, jakim są własności figur podobnych (w euklidesowym

32 M. McLuhan, *Galaktyka Gutenberga*, s. 190.

sensie), zastosowany w sztukach przedstawiających, miał służyć iluzji znajdującej swój wyraz w odkrytym przez Greków *mimesis*. Szczytowe osiągnięcie stosowania modeli geometrycznych w sztuce to XV-wieczna teoria i praktyka perspektywy oraz dalsze aplikacje w barokowym malarstwie iluzjonistycznym. Perspektywa rozumiana jako poprawny sposób przedstawiania przestrzennych obiektów ma wynikać z tego, jak na nie „tak naprawdę” patrzymy. Nie ma jednak ona wiele wspólnego z tym, w jaki sposób rzeczy „zjawiają” się poprzez zmysły w naszej świadomości. Malarz perspektywista, a więc i widz, patrzy na wszystkie składniki przedstawianej sceny jednocześnie z jednego punktu widzenia. Tak nie działa nasz układ percepcyjny. Ale renesansowe obrazy jako nowe medium odmieniły nasz sposób odbioru świata tak, że traktujemy je jako wierne odwzorowanie wyglądu obiektów przestrzennych. McLuhan zwraca uwagę na fakt, że dokonania perspektywistów byłyby niemożliwe bez znajomości pisma. To ono pozwoliło nauczyć się tak skupiać uwagę, żeby objąć obraz w całości jednym spojrzeniem. Niepiśmienni ludzie nie posiadają takiej zdolności³³. Teoria i praktyka perspektywy zakłada też istnienie przestrzeni euklidesowej. To w niej malarz dokonuje przekształceń geometrycznych, których owocem jest rzut na płaszczyznę obrazu. Przestrzeń Euklidesa była oczywiście wcześniejszym konceptem, warunkującym pojawienie się iluzji w sztukach wizualnych. Euklidesowy sposób rozumienia przestrzeni nie mógłby się jednak pojawić przed wynalezieniem pisma fonetycznego.

Sztuka powróciła do bardziej „prymitywnych” form przedstawiania wraz z porzuceniem przez współczesną naukę specjalnej wizualnej przestrzeni Kartezjusza i Newtona. „Od czasów Cézanne’a” pojawia się strategia malarska ukazywania obiektów tak, jakbyśmy je widzieli dookoła albo trzymali w ręku. Malarze w pewnym stopniu porzucili geometrycznie zdefiniowaną przestrzeń na rzecz wielozmysłowej

33 Zob. M. McLuhan, *Galaktyka Gutenberga*, s. 186.

przestrzeni relacji i organizacji doznań³⁴. Jest to jedna z konsekwencji rewolucji komunikacyjnej, będącej przedmiotem rozważań McLuhana. To doświadczenie równoczesności i wielozmysłowości pozwala – przynajmniej niektórym przedstawicielom współczesności – traktować przestrzeń jako system relacji czasoprzestrzennych. Efekt tego odmienienia widzimy zarówno w sztukach wizualnych, jak i we współczesnych teoriach opisujących rzeczywistość fizyczną.

Początek i rozwój pełnoprawnej matematyki, który nastąpił wraz z wynalezieniem alfabetu, dotyczył nie tylko geometrii, ale również działań na liczbach i udoskonalania ich notacji. Wydawać by się mogło, że te obszary matematyki nie mają tak silnego związku z wizualnością jak geometria. Uważam jednak, że rudymtarne formy liczenia i intuicja liczby – uniwersalne dla naszego gatunku i niektórych naczelnych – opierają się na percepcji wzrokowej, i to koncentracja na tym właśnie zmyśle pozwoliła wykształcić matematykę jako system wiedzy. Kwestię tę rozwinę w kolejnych rozdziałach.

Redukcja redundancji. Pismo uświadomiło człowiekowi istnienie redundancji rozumianej jako nadmiarowość informacji. Poprzez redukcję mowy do liter alfabetu pismo nauczyło ludzkość usuwania nieprzydatnej redundancji³⁵. Mowa jest posługiwaniem się wszystkimi zmysłami naraz. Pismo, kodując tę mowę w wizualnych znakach, musi dokonać redukcji i pozostawić to, co dla przekazu istotne. Złożony przekaz fonetyczny udało się zakodować w stosunkowo niewielkiej liczbie znaków. Dzisiaj wszystkie języki europejskie zapisywane są przy użyciu dwudziestu kilku liter, uzupełnionych czasem o znaki diakrytyczne³⁶. Gdy uczymy się dowolnego języka, zanim opanujemy jego system fonetyczny albo wręcz poznamy brzmienie

34 Zob. M. McLuhan, *Galaktyka Gutenberga*, s. 193–194.

35 Por. M. McLuhan, *Galaktyka Gutenberga*, s. 199; W.J. Ong, *Oralność i piśmienność...*, s. 65–67.

36 M. McLuhan, *Galaktyka Gutenberga*, s. 200.

konkretnych słów, bardzo trudno jest nam je prawidłowo głośno odczytywać. Pewną pomocą, zwykle nieskuteczną, jest zapis fonetyczny, dysponujący znacznie pokażniejszą liczbą znaków odpowiadających poszczególnym dźwiękom. Trudnością jest także to, że w sposobach zapisu niektórych języków, np. hebrajskiego, nie są uwzględniane samogłoski³⁷. Starsze systemy notacji stanowiły domenę skrybów czy kapłanów, a stosowane przez nie ideogramy są złożonymi całościami, których nie można sprowadzić do poszczególnych elementów ani uprościć³⁸. Powszechność stosowania symboli jakimi są litery, które redukują rzeczywistość do tego, co istotne, przyczyniła się do rozwoju zachodniej matematyki. Obiekty matematyczne są zredukowane do pewnych *istot*. Wszelkie zapisy matematyczne, dowody twierdzeń, manipulacje symbolami dążą do uproszczenia, skrócenia do maksymalnie skondensowanej postaci. Redukcja redundancji dzięki pismu alfabetycznemu i rozwijającej się matematyce stała się umiejętnością dość intuicyjną, jako nieuświadomiona forma myślenia człowieka Zachodu. Kto z nas w czasie szkolnej edukacji, rozwiązując zadanie, myślał o jakiejś redundancji, skracając wyprowadzane równanie? Albo czy uświadamialiśmy sobie, że dociekając rozwiązania zadania z treścią, dokonujemy redukcji do *istot*? Sądzę, że uzyskana przez świat zachodni dzięki alfabelowi „intuicja niepotrzebnego nadmiaru” miała wpływ na sformułowanie przez Sokratesa pojęcia *istoty*. Jego rozważania dotyczące cech konstytutywnych i przypadkowych dotyczyły pojęć z zakresu etyki³⁹. Pojęcie *istot* zaważyło jednak również na innych obszarach myśli zachodniego świata. Najbardziej wyrazisty przykład posługiwania się *istotami* to sposób, w jaki myślano przez wiele wieków o matematyce i jej obiektach. Do dziś inspiruje on poglądy platoników matematycznych. Podstawą tego

37 Por. M. McLuhan, *Galaktyka Gutenberga*, s. 198.

38 Por. M. McLuhan, *Galaktyka Gutenberga*, s. 183, 189.

39 Por. M. Heller, *Filozofia przyrody. Zarys historyczny*, Kraków 2005, s. 29.

nastawienia jest sformułowany przez Platona esencjonalizm, który najłatwiej odnieść właśnie do obiektów matematycznych. Myśląc o kuli, okręgu, liczbie, równości, wiemy, że idealne kule, okręgi, ale i równości oraz liczby w rzeczywistości nie istnieją, są idealizacjami wytworzonymi przez umysł. W platońskiej wersji esencjonalizmu wszelkie obiekty dostrzegane zmysłami – nie tylko te matematyczne – są iluzoryczne i pochodne w stosunku do *istot* albo inaczej idei, czyli do tego, co „istnieje naprawdę”. Esencjonalizm jako stanowisko filozoficzne zwykle prowadzi w metafizyce do religijnego nastawienia i pewnej pozaświatowości. Matematyka jest boska, dotyczy bowiem niezmiennego świata idei, a więc rzeczy wiecznych, istniejących od zawsze⁴⁰. To przekonanie powiązało ostatecznie obiekty matematyczne z wierzeniami religijnymi i sztuką mającą ambicje czynić dzieła o nieprzemijającej wartości. Wydaje mi się, że rola wywołanej przez pismo alfabetyczne „intuicji niepotrzebnego nadmiaru”, jest niedoceniana w refleksji nad ukonstytuowaniem się esencjonalizmu, choć oczywiście był to tylko jeden z wielu czynników.

Biblioteka w centrum świata. Taki model kultury z centralną bazą intelektualnych wytworów człowieka dotyczy drugiego etapu piśmiennej rewolucji. W centrum cywilizacji śródziemnomorskiej staje symbolicznie Biblioteka Aleksandryjska – jako suma wiedzy ludzkości. Odpowiada to rzymskiemu modelowi centrum z marginesami, gdzie usystematyzowana myśl jest tym, co w istocie oddziałuje na peryferia. Polityczne podporządkowanie czy militarne zwycięstwo jest tylko środkiem i zarazem przejawem podboju przez kulturę sformalizowaną przy pomocy spisanych myśli. Alfabet jest pochłaniaczem kultur niepiśmiennych, pożeranych poprzez przekładanie ich na pismo, przy czym proces ten może przebiegać tylko w jednym kierunku⁴¹. Jeśli więc patrzeć na procesy kulturowe poprzez

40 Por. M. Heller, *Filozofia przyrody...*, s. 31.

41 Por. M. McLuhan, *Galaktyka Gutenberga*, s. 203.

niedoskonałą analogię do filogenezy gatunków, to pismo alfabetyczne zapewniło Zachodowi przewagę ewolucyjną i sukces reprodukcyjny. „Biblioteka” ukształtowała sposoby postępowania i wyjaśniania świata, przez co stały się one uniwersalne dla wielkiej populacji. Kultury tworzone przez przedstawicieli naszego gatunku cechuje wielka różnorodność wyobrażeń, wierzeń, wyjaśnień otaczającej rzeczywistości. Te odmienności nie są zupełnie dowolne. To, co mogła wytworzyć dana kultura, wynika z ludzkich możliwości kognitywnych, na których budowane są konwencje. Nie wszystkie wyobrażenia mogą stać się religią, bo są ograniczone ludzkimi zdolnościami kojarzeniowymi, jednak fakt tworzenia ponadnaturalnych wierzeń przez ludzkość jest uniwersalny. Podobnie różnorodne „artystyczne” wytwory człowieka – dzisiaj wszystkie nazywamy sztuką, bo posiadają pewne uniwersalne cechy, niezależne od miejsca i czasu, w których powstały. Nie zmienia to faktu, że człowiek stworzył mozaikę „wiosek” o różnorodnych tradycjach na całej Ziemi. Pismo alfabetyczne dzięki mocy wchłaniania kultur dokonało unifikacji wierzeń, sposobów myślenia, teorii i praktyki sztuki. Zamiast wielu małych wiosek powstało wielkie imperium wiedzy, z gmachem biblioteki w centrum i z katalogami systematycznie porządkującymi ludzką mądrość. Dziś jesteśmy świadkami rewolucji, kiedy sieć połączeń i równoczesności kontaktów powoduje, że struktura przepływu i porządkowania informacji staje się znów podobna do wioski, tyle że o globalnym zasięgu. Tak ten moment w historii kultury przedstawił McLuhan:

Grecy przeszli z formy ustnej do pisanej, podczas gdy my przechodzimy od pisanej do ustnej. Oni „skończyli” na „pustyni” sklasyfikowanych danych, podczas gdy my możemy „skończyć” w nowej plemiennej encyklopedii zafascynowania słuchaniem⁴².

42 M. McLuhan, *Media i zmiany kulturowe*, s. 129.

W innym miejscu McLuhan pisał:

Zamiast podążać w kierunku wielkiej biblioteki aleksandryjskiej, świat stał się komputerem, elektronicznym mózgiem, zupełnie jak w jakimś infantylnym utworze science fiction⁴³.

Powyższe cytaty ilustrują proces kształtowania się rzeczywistości, która zaistniała dzięki możliwości utrwalenia ludzkiej myśli. Powstał uporządkowany świat: wiedzy, wyobrażeń i utrwalaonych przekonań. Dokonało się to dzięki pismu alfabetycznemu w czasach starożytnej Grecji. McLuhan zwraca uwagę, że świat ten za sprawą „elektryczności” zmienia swą strukturę. Gmach biblioteki, wielokondygnacyjnej, z uporządkowanymi tematycznie regałami i katalogami, staje się siecią neuronalnych połączeń, gdzie przesyłane są różnorodne treści. Biblioteka staje się na naszych oczach rozproszoną audio-video-siecią. Niemniej jednak wspólnota wiedzy i myśli wielu miliardów ludzi – niezależnie od jej struktury – nie mogłaby zaistnieć, gdyby nie wynalezienie symboli zdolnych do kodowania myśli. Wszak informacja płynąca w sieciach teleinformatycznych też jest zakodowana w zerach i jedynekach, a sam sposób traktowania zgromadzonych w niej informacji i korzystania z nich wywodzi się wprost z idei Biblioteki Aleksandryjskiej albo klasztorowego skryptorium.

W pewnym stopniu tę metaforyczną bibliotekę jako sumę wiedzy można utożsamić ze światem 3 Karla Poppera, który tak tłumaczy, jak go rozumieć:

Aby wyjaśnić to wyrażenie, chciałbym wskazać, nie biorąc przy tym zbyt poważnie słów „świat” czy wszechświat, że można wyróżnić trzy następujące światy lub wszechświaty: pierwszy świat to świat przedmiotów lub stanów fizycznych; drugi to świat stanów psychicznych czy

43 M. McLuhan, *Galaktyka Gutenberga*, s. 180.

stanu świadomości, czy też behawioralnych dyspozycji do działania; oraz trzeci: świat obiektywnych treści myślenia, zwłaszcza myśli naukowej i poetyckiej oraz dzieł sztuki⁴⁴.

Świat 3 jest światem myśli ukształtowanym przez rodzaj ludzki, ale istnieje niezależnie od władz poznawczych, zachowań i stwierdzeń pojedynczego człowieka, że „wie” albo „myśli”. Popperowskie podejście różni się zatem od klasycznej epistemologii, która zajmuje się aktami poznawczymi i subiektywną wiedzą indywidualnego podmiotu, czyli światem 2. Świat 3 jest sumą treści, jaką dysponuje i z jakiej może zawsze skorzystać ludzkość. Nasuwa się tu wyrażenie skojarzenie z „galaktyką Gutenberga” rozumianą jak środowisko informacyjne człowieka, w którym mamy dostęp do wiedzy i możliwość jej wymiany. Popper, tłumacząc, na czym polega autonomia świata 3, nieprzypadkowo odwołuje się do biblioteki. Proponuje eksperyment myślowy polegający na wyobrażeniu sobie sytuacji, w której cała cywilizacja uległa destrukcji: maszyny, narzędzia, ale także cała nasza subiektywna wiedza, jak się nimi posługiwać. Przetrwały jednak biblioteki i umiejętność wykorzystywania wiedzy w nich zawartej. Po pewnych trudach jesteśmy w stanie odbudować nasz świat. Z kolei w podobnej katastrofie, w wyniku której również przestała istnieć cała zapisana wiedza, nasza umiejętność uczenia się – jako bezużyteczna – też przestaje funkcjonować. Świat 3 jest więc nie tylko autonomiczny, ale i realny i oddziałuje na światy 1 i 2. W drugiej wersji katastrofy być może nie doszłoby wcale do odbudowy cywilizacji, a jeżeli już, to trwałoby to dziesiątki wieków⁴⁵.

Innym argumentem za autonomicznością świata 3 jest to, że jest on wytworem człowieka jako zwierzęcia ludzkiego. Tak jak pająki

44 K. R. Popper, *Wiedza obiektywna. Ewolucyjna teoria epistemologiczna*, przeł. A. Chmielewski, Warszawa 2002, s. 138; por. s. 97.

45 Zob. K. R. Popper, *Wiedza obiektywna...*, s. 140–141.

budują sieci, ptaki gniazda, a termity kopce, tak człowiek tworzy kulturę. Skoro przedmiotem badań mogą być wytwory zwierząt, to i własności gmachu ludzkiej wiedzy, a więc świata 3, mogą być odkrywane tak jak i inne twory przyrody⁴⁶. To my tworzymy obiektywny świat wiedzy, który – gdy tylko powstał – uzyskał autonomię, uniezależniając się od subiektywnego, indywidualnego poznawania, odczuwania i zachowań, czyli świata 2. Świat 1 to z kolei rzeczywistość fizyczna. Obiektywność świata 3 należy rozumieć w taki sposób, że to, co jest jego zawartością, jest wiedzą potencjalnie możliwą do zrozumienia, „poznania” przez kogoś⁴⁷. Autonomia świata 3 polega też na tym, że gdy dodajemy do niego kolejne przedmioty: problemy, hipotezy, teorie, to nasze działanie stwarza nowe niezamierzone fakty, nieoczekiwane problemy, możliwości, obszary poznania od nas niezależne, ale możliwe do odkrywania. Tym sposobem świat 3 poszerza się o wszystkie konsekwencje nowej teorii, nawet o takie, które nigdy nie zostaną odkryte albo zrozumiane.

Każdy ruch w świecie 3 na drodze poznania podlega pewnym ścisłym regułom, które silnie odczuwają uczeni, ale i artyści. Matematycy zwykle mają poczucie odkrywania czegoś, co istnieje, ale też każdy uczony musi podporządkować się istniejącej „logice odkrycia naukowego”. Fizycy doświadczają tego, że stworzone przez nich równania przekraczają zastosowania, do których je wymyślili, teorie naukowe są źródłem kolejnych zaskakujących problemów. Tworzone – a może odkrywane przez uczonych – prawa istnieją w kontekście różnych sporów. Uczeni, opracowując jakąś teorię, poruszają się wśród powiązanych ze sobą pojęć i obowiązujących wyobrażeń. Nowe odkrycia powodują, że ta pojęciowa sieć rozciąga się wciąż dalej w nieznanne. To wszystko sprawia, że wielu uczonych, zwłaszcza matematycy i fizycy matematyczni, ma silne odczucie istnienia obiektywnego

46 Zob. K. R. Popper, *Wiedza obiektywna...*, s. 146.

47 Zob. K. R. Popper, *Wiedza obiektywna...*, s. 150–151.

i autonomicznego w platońskim sensie świata 3. W obszarze sztuki, podobnie jak w nauce, pojawiają się przełomowe dzieła, otwierające przed artystami nowe możliwości, ukazując jakiś nieistniejący dotąd fragment rzeczywistości czy pole do eksploatacji.

O ile zadaniem nauki wydaje się odkrywanie niewzruszonej konkretnej struktury przy użyciu ścisłej metodologii, o tyle „twórczość” artystyczna wydaje się swobodna i niczym nieskrępowana. Podlega ona jednak kanonom i konwencjom, musi wykorzystywać mechanizmy poznawcze człowieka, zwłaszcza percepcyjne, powinna respektować kontekst wszelkich wcześniejszych dokonań artystycznych i w ogóle ludzkich. Sztuka była przez wiele wieków traktowana jako postępowanie według zasad. Starożytni teoretycy sztuki wyrażali pogląd, że artysta czerpie ze świata idei formę swych dzieł⁴⁸. Pogląd ten przejęło średniowiecze, traktując zadanie artysty jako naśladowanie świata niewidzialnego, a w przypadku ukazywania przez niego tego, co widzialne, zobowiązując go do szukania śladów „piękna wiecznego”⁴⁹. Poczucie niczym nieskrępowanej wolności artysty pojawiło się wraz pojęciem twórczości w teorii sztuki, co nastąpiło dopiero w nowożytności. Jednak nawet dzisiaj, gdy wartość działań artystów zależy od tego „na ile zakwestionowali naturę sztuki”⁵⁰, jak pisze Kosuth, muszą oni respektować zastaną sytuację, którą to właśnie kwestionują.

Tak więc świat 3 jest w pewnym sensie światem od nas niezależnym i możliwym do poznania i odkrycia. Obiektywność świata 3 jest w jakiś sposób podobna do platońskiego świata idei, co podkreślił Popper, pisząc: „Jak wiadomo, odkrywcą trzeciego świata był Platon”⁵¹. Ten świat 3 w platońskiej wersji był boski, niezmienny

48 Por. W. Tatarkiewicz, *Historia estetyki*, t. 1: *Estetyka starożytna*, Warszawa 1985, s. 304–305.

49 Zob. Pseudo-Dionizy Areopagita, *Hierarchia niebiańska II*, w: Pseudo-Dionizy Areopagita, *Pisma teologiczne*, przeł. M. Dzielska, Kraków 2005, s. 80.

50 J. Kosuth, *Sztuka po filozofii*, s. 247.

51 K. R. Popper, *Wiedza obiektywna...*, s. 158.

i prawdziwy, a ten Poppera – jak on sam zauważa – jest dziełem ludzkim, jest zmienny i zawiera zarówno teorie prawdziwe, jak i fałszywe, różne hipotezy i otwarte problemy⁵². Myślę jednak, że świat platońskich idei wcale nie był taki niezmienny i prawdziwy, a Platon tylko uległ całkiem zrozumiałemu złudzeniu, wywołującemu poczucie niezmienności i prawdziwości świata 3. Wynikało ono ze szczególnej własności świata 3, polegającej na tym, że każdy nowy wytwór kultury, ledwie podjęty problem, dopiero co postawiona hipoteza, może ukazać zupełnie nieznaną dotychczas struktury, których możemy doświadczać w naszych myślach. Popper podaje przykład liczb naturalnych, które są według niego (i według mnie) wytworem kulturowym człowieka, rozwiniętym z uwarunkowanej biologicznie percepcyjnej umiejętności precyzyjnego rozpoznawania małej liczby obiektów. Ciąg liczb naturalnych generuje nowe niezamierzone własności i problemy. Liczb parzystych czy liczb pierwszych nikt nie wymyślił, one po prostu stały się i istnieją w wyniku opanowania umiejętności odliczania przez człowieka⁵³. W tym sensie również teoria mnogości została „odkryta” tak jak i wszystkie pomniejsze prawa i twierdzenia matematyczne, które wyłoniły się w umysłach ludzkich jako konsekwencja „zrozumienia”, czym są liczby naturalne⁵⁴. Platon zapewne powiedziałby, że liczby naturalne istniały zawsze, i też może miałby rację. Dusza ludzka poznała przecież liczbę w świecie idei, stąd wynika owa pierwotna intuicja liczby czy rozumienie małej liczby obiektów. Tutaj dotykamy problemu statusu ontologicznego bytów matematycznych, którego – jak zaznaczyłem – nie zamierzam podejmować. Dla moich rozważań istotne jest, jak poznajemy – jako ludzkość – liczby i inne obiekty matematyczne i co możemy przy

52 Zob. K. R. Popper, *Wiedza obiektywna...*, s. 159.

53 Zob. K. R. Popper, *Wiedza obiektywna...*, s. 153–154.

54 Por. R. Penrose, *Makroświat, mikroświat i ludzki umysł*, przeł. P. Amsterdamski, Warszawa 1997, s. 119nn.

ich użyciu odkryć albo zbudować, a nie to, czy istnieją wiecznie i w zaświatach.

Popper docieka źródeł i własności nauki jako wytworu kultury i narzędzia poznania. Chyba najważniejszym i najbardziej wyrafinowanym mieszkańcem świata 3 jest dla niego właśnie nauka. Drugim obywatelem tego świata jest sztuka, leżąca z kolei w moim obszarze zainteresowań. Obie te dziedziny „odkryto” w zachodnim świecie w tym sensie, że nazwano to, co miało już miejsce w ludzkich umysłach i czynach. Co jednak wyróżniało europejski świat 3, że był zdolny wytworzyć naukę? Rozwinęła się ona przecież tylko w kręgu śródziemnomorskim, co może rodzić pytanie, czy mogłyby istnieć inne wersje świata 3⁵⁵. Konkurencyjne wersje nauki jednak nie powstały. Zachód wręcz narzucił innym kulturom swój sposób naukowego poszukiwania dobrych wyjaśnień⁵⁶. Jest to jeden z przejawów pochłaniania innych kultur przez pismo, o czym pisze McLuhan. Myślę, że właśnie pismo alfabetyczne umożliwiło powstanie świata 3. Oczywiście istniały pewne zaczątki tego świata w kulturze mówionej. Wielkie kultury posługujące się pismami ideograficznymi zaczęły kształtować złożone systemy pojęciowe. Pismo ideograficzne nie odrywa się jednak od rzeczy, nie tyle je kodując, ile przedstawiając. Dlatego ma ono pewne ograniczenia w konstruowaniu myśli rozumianych jako spór, dowód czy argumentacja i ich utrwalaniu oraz komunikowaniu. Pismo alfabetyczne jest z kolei stosunkowo łatwe do nauczania, dlatego mogło stać się własnością praktycznie wszystkich ludzi, a nie tylko skrybów czy innych specjalistów, a świat 3 stał się otwarty i możliwy do zakomunikowania. Jeśli świat 3 jest tworem ludzkim, to właśnie możliwość kodowania myśli – jako

55 Por. J. Urbaniec, *Trzeci świat Karla Poppera*, „Zagadnienia Filozoficzne w Nauce” 8 (1986), s. 80.

56 To określenie opisuje cel nauki według Poppera. Zob. K. R. Popper, *Wiedza obiektywna...*, s. 231.

potencjalnie komunikowalnych – dała możliwości tworzenia wielkiej konstrukcji sieci: pojęć, teorii, wywodów, obalen⁵⁷. To możliwość utrwalania myśli, oderwanej od tego, kto wypowiada słowa i do kogo są skierowane, umożliwiła przejście od magii do racjonalności. Nawiązując do myśli Poppera, McLuhan zwrócił uwagę, że dzięki pismu fonetycznemu zamknięte społeczeństwo stało się otwarte. Zarzucał jednak Popperowi, że jego analizy tworzenia się otwartego społeczeństwa nie uwzględniają roli mediów, a więc i pisma, a jedynie polityczny i ekonomiczny punkt widzenia⁵⁸. Ważną cechą nauki jest racjonalna krytyka oparta na argumentach oderwanych od emocji. Pisząc o jej źródłach i istocie, Popper zwracał uwagę na wpływ, jaki miała ona na rzeczywistość społeczną:

Język pozwala tworzyć i zmieniać mity objaśniające świat, a sprzyja temu dodatkowo język pisany. Ale tylko nauka zastępuje eliminację błędów w drodze gwałtownej walki o byt za pomocą racjonalnej krytyki bez przemocy. Tylko nauka pozwala zastępować zabijanie (świat 1) i straszanie (świat 2) „przez ponadosobowe argumenty świata 3”⁵⁹.

Myślę, że wynalezienie krytycznej dyskusji, która uczyniła nas bardziej „abstrakcyjnymi”, nie odbyłoby się bez pisma fonetycznego. To ono umożliwiło bycie rozumianym, ale i reinterpretowanym, obalanym, źle rozumianym itd. To alfabet utrwala krytyczną dyskusję, jakby bezosobowo powodując wyjście z magii do racjonalności. Nauka, na której w swych rozważaniach skupia się Popper, jest jednym z wielu przejawów zamiany niszczycielskich namiętności na rzecz porzucenia przemocy. Pismo odrywa słowo od osoby mówiącej, różnych emocji, równoczesności innych doświadczeń. Magia

57 Por. W.J. Ong, *Oralność i piśmienność...*, s. 77–81.

58 Zob. M. McLuhan, *Galaktyka Gutenberga*, s. 146nn.

59 K. R. Popper, *Wiedza obiektywna...*, s. 111.

to słyszane słowo, a racjonalność to utrwalona myśl, która staje się własnością wszystkich, będąc budulcem świata³. W przypadku wiedzy matematycznej ta moc pisma jest odczuwalna najsilniej. Zapis np. dowodu matematycznego, czyli myśli przy użyciu symboli, jest chyba najbardziej bezosobowy i beznamiętny. Dlatego matematyka raczej nie powodowała tak zażartych sporów, jak różne koncepcje społeczne czy polityczne, ale także teorie dotyczące fizyki, budowy wszechświata czy pochodzenia życia. Koncepty matematyczne odrywają się zupełnie od autora, choć mówimy, że istnieją twierdzenia Pitagorasa, Talesa albo Gödla, to po prostu istnieją one same w sobie w świecie³ albo w „galaktyce Gutenberga”. Tym samym twierdzenia matematyczne nie są czyjąś opinią i zdają się pochodzić od Boga.

Wyszkolenie gramatyk. Tak o roli pisma w tworzeniu „narzędzi do myślenia” pisze McLuhan:

Linearne, alfabetyczne układanie umożliwiło Grekom szybkie wynalezienie „gramatyk” myślenia i nauki. Te gramatyki, czyli wyraźne wyartykułowanie osobistych i społecznych procesów, były wizualizacjami niewizualnych funkcji stosunków. Owe funkcje i procesy nie były nowe. Jednak środek przykuwający uwagę wizualnej analizy, a mianowicie alfabet fonetyczny, był dla Greków taką samą nowością, jak kamera filmowa w naszym wieku⁶⁰.

Dziś nowe możliwości cyfrowego przetwarzania informacji i komunikowania się sprawiły, że kamera filmowa, o której pisze McLuhan, wydaje się dziecinny wynalazkiem. Wiek XXI staje się bliższy kulturom niepiśmiennym – teleinformatycznie odtworzyliśmy w jakimś sensie to doświadczenie współgry wszystkich zmysłów i pewnej jednoczesności wrażeń, które było udziałem ludzi kultury

60 M. McLuhan, *Galaktyka Gutenberga*, s. 166–167.

plemiennej⁶¹. Wróćmy jednak do alfabetu fonetycznego w greckich czasach. Wtedy dzięki pismu, które skoncentrowało człowieka na wzroku, zaczęło być możliwe traktowanie myślenia jako uporządkowanego linearnie i sekwencyjnie procesu – tak należy rozumieć, czym są owe „gramatyki”. W ten sposób nawyki płynące z piśmienności powodują określone sposoby odczuwania i porządkowania czasu i przestrzeni, tworzenia różnych hierarchii, usystematyzowanego wnioskowania. Owe gramatyki sprowadzić też można do mechanicznej precyzji, którą wymusiło nowe medium. Tak to tłumaczy McLuhan:

Skoncentrowanie się na jednym tylko zmyśle sprawia, że mechaniczna zasada abstrakcji i powtórzeń przybiera jednoznaczną formę. Technika to precyzja [...]. A precyzja oznacza, że „sylabizujemy” po jednej rzeczy, po jednym zmyśle, po jednej umysłowej lub fizycznej czynności⁶².

Ta koncentracja na wzroku, a zwłaszcza precyzja oraz związana z nią sekwencyjność i powtarzalność, wynikła z dyscypliny myśli wymuszonej przez pismo. Utrwaliła procedurę budowania wywo-
du, a ostatecznie rozumowego ścisłego dowodzenia. Owa precyzja „sylabizowania po jednej czynności” umożliwiła też podział ludzkich działań na wyspecjalizowane dziedziny. Proces ten na dobre rozpoczął się w czasach Imperium Rzymskiego. Bez specjalizacji powtarzalności i standaryzacji sposobów działania, komunikowania się i myślenia nie powstałyby procedury umożliwiające rozwój techniki, mechanizacji, a więc również wynalezienie druku. Poszukiwanie matematycznych zasad przy konstruowaniu ludzkich wytworów i opisywaniu świata przyrody jest jednym z przejawów owej mechanicznej precyzji myślenia, argumentowania i działania.

61 Zob. M. McLuhan, *Galaktyka Gutenberga*, s. 198.

62 M. McLuhan, *Galaktyka Gutenberga*, s. 159.

Do wytworzenia pełnoprawnej symbolicznej matematyki niezbędny był wynalazek alfabetu. Poszczególne dźwięki zostały przypisane abstrakcyjnym symbolom, które ułożono konsekwentnie w chronologicznej kolejności. Zapis myśli przy użyciu tych znaków wymaga skupienia się na gramatyce, wynikającej z logicznej struktury zapisywanego tekstu. Tę warstwę fonetyczną, zamienioną na wizualną i sekwencyjno-logiczną, możemy oddzielić od konkretnych znaczeń, które ma przekazać tekst. Alfabetyczny zapis posiada sens niezależny od przekazywanej treści. McLuhan pisze, że alfabet oddziela widzenie od dźwięku, ale i znaczenie od brzmienia. Tym sposobem nic nieznaczące litery przyporządkowane zostały nic nieznaczącym dźwiękom⁶³. Tak oto forma staje się też przekazem wynikającym z manipulacji symbolami. Umożliwia to tym samym zapis myślenia, które zostało zredukowane do pewnych istot, wyrażanych poprzez zapisywane symbole i ich sekwencję. Gdy dokonujemy notacji liczb i znaków, zapisując działania matematyczne, formułujemy twierdzenie oderwane od konkretnych rzeczy, rozumiemy je i możemy dowodzić jego poprawności. W miejsce zapisanych abstrakcyjnych symboli możemy podstawić w zasadzie dowolne obiekty i czynności. Takie precyzyjne porządkowanie myśli, dowodu czy uzasadnienia – poprzez utrwalenie w postaci zapisu – wpłynęło na wszelkie ludzkie rozumowanie dotyczące różnych obszarów poznania.

C. Od teoretycznej matematyki do teoretycznej religii

Wynalezienie gramatyk wywołało potrzebę teoretycznego wyjaśnienia różnych obszarów działalności ludzkiej. Takiemu uteoretycznieniu w pierwszym etapie uległa matematyka, stanowiąc – według mnie – wzorzec dla porządkowania wiedzy i ludzkich działań. To właśnie

63 Zob. M. McLuhan, *Galaktyka Gutenberga*, s. 199.

wywołana alfabetem zmiana relacji pomiędzy tym, co wzrokowe, a tym, co słyszalne i odczuwalne, spowodowała, że matematyka przestała być jedynie zbiorem algorytmów, praktycznych narzędzi, których skuteczność potwierdzano empirycznie. To dominujące wcześniej „algorytmiczne” podejście opiera się na pierwotnych rudymenarnych formach liczenia. Jest ono uniwersalne dla człowieka w różnych kulturach⁶⁴. Praktykowana w ten sposób matematyka w pewnym sensie była rzemiosłem – bardziej umiejętnością niż wiedzą. Mogła przyjmować różne stopnie zaawansowania, poczynając od prostego odliczania niewielkiej liczby obiektów w kulturach prymitywnych, aż do na przykład określania powierzchni pod uprawę w starożytnym Egipcie. W Grecji w pierwszych latach VI wieku przed naszą erą rozpoczął się proces przekształcania matematyki empirycznej czy algorytmicznej, przybyłej z Mezopotamii i Egiptu, poprzez nadawanie jej struktury aksjomatyczno-dedukcyjnej. Przez blisko 250 lat, aż do III wieku przed naszą erą myśliciele poddają matematykę analizie połączonej z refleksją filozoficzną. Po tym okresie została ona utrwalona poprzez pisma Euklidesa. Jest to świetny przykład na rolę, jaką pismo odgrywa w kulturze: spisane myśli stają się „uchwycone” i niezmiennie, a jako dostępne wielu ludziom mogą kształtować ich przekonania, sposoby myślenia i działania. Stanowią społecznie akceptowane i zrozumiałe kalki i klisze, w które ludzie wpisują własne myśli. Wartość matematyki greckiej polegała na ćwiczeniu w myślowej spekulacji, oderwanej od przedmiotów konkretnych, według dedukcyjnej struktury dowodowej, w przeciwieństwie do metody algorytmicznej⁶⁵. Umiejętność dedukcyjnego dowodowego myślenia za pomocą abstraktów jest z całą pewnością właściwością

64 Por. B. Brożek, M. Hohol, *Umysł matematyczny...*, s. 32–33.

65 Por. J. Świderek, *Rozważania matematyczne w pismach Platona*, Lublin 2002, s. 11–13.

myśli europejskiej⁶⁶. Samo myślenie stało się w dla np. Parmenidesa czy Platona jedynym pewnym źródłem poznania. Skutki powszechnego zapisywania słów jako kolejno następujących po sobie myśli dobrze wyjaśnia Carothers, przywołany w *Galaktyce Gutenberga*:

Chociaż w końcu ono samo [słowo pisane] uważane za nie behawioralne, zaczęto je traktować jako ważne źródło i początek, nie tylko zachowania, lecz wszelkich odkryć: było jedynym kluczem do wiedzy i sama myśl – wyrażona w słowach czy w liczbach – mogła otwierać wszystkie drzwi do rozumienia świata. W pewnym sensie siła słów bądź innych wizualnych symboli stała się większa niż wcześniej... teraz okazało się, że jedynie prawdziwe jest werbalne i matematyczne myślenie, a cały świat zmysłów został uznany za iluzoryczny⁶⁷.

Cywilizacja, do której pismo przeniosło człowieka, powoduje rozdarcie między racjonalnością i roztropnością a namiętnością; między cnotą a swobodą. Ludzie ucywilizowani tęsknią za spontanicznością, brakiem zahamowań i upojeniem. Utracili to, co mieli w kulturze plemiennej, kiedy w pragnienia człowieka wpisane były religijne rytuały, stanowiące integralną część życia wspólnoty. Towarzyszyły im transowe tańce, muzyka, hipnotyzujące rytmy i często różne substancje psychoaktywne. Sukces kultu Dionizosa był odpowiedzią na pragnienie tego, co spontaniczne, żywione przez świeżo ucywilizowanych Greków. Dionizyjskie rytuały pełne były dzikości, pierwotności i upojeń. Co jakiś czas mogły być ucieczką od udręki cnoty i należytego postępowania. Może się wydawać paradoksem, że z tego kultu wyrósł subtelny mistycyzm, który odznaczał na wielu filozofów i miał udział w kształtowaniu teologii

66 Por. B. Russell, *Dzieje filozofii Zachodu...*, s. 23.

67 J. C. Carothers, *Culture, Psychiatry and the Written World*, „Psychiatry” 22 (Nov 1959) No. 4, s. 313; cyt. za: M. McLuhan, *Galaktyka Gutenberga*, s. 172.

chrześcijańskiej. Dziki, spontaniczny kult Dionizosa uzyskał swoją uduchowioną i ascetyczną wersję w postaci orfizmu. Orfeusz był mitycznym kapłanem i filozofem, reformatorem tych upojnych kultów. Pitagoras z kolei był reformatorem orfizmu. Dzięki niemu orfickie wierzenia splotły się z filozofią. Pitagoreizm połączył matematykę z orfickim mistycyzmem i kontemplacyjnym nastawieniem. Tak mieszanina racjonalności z namiętnościami stała się dziedzictwem Platona i wszelkich filozofów o religijnym nastawieniu. Przez wiele wieków wpływała na stosunek do matematyki, która stawała się źródłem ezoterycznej symboliki, obecnej też w sztuce⁶⁸.

Tak jak współgra wszystkich zmysłów została zburzona poprzez pismo, tak również jedność ludzkich działań zanurzonych w codzienności została podzielona na różne dziedziny. Doprowadziło to do drugiego etapu piśmiennej cywilizacji, mniej twórczego, a zarazem bardziej teoretycznego i uporządkowanego. To faza „przystosowania” funkcjonowania społeczeństw do odmienionego przez nową technikę medialną sposobu odbioru świata zmysłowego. W tym drugim etapie „alfabetycznej rewolucji medialnej” nastąpiło rozdzielenie życia zarówno społecznego, jak i prywatnego na wyspecjalizowane rodzaje działań. Tak właśnie powstała wiedza stosowana, organizująca cywilizowane społeczeństwa. Umożliwiła ona organizowanie wielkich imperiów i armii, systemu prawnego, ale i wynalezienie druku, produkcję przemysłową, powstanie banków, uniwersytetów itd.

Cywilizowane „piśmienne” podejście sprawiało, że – tak jak zburzone zostały relacje pomiędzy zmysłami – nastąpiło również zachwianie równowagi między różnymi obszarami aktywności ludzkiej. To, co znalazło wyjaśnienie, logiczny linearny dowód, stało się pewne, prawdziwe, a więc najbardziej wartościowe. Dlatego też sztuka i religia zaczęły być wyjaśniane przy użyciu systematycznej refleksji, którą podjęli filozofowie, a w późniejszych czasach

68 Por. B. Russell, *Dzieje filozofii Zachodu...*, s. 33–43.

teologowie i artyści o teoretycznym zacięciu. Wyobraźnię próbowano ucywilizować poprzez logiczne wyjaśnienie. Wyobraźnia i namiętność są niezbędnym napędem tworzenia sztuki, a próba ich teoretycznego ujarzmienia była w jakimś stopniu źródłem Wielkiej Teorii. Sztuka w gorsecie kanonów mających ją nobilitować, dając jej pozór racjonalności, ograniczała do pewnego stopnia wyobraźnię artystów. Zapominamy często, że bez wyobraźni i namiętności nie może się rozwijać nauka, rozumiana jako pomnażanie usystematyzowanej wiedzy. To wyobraźnia, emocje i rodzaj szaleństwa prowadziły człowieka do formułowania śmiałych hipotez, popychały go w nowe obszary, umożliwiając poszerzanie wiedzy naukowej i odkrywanie praw rządzących przyrodą. Właśnie taki amalgamat racjonalności i namiętności napędzał Greków w czasie ich największej kreatywności spowodowanej „schizofrenią” wywołaną nową informacyjną technologią, przenosząc ich ostatecznie do drugiego etapu piśmiennej cywilizacji. Wtedy to racjonalne podejście przysłużyło się też obskuranckiemu skrzywieniu, które naukę wprzęgło do służby doktrynie religijnej w takim stopniu, że stała się jej częścią. Problemy, takie jak istnienie Boga, nieśmiertelność duszy, ale również zasady moralnej doskonałości, mogły stać się przedmiotem logicznego dowodzenia podobnie jak twierdzenia matematyczne⁶⁹. Teologia wyłoniła się z filozofii jako osobna dziedzina wiedzy czy „nauki” stosunkowo późno, bo w XIII wieku naszej ery, choć jest przejawem wcześniejszych tendencji, istniejących w myśli filozoficznej. Na sposób rozumienia teologii i to jak jest uprawiana wywierały wpływ formy myślenia, ukształtowane przez pismo. Jedną z nich jest formułowanie wiedzy poprzez dowodzenie twierdzeń. W ten sposób teologia jako rozumowa refleksja na temat prawd wiary przyjęła strukturę dedukcyjną podobną do matematyki. Podstawowe twierdzenia w teologii są aksjomatami – zawierają się w źródłach

69 Por. B. Russell, *Dzieje filozofii Zachodu...*, s. 59.

Objawienia, a na ich podstawie można udowadniać kolejne twierdzenia⁷⁰. Tak oto wiedza religijna zyskała pozór racjonalności, jakiegoś naukowego wyjaśnienie. Irracjonalny świat wiary szukał podparcia nie tylko w czystej matematyce, lecz także w wiedzy empirycznej, również tej modelowanej matematycznie. Mam tu na myśli przede wszystkim astronomię planetarną i np. harmonikę, które zresztą były przez wiele wieków włączane w zakres matematyki ze względu na swój charakter. Potrzeba uzgodnienia Objawienia z wiedzą, dzisiaj powiedzielibyśmy „naukową”, nałożyła w rezultacie sztywny gorset na swobodę uczonych. Wiedza „ściśła” stała się źródłem symboli wykorzystywanych przez teologów i kaznodziejów do głoszenia prawd wiary. Miało to istotny wpływ na ikonografię, korzystającą z symboliki liczb i figur geometrycznych, co nie ograniczało się tylko do sztuki sakralnej. Należy zwrócić uwagę, że w czasie, gdy ostatecznie powstaje nowożytna, pełnoprawna, wolna nauka, następuje również kryzys Wielkiej Teorii. Sztuka w tych czasach staje się – podobnie jak nauka – wyemancypowana i przestaje w istotny sposób służyć Kościołowi, a zatem nie musi sięgać po to, co matematyczne, dlatego że jest boskie, a boskie, bo wieczne i niezmiennie.

D. Platonizmy matematyczne od Pitagorasa do Penrose’a

Współczesna nauka ugruntowała status matematyki jako struktury opisującej rzeczywistość. Początkiem drogi, która do tego doprowadziła, była refleksja jońskich filozofów przyrody. Oprócz poszukiwania jednej zasady *arche*, będącej prapoczątkiem wszechrzeczy, chcieli określić świat jednym prawem nim rządzącym i nadającym

70 Por. M. Heller, *Filozofia nauki*, Kraków 2016, s. 29.

porządek. Rozważania te kontynuowali pitagorejczycy, łącząc kosmologię, matematykę i estetykę. Pitagorejczycy przyjęli liczbę jako zasadę wszechrzeczy, w wyniku czego sformułowali przekonanie, że wszystkie rzeczy istnieją, bo są zbudowane za sprawą zrozumiałego ładu, którego możemy doświadczać i który możemy pojmować. Harmonia spajająca świat wynika bowiem z matematycznych praw, które nim rządzą i są dostępne dla człowieka w wyniku intelektualnej kontemplacji. Dali więc początek stanowisku współcześnie nazywanemu platonizmem matematycznym. Poglądy pitagorejczyków na temat liczby i harmonii nimi rządzącymi jako zasadę świata tak relacjonował Arystoteles:

Skoro tedy liczby zajmują z natury pierwsze miejsce wśród tych zasad, a w liczbach, w większym stopniu niż w ogniu ziemi i wodzie można dostrzec, jak sądzili, wiele podobieństw rzeczy istniejących – taka a taka własność liczb jest sprawiedliwością, inna jest duszą i rozumem, inna sprzyjającą okolicznością – i podobnie jest prawie z każdą rzeczą; dostrzegli też w liczbach właściwości i proporcje muzyki; skoro więc wszystkie inne rzeczy wzorowane są, jak im się zdawało, w całej naturze na liczbach, a liczby wydają się pierwszymi w całej naturze, sądzili, że elementy liczb są elementami wszystkich rzeczy, a całe niebo jest harmonią i liczbą. Wszystkie własności liczb i harmonii, jeżeli tylko mogli wykazać ich zgodność ze zjawiskami niebieskimi, częściami nieba i całym ładem we wszechświecie, zbierali i włączali do swego systemu; a jeżeli powstała gdzieś luka, szybko ją wypełniali, ażeby tylko całą teorię uczynić spójną⁷¹.

71 Arystoteles, *Metafizyka* 986 a, przeł. K. Leśniak, w: Arystoteles, *Dzieła wszystkie*, t. 2: *Fizyka. O niebie. O powstaniu i niszczeniu. Meteorologia. O świecie. Metafizyka*, przekłady, wstępy i komentarze K. Leśniak, A. Paciorek, L. Regner, P. Siwek, Warszawa 1990, proto s. 627.

Da się odczuć niechętny stosunek Arystotelesa do tej koncepcji, gdy pisze „jak im się zdawało” i że szybko wypełniali nieścistości, bo ich nadrzędnym celem była spójność przyjętej teorii. Mam podobny stosunek do współczesnych zwolenników platonizmu matematycznego. Ich poglądy różnią się jednak znacznie od stanowiska pitagorejczyków i samego Platona, choćby w taki sposób, że matematyczny opis świata zwykle ograniczają do przyrody i nie twierdzą np. że „taka a taka własność liczb jest sprawiedliwością”⁷². Nikt rozsądny nie opiera na prawach matematycznych sfery ludzkich motywacji i powinności, rozumianych jako dobry obyczaj czy system etyczny. To jednak właśnie pitagorejczycy ugruntowali termin *kosmos*, rozumiany jako ład przyrody opisany matematycznie – liczbami i figurami geometrycznymi, a takie rozumienie dominuje we współczesnej wizji świata fizycznego. Werner Jäger zwraca uwagę, że w odkryciu pojęcia kosmosu należy upatrywać pojawienia się pierwocin umożliwiających dalszy rozwój filozofii⁷³. Myślę, że właśnie zachwyty nad zjawiskami, potęgą i regularnością tego, co widzimy na niebie, tak zawładnął wyobraźnią ludzką, że spowodował ostatecznie poszukiwanie ogólnych praw nimi rządzących, zasad rozumianych jako własności, przyczyny i tworzywo. Wiara w liczbę jako zasadę wszechświata była jedną z możliwości wyjaśnienia i zrozumienia jego piękna i wspaniałości. W przypadku zjawisk niebieskich niesamowitość przyrody dawała się stosunkowo łatwo badać i precyzyjnie przewidywać przy użyciu geometrycznych i liczbowych narzędzi. Fascynacja tą możliwością była nie tylko ważnym czynnikiem rozwoju filozofii, wpłynęła także w istotnym stopniu na całą zachodnią kulturę. Tak o znaczeniu Pitagorasa o historii europejskiej myśli pisze Russell:

72 Arystoteles, *Metafizyka* 986 a, s. 627.

73 Zob. W. Jäger, *Paideia. Formowanie człowieka greckiego*, przeł. M. Plezia, H. Bednarek, Warszawa 2001, s. 240.

Nie znam nikogo innego, kto by miał tak olbrzymie oddziaływanie w sferze myśli. Mówię tak, ponieważ to, co wydaje się platonizmem, poddane analizie okazuje się w istocie pitagoreizmem. Cała koncepcja wiecznego świata, który ukazuje się umysłowi, a nie zmysłom, pochodzi od niego. Gdyby nie on, chrześcijanie nie myśleliby o Chrystusie jako Słowie; gdyby nie on, teologowie nie poszukiwaliby logicznych dowodów na istnienie Boga i nieśmiertelność duszy. Wszystko to zawarte jest jedynie *implicite* w jego myśli⁷⁴.

To Pitagoras jest inicjatorem teologiczno-matematycznego sposobu myślenia o przyrodzie i takiegoż uprawiania filozofii, teologii i teorii sztuki. Arystoteles pisze, że pitagorejczycy twierdzili, iż „liczba jest zasadą, zarówno jako materia dla rzeczy, jak również jako własność i stany”⁷⁵. Tak więc w pewnym sensie liczba miała według pitagorejczyków zmysłową czy empiryczną postać. Jednak podziw i zrozumienie świata i jego własności zbudowanych i opartych na liczbach wynikał dla nich z religijnej wręcz kontemplacji. Platon ugruntował ostatecznie przekonanie o wiecznym świecie matematyki, wynikające ze splotu aspiracji intelektualnych oraz moralnego i religijnego nastawienia, podziwu dla tego, co logiczne i matematyczne. Dlatego koncepcja, która wyrosła na tym gruncie, nosi jego imię, i to właśnie Platon przez wieki inspirował kolejne pokolenia kontynuatorów platonizmu matematycznego. Filozoficzne poglądy pitagorejczyków znamy jedynie z przekazów, również samego Platona. Wpisuje się on w ciąg pokoleń modyfikatorów filozoficznych i religijnych poglądów Pitagorasa aż po współczesnych platoników matematycznych. Definicję platonizmu matematycznego, z którą zapewne zgodziłaby się większość współczesnych zwolenników tej teorii, w taki oto sposób przedstawił jego „wyznawca” Józef Życiński:

74 B. Russell, *Dzieje filozofii Zachodu...*, s. 59.

75 Arystoteles, *Metafizyka* 986 a, s. 628.

Platonizm głosi, iż matematyka opisuje rzeczywistość pierwotną w stosunku do wszelkich działań intelektualnych człowieka i odkrywaną stopniowo przez ludzki umysł⁷⁶.

Do dziś przekonanie o idealnym świecie liczb podziela wielu uczonych, można tu wymienić Kurta Gödla, będącego skrajnym platonikiem, i Rogera Penrose'a, który pisał: „W prawdzie matematycznej można znaleźć coś absolutnego i «danego od Boga». O to właśnie chodzi w matematycznym platonizmie”⁷⁷ i dalej: „absolutny charakter matematycznej prawdy i platońskie istnienie matematycznych pojęć są w istocie tym samym”⁷⁸. W ramach platonizmu matematycznego można rozważać, czy obiekty matematyczne są rzeczywiste i „istnieją” albo czy jedynie prawda matematyczna ma absolutny charakter, jest wieczna poza czasem i niezależna od ludzkich umysłów i konwencji. Większość matematyków-platoników uzna najbardziej skrajne stanowisko o absolutnym charakterze przedmiotów matematycznych, które tak przedstawia Penrose: „matematyczne obiekty istnieją poza czasem i nie zależą od konkretnego społeczeństwa, ani od jakichś konkretnych obiektów fizycznych”⁷⁹.

Takie rozumienie platonizmu matematycznego traktuje matematykę jako realny świat, który można odkrywać tak, jak odkrywa się góry czy nowe planety, tyle że nie bezpośrednio czy poprzez jakies techniki, lecz obserwując umysłem. Nie jest ważna relacja tego dostępnego umysłowi świata do: moralności, duchowości rzeczywistości fizycznej, a zwłaszcza do doznań zmysłowych, które są źródłem odczuwania ładu. Świat matematyki sam w sobie jest uporządkowany, a „poruszają” się w nim i „ogłędają” go jedynie wtajemniczeni:

76 J. Życiński, *Świat matematyki i jej materialnych cieni*, Kraków 2013, s. 23.

77 R. Penrose, *Nowy umysł cesarza. O komputerach, umyśle i prawach fizyki*, Warszawa 2000, s. 134.

78 R. Penrose, *Nowy umysł cesarza...*, s. 135.

79 R. Penrose, *Nowy umysł cesarza...*, s. 138.

matematycy i np. fizycy teoretyczni. Zwykły profan nie ma do niego wstępu. Matematyka miała, w przekonaniu pitagorejczyków, wyjaśniać czy ujmować w zrozumiwały sposób zjawiskowość świata, uzasadniać jego harmonię. Dla współczesnych platoników matematycznych same liczby są wspianiałym zjawiskiem, dostępnym jedynie dla umysłu, którym się zachwycają i które mogą podziwiać. Rozwój matematyki i modelowanej matematycznie fizyki spowodował hermetyczność tych dziedzin i jest to według mnie jedna z przyczyn powodujących, że tylko nieliczni współcześni artyści wykorzystują matematyczne koncepcje w swej pracy.

Doktryna Platona w części odnoszącej się do matematyki zbudowana była na pitagoreizmie i ulegała reinterpretacji już za jego życia. Nie została ona w całości spisana i była częściowo przekazywana w tradycji ustnej, co powodowało, że zaczęła ewoluować już u swego zarania. Na Platona chętnie się powoływano i przypisywano mu różne poglądy, których nigdy by nie wygłosił albo takie, które były jedynie rozwinięciem lub uogólnieniem jego teorii. Współczesny platonizm matematyczny jest właśnie tego rodzaju wersją doktryny samego Platona. Rozważania dzisiejszych filozofów matematyki, fizyków teoretycznych i matematyków, w których uczestniczą platonicy matematyczni, dotyczą statusu ontologicznego przedmiotów matematycznych, prawdy matematycznej, a co za tym idzie – możliwości i sposobów dowodzenia twierdzeń. Przeciwnym do współczesnego platonizmu matematycznego stanowiskiem jest formalizm, zgodnie z którym dowód twierdzenia to jedynie ciąg symboli określonego systemu matematycznego, wynikający z przyjętych aksjomatów. Taka matematyka jest „grą” polegającą na manipulacji symbolami. Stanowisko to nie zakłada istnienia absolutnej prawdy matematycznej, zadowala się jedynie dowiedliwością obowiązującą w danym systemie formalnym. Zarówno formalizm, jak i dzisiejsze wersje platonizmu matematycznego mają pewną wspólną cechę. Zwolennicy obu stanowisk zgadzają się zazwyczaj z tym, że matematykę można stosować

do modelowania zjawisk przyrodniczych. Będą się jedynie różnić co do wyjaśnienia skuteczności takiego działania i istoty relacji matematyki do tego, co fizyczne. Formalizm zakłada, że tą „grą symboli” zdolni jesteśmy opisać czy ująć poszczególne fragmenty rzeczywistości na zasadzie swoistego rodzaju analogii. Dla platoników matematycznych przyroda będzie matematyczna, a człowiek tę jej własność odkrywa albo jest w stanie ją dostrzec.

Jednak nawet współcześni platońscy matematycy i filozofowie matematyki nie traktują jej jako źródła objawienia, nie ma ona mieć wpływu na naszą duchowość, a spory o ontologiczny status bytów matematycznych nie mają raczej charakteru światopoglądowego. Jednakże Penrose pisze, że w prawdzie matematycznej jest coś absolutnego i „danego od Boga”⁸⁰. Tak to formułując, używa porównania religijnego jako metafory określającej jego stanowisko z perspektywy matematyka, a nie jako wyznania swej wiary. Nikt rozsądny z platoników matematycznych nie widzi w liczbach czy innych strukturach matematycznych własności symbolicznych. Również współcześni artyści zwykle nie są zainteresowani wykorzystywaniem w sztuce symboli matematycznych, takich jak liczby czy figury geometryczne. Dzisiaj platonicy nie postulują też budowania ludzkich dzieł według zasad matematycznych, aby osiągnąć ich zestrojenie, wykwit czy uporządkowanie. Tkwią w świecie idei, zatopieni w swych teoretycznych rozważaniach, pozostawiając samym artystom tworzenie dzieł sztuki. Choć czasem – jak Penrose – są w stanie dostrzec w sztuce odwieczne prawdy⁸¹, ale wcale nie dlatego, że widzą w niej niezmienny świat przedmiotów matematycznych.

Doktryna Platona dotycząca matematyki różni się znacznie od współczesnego platonizmu matematycznego już w samych założeniach i rozumieniu tego, czym jest filozofia. Dla Greków nie była

80 R. Penrose, *Nowy umysł cesarza...*, s. 134.

81 Zob. R. Penrose, *Nowy umysł cesarza...*, s. 118.

ona jedynie spekulatywną wiedzą, lecz miała służyć doskonaleniu się we wszystkich obszarach, stanowiąc namysł nad światem i człowiekiem. Dla nas filozofia to dyscyplina akademicka, jakaś teoria, wyjaśnianie tekstów, Grecy widzieli w niej określoną postawę, sztukę życia⁸². Poznanie filozoficzne miało czynić człowieka lepszym w całym jego istnieniu w świecie społecznym i *kosmosie*.

Harmonia wszechświata musi być poznana przez człowieka, aby żył z nią w sposób zgodny, czyli rozumny i dobry. Zrozumienie ładu kosmicznego, a więc i międzyludzkiego, miało umożliwić uczestniczenie w tej harmonii. Stanowiła ona wzór dla uzyskania wewnętrznego porządku myśli i duszy, prowadząc do osiągnięcia szczęścia. Filozofia stała się więc we współczesnym rozumieniu środkiem pedagogicznym. Dla wielkich wychowawców, jakimi byli greccy filozofowie, stanowiła zatem „ćwiczenie duchowe”⁸³.

Platon uważał, że człowiek mądry ma żyć w dobry sposób. Może to osiągnąć poprzez moralną i intelektualną dyscyplinę. Dzięki wiedzy zna bowiem Dobro. Wiedza pozwala – według Platona – wykraçać poza to, co tylko intelektualne. Tak tłumaczy to Russell:

Dla Platona filozofia jest rodzajem wizji, „wizji prawdy”. Nie jest czysto intelektualna; nie jest po prostu mądrością, lecz *umiłowaniem* mądrości. Spinozjańska intelektualna „miłość do Boga” stanowi bardzo podobne połączenie myśli i uczucia. Każdy, kto dokonał kiedykolwiek czegoś twórczego, w mniejszym bądź większym stopniu doświadczył stanu umysłu, w którym po długiej ciężkiej pracy, w nagłym uniesieniu, zjawiają się – czy też wydają się zjawiać – prawda lub piękno⁸⁴.

82 Por. M. Heller, *Bóg i geometria. Gdy przestrzeń była Bogiem*, Kraków 2015, s. 42.

83 W. Jäger, *Paideia...*, s. 563nn; M. Heller, *Bóg i geometria...*, s. 21.

84 B. Russell, *Dzieje filozofii Zachodu...*, s. 157.

Cechą filozofii Platona jest połączenie serca i rozumu, uczucia zachwyty i systematycznego namysłu nad światem idei, co prowadzi do poznania Prawdy i Piękna. Wszak filozof miłuje mądrość, czyli ma mieć do niej głęboki emocjonalny stosunek. Piękno ma – według Platona – związek z dobrem, ma więc charakter nie tylko intelektualny, ale i moralny. Zmysłowe doznania nie prowadzą do poznania prawdziwego Piękna i mają z nim jedynie pośredni związek. Artyści i koneserzy sztuki są zdaniem Platona tymi, którzy znają jedynie piękne rzeczy. Tak pisze o tym w *Państwie*:

Ci, [...] co lubią słuchać i patrzeć, kochają piękne głosy i barwy, i kształty, i to wszystko, co z takich rzeczy wykonane, a natury piękna samego dusza ich nie potrafi dojrzeć i ukochać⁸⁵.

To filozof zna Piękno samo, którego doświadcza swą duszą, a więc rodzajem intelektualnej i emocjonalnej kontemplacji. Ten wrogi stosunek do wszystkiego, co jest zmysłowe, a nie „pozaświatowe” wynika z platońskiej teorii poznania. O dzisiejszych zwolennikach platonizmu matematycznego Platon powiedziałby zapewne, że znają raczej tylko prawdę matematyczną i matematyczne obiekty, a nie Prawdę samą i Rzeczy same. Ma to ścisły związek z jego koncepcją kształcenia człowieka, mającą prowadzić go do doskonałości. Człowiek poznaje, uczy się, uprawia filozofię, aby poznać Dobro. Widać tu wyraźny związek tego, co racjonalne, a więc również matematyczne, ze sferą emocjonalną i duchową człowieka.

Matematyki nauczyliśmy się od kogoś, a proces ten na samym początku był oparty na bezpośrednim doświadczeniu, np. odliczanych patyczków, palców czy innych obiektów. Nowatorstwo czy przewrotność Platona polega na zaprzeczeniu możliwości wprowadzenia wiedzy do duszy czy umysłu niejako z zewnątrz, poprzez zmysły albo

85 Platon, *Państwo* 476 B, przeł. W. Witwicki, Kęty 2003, s. 181.

przekazywanie określonych treści. Owszem, proponuje on rodzaj ćwiczeń, zwłaszcza dla dzieci, wzorowany na egipskich sposobach kształcenia matematycznego, mających sprawiać, że ludzie stają się generalnie bardziej zaradni⁸⁶. Oznacza to, że traktował matematykę jako rodzaj ćwiczenia umysłowego, które mogło stanowić jedynie wstęp do filozofii, a więc doświadczania świata idei:

- Więc widzisz, przyjacielu – dodałem – że istotnie ten przedmiot nauki wydaje się nam niezbędny, skoro on widocznie skłania duszę, żeby się samym rozumem posługiwała, aby osiągnąć samą prawdę.
- No tak – powiada. – On to robi w wysokim stopniu.
- No cóż? A ktoś już zauważył, że ludzie zdolni do rachunków objawiają bystrość po prostu w każdym przedmiocie nauki, a głowy ciężkie, jeżeli je w tym wykształcić i wyćwiczyć, to choćby żadnej innej korzyści nie odnosiły, jednak korzystają, bo stają się bystrzejsze, niż były⁸⁷.

Platońska koncepcja kształcenia dotyczyła wiedzy będącej jakby etapem pośrednim na drodze do doskonałości człowieka, wynikającej z poznania Dobra. Jednak ze względu na silny wpływ pitagoreizmu na jego koncepcje filozof ten zakładał, że bez matematyki nie ma prawdziwej wiedzy⁸⁸. Dlatego właśnie kazał kształcić w młodości Dionizosa Młodszego w dziedzinie geometrii, aby uczynić z niego dobrego władcę, a nad bramą akademii umieścił napis: „Kto nie zna geometrii, niech tu nie wchodzi”⁸⁹.

Odnajdywanie poznania w swojej własnej duszy Platon wyjaśniał w następujący sposób:

86 Por. J. Świderek, *Rozważania matematyczne...*, s. 41; W. Jäger, *Paideia...*, s. 883nn.

87 Platon, *Państwo* 526 B, s. 233.

88 Por. W. Jäger, *Paideia...*, s. 882–886.

89 B. Russell, *Dzieje filozofii Zachodu...*, s. 138–139.

Tak samo, jak oko nie mogło się z ciemności obrócić ku światłu inaczej, jak tylko wraz z całym ciałem, tak samo całą duszą trzeba się odwrócić od świata zjawisk, które powstają i giną, aż dusza potrafi patrzeć na byt rzeczywisty i jego pierwiastek najjaśniejszy i potrafi to widzenie wytrzymać. Ten pierwiastek nazywamy *Dobrem*⁹⁰.

Zdobywanie wiedzy, kształcenie się jest więc rodzajem nawrócenia i porzucenia wszystkiego, co się zmienia i nie jest wieczne. Dusza odwraca się od świata widzialnego do takiego, który jest stały, idealny i który możemy poznawać tylko intelektem, czy raczej duszą – bowiem dla Platona jak pisałem – ważny był również pierwiastek emocjonalny. Dlatego matematyczne wywody, pojawiające się np. w *Timaiosie*, stanowią zwykle ilustrację rozważanych kwestii dotyczących powstania świata, harmonii duszy i ciała. Jego podejście ma więcej wspólnego z wiarą religijną niż wiedzą, rozumianą jako uogólniony czy modelowy opis świata fizycznego.

Mimo to Platon był niezwykle skuteczny jako nauczyciel wielkich matematyków, astronomów i przyrodznawców. W czasach jego działalności z Akademii wyszedł Eudoksos z Knidos (408–355 p.n.e.), któremu zawdzięczamy sformułowanie geometrycznej teorii proporcji. Jest to chyba największe osiągnięcie w dziejach matematyki, bo liczby rzeczywiste są tej teorii najmocniejszym narzędziem. Teoria Eudoksosa jest właśnie odkryciem liczb niewymiernych, choć wyrażonych geometrycznie⁹¹. Tym samym przewyciężył on pierwszy kryzys w historii matematyki, wynikający z odkrycia niewspółmierności boku i przekątnej kwadratu. Eudoksos jest również autorem pierwszego teoretycznego modelu ruchu ciał niebieskich, opisanych twierdzeniami geometrii sferycznej.

90 Platon, *Państwo* 518 C, s. 225.

91 Por. M. Kordos, *Wykłady z historii matematyki*, Warszawa 2005, s. 64nn.

Z kolei Arystoteles miał szczególny – jak na ucznia Platona – stosunek do matematyki: odróżniał wyraźnie to, co jest bezpośrednio przedmiotem filozofii, od tego, czym zajmuje się matematyka i nauki szczegółowe. Matematyka nie była dla niego jakąś idealizacją. Pisał:

Matematyka bowiem dotyczy form, a nie jakiegoś substratu; a jeżeli nawet geometria ma do czynienia z jakimś substratem, to w każdym razie nie z substratem jako takim⁹².

Dlatego uważał, że jest to jedynie narzędzie przydatne do opisu niektórych zjawisk, np. umiał wyjaśnić geometrycznie zjawisko tęczy. Arystoteles tak tłumaczył relacje matematyki do zjawisk przyrody:

Jeszcze wyraźniej wystąpi ta różnica w bardziej fizycznych działach matematyki, takich jak optyka, harmonika i astronomia; pozostają bowiem one w odwrotnym stosunku do geometrii. Podczas gdy geometria bada linie fizyczne, lecz nie jako fizyczne, optyka bada linie matematyczne, ale jako fizyczne, a nie jako matematyczne⁹³.

Mimo wielkiego wpływu Arystotelesa na późniejszą naukę i przyrodoznawstwo, jego rozróżnienia na to, co fizyczne i matematyczne nie miały istotnego wpływu na astronomię planetarną. Badanie nieba, niezmienności jego cykli, regularności, miało charakter wiedzy dedukcyjnej i matematycznej. Aż do połowy XIX wieku do matematyki zaliczano również te działy nauk przyrodniczych, które były dedukcyjne i podlegały ilościowemu opisowi. *Quadrivium*, w starożytności i średniowieczu, było wyższą częścią kanonu wykształcenia

92 Arystoteles, *Analityki pierwsze i wtóre I*, 79a, przełożył, wstępem i komentarzem opatrzył K. Leśniak, Warszawa 1973, s. 215.

93 Arystoteles, *Fizyka II*, 194a, przeł. K. Leśniak, w: Arystoteles, *Dzieła wszystkie*, t. 2, przeł. K. Leśniak, A. Paciorek, L. Regner, P. Siwek, Warszawa 1960, s. 48.

człowieka wolnego, czyli siedmiu sztuk wyzwolonych, obejmowało geometrię, arytmetykę, astronomię i muzykę. Rozumiano je jako naukę o: przestrzeni (geometria), liczbach (arytmetyka), ruchu w przestrzeni (astronomia) i czasie (muzyka). Dziedziny te w pewnym sensie były więc działami starożytnej matematyki. Mianem fizyki – głównie za sprawą Arystotelesa – określano nieomal do czasów współczesnych nauki przyrodnicze opisywane jakościowo, które nie miały ścisłej metodologii. Tym sposobem astronomia planetarna, rozumiana jako badanie przestrzeni przy użyciu geometrii, włączana była w starożytności do matematyki. Tak właśnie rozumiał miejsce astronomii w podziale wiedzy Mikołaj Kopernik (1473–1543), pisząc około 1533 roku:

Otóż jeżeli zechcemy oceniać nauki według wartości przedmiotu, jakim się każda zajmuje, ta najpierwsze otrzyma miejsce, którą jedni astronomią, inni astrologią, wielu zaś spośród starożytnych szczytem nauk matematycznych nazywają. Ona bowiem stojąc na czele nauk wyzwolonych, godna zaiste człowieka szlachetnie myślącego, wspiera się na wszystkich niemal częściach nauk matematycznych: arytmetyka, geometria, optyka, geodezja, mechanika i wszystkie, jakie tylko mogą być inne, do niej się odnoszą⁹⁴.

Inny ważny dla moich rozważań obszar, który włączono do matematyki, to harmonika. Muzyka jako związana z kultami orfickimi miała w sobie coś pozaświatowego, dlatego odkrycie przez pitagorejczyków matematycznych zasad harmonii muzycznej miało wręcz mistyczny charakter. Pitagorejczycy zaobserwowali prosty fakt, że struny dźwięczą przyjemnie, gdy długość ich odpowiada prostym stosunkom liczbowym 1:2 i 2:3. Muzyka charakteryzowała się ich

94 M. Kopernik, *O obrotach ciał niebieskich*, przeł. J. Baranowski, Warszawa 2009, s. 51–52.

zdaniem swoistą nieziemskością. Według pitagorejczyków wynikało to z obserwacji, że liczby są w stanie wyjaśnić zjawisko harmonii, co przypieczętowało przekonanie, że są one zasadą czy tworzywem świata. W ten sposób matematyka została wpleciona w systemy wierzeń i czegoś, co możemy nazwać zaczątkiem teologii. Liczbowe proporcje miały więc boski pierwiastek, nobilitujący dodatkowo muzykę, która jako pierwsza uzyskała matematyczne zasady, będące wzorem dla kanonów w sztukach plastycznych. Harmonii wyrażonej liczbami próbowano poszukiwać w całym obserwowalnym wszechświecie, a zwłaszcza w położeniu i ruchach ciał niebieskich. To rozumienie liczby w pitagorejskiej koncepcji harmonii nie odpowiadało Platonowi, bo było ono „zmysłowe”. Dlatego też Platon z ironią wyrażał się o eksperymentach akustycznych pitagorejczyków:

Ty mówisz [...] o tych panach, co to strunom dobrą szkołę dają, biorą je na spytki, rozpiąwszy je na kołkach, żeby nie rozwlekać tego obrazu, już nie mówię o biciu pałeczką i o skargach na struny, i jak one się raz zapierają, a raz popisują fałszami. Oświadczam, że nie ich mam na myśli, ale tamtych, których mieliśmy się przed chwilą pytać o harmonię. Bo ci robią to samo, co się robi w astronomii; szukają liczb, danych w tych akordach słyszanych, a nie wznoszą się do zagadnień teoretycznych, do rozważań nad tym, które liczby harmonizują, a które nie, i dlaczego tak robią jedne i drugie⁹⁵.

Platon pragnął więc w rozważaniach wyjaśniających istotę harmonii wznieść się w bezcielesność, jakby ponad to, co zmysłowe. Przykład ten ilustruje, czym pitagoreizm różnił się od platonizmu w podejściu do bytów matematycznych.

Współczesny platonizm matematyczny jest odmienną koncepcją w stosunku do tej, którą głosił Platon. Dzisiejsi matematycy,

95 Platon, *Państwo*, 531 B–C, s. 239.

uważający się za platoników, traktują wszystkie obiekty matematyczne jako świat idei, utożsamiając go z platońskim. W wersji Platona w świecie idei mogła być tylko liczba idealna, a nie np. wszystkie liczby naturalne, a już na pewno nie te konkretne, które akurat dodajemy, dzielimy itd. Możemy przecież dodać do siebie wiele kolejnych liczb, a liczba idealna jest tylko jedna⁹⁶. Podobnie jest z obiektami geometrycznymi: w świecie idei jest tylko punkt idealny, a nie wszystkie, których używamy w wymyślonej w wyobraźni konstrukcji geometrycznej. Co więcej, jeden czy pojedynczość nie były dla Platona i jego kontynuatorów liczbą. Jedność, jednostka albo monada była miarą wielości jednorodnych rzeczy: jabłek, ale i np. mórg ziemi czy stadionów odległości. Zatem liczba, czyli wielość, daje się mierzyć za pomocą jedności. Zgodnie z tą koncepcją możemy powiedzieć „liczba wielu jabłek”, ale już nie, że liczba jabłek równa jest jeden. Liczba w platońskim, a potem euklidesowym rozumieniu, była ideą wielości. Takie definicje podaje Euklides w *Elementach*:

Monada istnieje z racji tego, że każda z rzeczy, która istnieje, jest zwana jeden⁹⁷.

W kolejnej definicji czytamy:

Liczba to mnogość złożona z monad⁹⁸.

Liczba jest więc jako wielość przeciwstawna jednostce. Przykład tego, jak Platon rozumiał ideę liczby, świadczy o tym, że nie

96 Por. M. Heller, *Bóg i geometria...*, s. 28.

97 Euklides, *Elementy*, Księga VII, Definicja 1, tłum. własne (μονάς ἐστιν, καθ' ἕνα ἕκαστον τῶν ὄντων ἐν λέγεται, Euclides, *Opera omnia*, ed. I. L. Heiberg, H. Menge, Lipsiae 1883–1888, s. 184).

98 Euklides, *Elementy*, Księga VII, Definicja 2, tłum. własne (ἀριθὸς δὲ τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος, Euclides, *Opera omnia*, s. 184).

zgodziłby się on z przekonaniem współczesnych platoników matematycznych, iż świat matematyki, w którym się poruszają, jest częścią jego świata idei. Tak więc Platon dostrzegał związek matematyki ze światem idei w zupełnie inny sposób, niż czynią to współcześni platonicy matematyczni⁹⁹.

Uważam, że zastosowanie matematyki do uzyskania „ładności” dzieła, jego dekoracyjności, nie dotyczy tego, co istotne w sztuce, lecz jedynie jej powierzchniowej warstwy. Mimo to zadanie sztuki było przez wiele wieków rozumiane jako wytwarzanie pięknych rzeczy. Jednak człowiek pierwotny, czyniąc pierwsze ślady albo znaki, które dziś traktujemy jako artefakty sztuki, nie myślał o tworzeniu piękna. Dążył raczej do tego, aby jego wytwory były potraktowane jako uczynione z pewną intencją, czytelną dla innych istot ludzkich podobnych do niego. Wraz z nastaniem „sztuki po Cézannie” przynajmniej niektórzy teoretycy i artyści zaczęli sobie uświadamiać, że nie jest prawdą, iż pomiędzy sztuką a estetyką istnieje jakiś pojęciowy związek¹⁰⁰. Sztuka nowoczesna powoli przestawała zajmować się wytwarzaniem piękna. Przekonanie o konieczności piękna w sztuce było chyba tylko epizodem w jej trwającej przynajmniej 50 tysięcy lat historii. Oczywiście artyści współcześni też nadają takie cechy swym dziełom, aby osiągnąć stan zmysłowej przyjemności u odbiorcy. Nie jest to cel sztuki sam w sobie, lecz jedynie pewna możliwość, którą artysta może się posłużyć.

Tak jak sztuka przestawała zajmować się „boskim pierwiastkiem”, czyli pięknem, tak i poglądy na temat *kosmosu* do początku nowożytności ulegały swoistej desakralizacji. Wcześniej problemy związane z *kosmosem* rodziły zażarte spory. Ich intensywność świadczy o tym, że nie miały one charakteru jedynie – jak byśmy dziś powiedzieli – naukowego, lecz raczej światopoglądowy i religijny. Nowożytna fizyka,

99 Por. J. Świderek, *Rozważania matematyczne...*, s. 95–99.

100 Por. J. Kosuth, *Sztuka po filozofii*, s. 243nn.

jako nauka modelowana matematycznie i wyjaśniająca przyczyny zjawisk kosmicznych poprzez sformułowanie powszechnych praw obowiązujących w całym wszechświecie, a więc zarówno na niebie, jak i na ziemi, sprawiła, że pojęcie kosmosu powoli traciło swój metafizyczny wymiar. W tym procesie również matematyka w pewnym stopniu straciła swój duchowy charakter, wynikający z tradycji platońskiej. Rozpadła się starożytna i średniowieczna synteza, spajająca sztukę, naukę, matematykę i religię. Mimo to *kosmos* pozostaje jedną z najważniejszych kategorii pozwalających nam pojmować świat. Naukowy opis rzeczywistości językiem matematyki, pozwalający przewidywać zjawiska i panować nad nimi, zastępuje pewien fragment naturalnych potrzeb religijnych człowieka. Ten długotrwały proces, który doprowadził do ostatecznie swoistej desakralizacji zarówno makro-, jak i mikro-*kosmosu* paradoksalnie zapoczątkowali pitagorejczycy ze swoim religijnym nastawieniem, z zachwytem nad światem, w którym realizują się prawa matematyczne, budując jego piękno. Pitagoreizm według współczesnych kryteriów był rodzajem sekty, łączącej to, co intelektualne, z rodzajem ezoteryki, wtajemniczenia i magii. Poprzez rodzaj filozoficznej rozumowej kontemplacji poszukiwał wyjaśnienia świata i zasad nim rządzących. Był to bardzo ważny krok, który ukształtował na wiele wieków zachodnią religijność, splatając religię, sztukę i nauki opisywane matematycznie.

Wiara w matematyczną zasadę, mającą uzasadniać budowane przez człowieka dzieła, jest jedynie kulturową konwencją. Kanony na niej oparte czasem rzeczywiście pozwalają uzyskać rodzaj ładu i zmysłowej przyjemności. Myślę, że matematyka wyrosła przynajmniej częściowo z tych samych mechanizmów kognitywnych, które warunkują odczucie ładu. To, czy istnieje ten związek, może wyjaśnić paradygmat ucieleśnionego umysłu, którego będzie dotyczył następny rozdział.

2

Matematyka ucieleśniona

To, jak odbieramy różne bodźce ze środowiska i jak je zapamiętujemy, wymaga pewnej organizacji, hierarchii i uporządkowania. Odpowiedzi na pytanie, co determinuje ten proces, można udzielić na gruncie psychologii percepcji, a szerzej – kognitywistyki. Nasze ciała i umysły wyewoluowały w przestrzennym środowisku, z którym nasi biologiczni przodkowie wchodzili w różne interakcje. Ich codzienne funkcjonowanie w świecie nadało strukturę ludzkim pojęciom i sposobowi myślenia, a więc także myśleniu matematycznemu i pojęciom matematycznym¹. Przestrzenne zdolności związane z porządkowaniem doznań, a co za tym idzie organizacją spostrzeżeń, dotyczą różnych modalności zmysłowych. Według matematyki ucieleśnionej również podstawowe pojęcia matematyczne, którymi posługuje się ludzki umysł, wyrastały z doświadczenia świata. Na gruncie kognitywizmu można próbować wyjaśnić, co łączy ład zmysłowy widziany w naturze i wytworach ludzkich, takich jak dzieła sztuki, z odczuciem ładu w abstrakcyjnym świecie matematyki.

1 Por. G. Lakoff, R. Núñez, *Where Mathematics Comes From...*, s. 5.

A. Początek kognitywizmu i ład subiektywny

Za prekursora kognitywistki uważa się Barucha Spinozę (1632–1677)². Sformułował on pogląd o subiektywnym charakterze odczucia porządku, a co za tym idzie harmonii wszechświata:

Gdy więc rzeczy są ułożone tak, że można spostrzec je zmysłami, łatwo da się je wyobrażać, a następnie łatwo sobie przypominać, nazywam je dobrze uporządkowanymi, w przeciwnym razie nazywamy je źle uporządkowanymi, czyli złożonymi. A ponieważ to, co łatwo możemy sobie wyobrazić, podoba nam się ponad wszystko inne, dlatego ludzie wolą porządek od nieładu, jak gdyby porządek w naturze nie zależał od naszej wyobraźni. Dlatego mówi się wtedy, że Bóg stworzył wszystko według porządku, i w ten sposób niesłusznie przypisuje się Bogu wyobrażnię, a nawet myśli się, że Bóg przewiduje wyobrażnię ludzką, [że] tak ułożył wszystkie rzeczy, aby ludzie mogli je sobie najłatwiej wyobrażać³.

Spinoza twierdzi, że ład wynika z doznań, których doświadczamy jako przyjemnych, ponieważ są łatwe do zapamiętania albo wyobrażenia. Istnieje on więc tylko w ludzkiej „wyobraźni”. We wcześniejszych fragmentach stwierdza, że porządek wiążemy z tym,

2 Por. T.L. S. Sprigge, *Spinoza Baruch (Benedictus)*, w: *Encyklopedia filozofii*, t. 2, red. T. Honderich, przeł. J. Łoziński, Poznań 1999, s. 865–869.

3 „Nam cum ita sint dispositæ ut cum nobis per sensus repræsentantur, eas facile imaginari et consequenter earum facile recordari possimus, easdem bene ordinatas, si vero contra, ipsas male ordinatas sive confusas esse dicimus. Et quoniam ea nobis præ cæteris grata sunt quæ facile imaginari possumus, ideo homines ordinem confusioni præferunt quasi ordo aliquid in natura præter respectum ad nostram imaginationem esset; dicuntque Deum omnia ordine creasse et hoc modo ipsi nescientes Deo imaginationem tribuunt nisi velint forte Deum humanæ imaginationi providentem res omnes eo disposuisse modo quo ipsas facillime imaginari possent” (Spinoza, *Ethica ordine geometrico demonstrata et in quinque partes distincta*, pars prima: *De Deo*, <https://spinozareadinggroup.files.wordpress.com/2014/07/spinoza-1925-ethica.pdf> [dostęp 4.12.2023]; tłum. własne).

co pożądanego, bo służy naszemu dobru i pożytkowi. To, co ludzie powszechnie określają według Spinozy jako ład i harmonię, jest więc subiektywne i intencjonalne. Według filozofa fałszywa jest wiara, że porządek tkwi w rzeczach, kiedy się nie wie nic o ich naturze. Ignorujemy to, co wykracza poza naszą wyobraźnię, traktując ten obszar – jak pisał – jako „pogmatwany”, zły i nieharmonijny. W dalszej części wywodu Spinoza z ironią pisał o tych, którzy odczucie harmonii traktują jako coś obiektywnego, objawionego czy boskiego:

Mówi się, że to, co porusza uszy, wydaje hałas, dźwięk lub harmonię. Ostatnia z nich do tego stopnia ogłupiła ludzi, że uwierzyli, iż Bóg czerpie przyjemność z harmonii. Nie brakuje filozofów, którzy przekonali siebie, że harmonię tworzą ruchy niebieskie. Wszystko to wystarczająco pokazuje, że każdy sądzi o rzeczach zgodnie z nastawieniem mózgu lub raczej przyjmuje stany wyobraźni za rzeczy⁴.

Spinoza nawiązał do pitagorejskich koncepcji, rozciągających panowanie zasad harmoniki muzycznej, opisaną liczbami, na cały wszechświat. Podejście to było inspiracją jeszcze dla Johanna Keplera (1571–1630), zmarłego dwa lata przed narodzinami Spinozy. Jako ostatni poważny uczyony usiłował on uzgodnić budowę Układu Słonecznego z matematycznym opisem harmonii muzycznej. Według Spinozy harmonię *kosmosu* jedynie sobie wyobrażamy, a tym samym fałszywie przypisujemy Bogu intencje stworzenia świata uporządkowanego. Stworzyłby go wtedy według tego, jak działają ludzkie zmysły i możliwości umysłu. Spinoza, pisząc o filozofach, którzy

4 „Et quæ denique aures movent, strepitum, sonum vel harmoniam edere dicuntur quorum postremum homines adeo dementavit ut Deum etiam harmonia delectari crederent. Nec desunt philosophi qui sibi persuaserint motus cælestes harmoniam componere. Quæ omnia satis ostendunt unumquemque pro dispositione cerebri de rebus judicasse vel potius imaginationis affectiones pro rebus accepisse” (Spinoza, *Ethica ordine geometrico demonstrata...*; tłum. własne).

dopatrują się harmonii w ruchach ciał niebieskich, nie używał słowa „matematyka”. Nie pisał konkretnie o tym, że właśnie byty matematyczne są wyłącznie wytworem wyobraźni. Powyższym stwierdzeniem sprzeciwia się jednak całej tradycji pitagorejskiej i platońskiej, które to zrodziły matematyczny opis przyrody. Jego rozważania zawarte w *Etyce* mają bardziej ogólną naturę. Przeciwnostawność dobra i zła wiąże on z opozycją: uznania i potępienia, grzechu i zasługi, ale również ładu i nieuporządkowania, kwestionując tradycję zakładającą istnienie obiektywnej harmonii we wszechświecie.

Wyrażenie przez Spinozę poglądu, że „ludzie osądzają rzeczy według możliwości swego umysłu i raczej je sobie wyobrażają niż rozumieją”⁵, było szczególnym momentem w dziejach filozofii. Spinoza głosił, że porządek w naturze nie tylko w sensie matematycznym wynika z założeń, jakie umysł ludzki przyjmuje, ceniąc sobie to, co jest dla niego łatwe do zapamiętania i to, co go najprzyjemniej pobudza. Ponadto uważał, że każdy człowiek z osobna inaczej ujmuje różne wartości, w tym i porządek:

Bo chociaż ciała ludzkie zgadzają się ze sobą w wielu rzeczach, jednak w wielu przypadkach się różnią, dlatego to, co dla jednego wydaje się dobrem, dla drugiego wydaje się złe, co dla jednego jest uporządkowane, dla drugiego jest zmaćone⁶.

Cytat ten ukazuje jeden z aspektów nowożytnego przełomu, który jest tematem moich rozważań o tym, jak zmieniał się rozumienie bytów matematycznych jako zasady porządkującej, od myśli pitagorejskiej do przełomu, który stanowi początek nowożytności.

5 „homines pro dispositione cerebri de rebus judicare resque potius imaginari quam intelligere” (Spinoza, *Ethica ordine geometrico demonstrata...*; tłum. własne).

6 „Nam quamvis humana corpora in multis convenient, in plurimis tamen discrepant et ideo id quod uni bonum, alteri malum videtur; quod uni ordinatum, alteri confusum” (Spinoza, *Ethica ordine geometrico demonstrata...*; tłum. własne).

Stanowisko Spinozy mogło się pojawić po rozpadzie średniowiecznej syntezy, kiedy to matematyka i pojęcie harmonii przestały spajać religię, sztukę i matematykę. Harmonia straciła swój absolutny, czy też boski wymiar. Jednak platonizm matematyczny jako wiara w harmonijny świat matematyki, zastępujący Boga, jako wzór dla praw fizyki do dzisiaj ma swoich wyznawców. Z kolei współcześni kognitywiści, sukcesorzy Spinozy, uważają, że nasze odczucie ładu, a więc i harmonii matematycznej, nie jest dla człowieka czymś dowolnym albo losowym. Zakładają, że opiera się ono na uniwersalnych, przypisanych wszystkim ludziom sposobach poznawania świata. Wytwarza je nasz system poznawczy, wspólny wszystkim ludziom, bo „ciała ludzkie zgadzają się ze sobą w wielu rzeczach”.

B. Modelowanie funkcji poznawczych

Pierwsza generacja kognitywizmu dominowała od lat 80. XX wieku. Podejście to zakłada możliwość modelowania funkcji poznawczych umysłu jako sztucznej inteligencji (AI) przy użyciu nawet prostych urządzeń mechanicznych, bądź w przypadku bardziej złożonych procedur – elektronicznych. Taki punkt widzenia Penrose nazywa „silną” AI. Częściej jest on określany jako „funkcjonalizm”, jednak termin ten nie oddaje istoty AI⁷. Tworzenie algorytmów, będących modelami ludzkich funkcji poznawczych jako AI, ma pomóc w zrozumieniu działania ludzkiego umysłu. Według koncepcji silnej AI mózg jest jakby komputerem, który wykonuje serie operacji, czyli określony algorytm. Można więc modelować działanie ludzkiego umysłu, który jest właściwie procedurą obliczeniową, czyli programem możliwym

7 Zob. R. Penrose, *Makroświat...*, s. 104–106; R. Penrose, *Nowy umysł cesarza...*, s. 32, 45.

do wykonania przez odpowiednio szybki komputer⁸. Modelowanie procedur umysłowych ma praktyczne znaczenie przy programowaniu robotów i wielu różnych urządzeń wspomagających nas coraz częściej w pracy albo służących nam do zabawy, na przykład do gry w szachy. Tworząc tego rodzaju algorytmy, jesteśmy w stanie jedynie imitować sposób komunikowania się urządzenia z człowiekiem, tak aby na „wyjściu” i „wejściu” kontakt z urządzeniem był jak najbardziej intuicyjny, a w skrajnych przypadkach imitował język naturalny. Na tym właśnie polega tzw. test Turinga. W uproszczeniu sprowadza się on do tego, że dowodem na „myślenie” komputera ma być takie imitowanie rozmowy, aby rozmówca miał wrażenie, że rozmawia człowiekiem⁹. Zwolennicy silnej AI uważają, że imitacja języka przy użyciu elektronicznych urządzeń może nam powiedzieć coś o istocie mózgu, a nawet dać wgląd w znaczenie pojęcia umysłu na poziomie rozważań filozoficznych¹⁰. Czy jednak rzeczywiście jesteśmy w stanie imitować procesy odbywające się w ludzkim systemie nerwowym?

Według silnej AI wszelkie myślenie polega na obliczeniach. Świadomość, inteligencja, rozumienie, a nawet stany, takie jak odczucie bólu, przyjemności, szczęścia, doświadczanie piękna, to tylko cechy algorytmu, który teoretycznie można zrealizować na maszynie liczącej, a normalnie wykonywany jest on przez mózg¹¹. Mózg dostaje dane na „wejściu”, obrabia je i daje jakąś informację albo działanie na „wyjściu”. Taka „myśląca maszyna” nie musi być zbudowana z neuronów. Mogą to być tranzystory tworzące układy bramek logicznych, obracające się koła zębate albo np. systemy siłowników i zaworów, w których porusza się ciecz. „Stany umysłowe” to realizowany przez taką materialną maszynę algorytm wykonujący matematyczne obliczenia.

8 Por. G. Lakoff, M. Johnson, *Philosophy in the Flesh: the Embodied Mind and its Challenge to Western Thought*, New York 1999, s. 75–76.

9 Por. R. Penrose, *Nowy umysł cesarza...*, s. 20–23.

10 Por. R. Penrose, *Nowy umysł cesarza...*, s. 26.

11 Por. R. Penrose, *Nowy umysł cesarza...*, s. 29.

Operacje logiczne przy użyciu symboli są więc tym, co warunkuje procesy myślenia, rozumienia, wglądu, świadomości, szczęścia. Materialne oprzyrządowanie realizujące ten proces jest bezświadome. Jest ono tylko narzędziem potrzebnym „rozumnemu algorytmowi”, aby przyjął informację na wejściu i miał jakąś materialną podporę do logicznego obrabiania symboli i przekazania informacji na zewnątrz. W ten sposób silna AI dziedziczy wszelkie metafizyczne problemy, dotyczące relacji „substancji myślącej” do „substancji rozciągłej”, znane z kartezjańskiego dualizmu¹².

Obecność wielu urządzeń cyfrowych, które zdają się mieć „sztuczne życie”, spowodowała, że „myśląca maszyna” stała się atrakcyjnym modelem umysłu, przemawiającym silnie do naszej wyobraźni. Różne mechanizmy są w istotny sposób obecne w cywilizacji zachodniej od czasów Kartezjusza. Pojawienie się zegarów, które „chodzą”, komunikują czas oraz innych automatów i zabawek, w jego czasach było podobnym przełomem, jak dzisiaj zaistnienie cyfrowych urządzeń, przeprowadzających wiele procedur myślowych za nas i zdolnych do komunikowania się z nami w coraz to bardziej wyrafinowany sposób. Większość maszyn i urządzeń słucha naszych komend i sygnalizuje nam swój stan. Coraz częściej używamy w tej komunikacji języka naturalnego, z najprostszymi mechanizmami komunikujemy się, przedstawiając dźwignie albo przyciski, a one posłusznie wykonują nasze polecenia. Realizując jakieś nawet bardzo proste algorytmy, mówią nam coś, zapalając lampki albo przesuwając wskazówki. Komputer w teście Turinga ma emulować rozmowę, posługując się jedynie bardziej skomplikowanym zestawem symboli niż np. zegarek albo termostat.

Urządzenie realizujące algorytm, który ma według silnej AI modelować pracę mózgu czy świadomość, wcale nie musi ani wysłać, ani przyjmować komunikatów. Może obliczać coś wewnątrz swojej

12 Por. R. Penrose, *Nowy umysł cesarza...*, s. 36.

„sztucznej jaźni”. Imitacja rozmówcy przez maszynę w teście Turinga ma udowodnić, że myślenie jest niczym więcej, tylko działaniem wystarczająco skomplikowanego algorytmu obliczającego i że taki algorytm udało się uruchomić. Jeśli wyobrazić sobie dwa rozmawiające w języku naturalnym automaty, to byłyby to układ zupełnie odizolowany od rzeczywistości. Stanowiłyby one zamknięty system. Takie rozumienie funkcji umysłowych powoduje, że świat zewnętrzny, środowisko nie jest mózgowi wcale potrzebne. Mógłby on istnieć i działać całkowicie autonomicznie. Zwolennicy silnej AI powiedzą zapewne, że być może sieć neuronalna mózgu jest w stanie obrabiać informacje, będąc odizolowaną od zewnętrznego świata (np. gdy śnimy) albo w laboratoryjnych warunkach deprawacji sensorycznej, polegającej na odcięciu wszelkich bodźców zewnętrznych. Wszelkie dualistyczne koncepcje od Platona do Kartezjusza głoszą, że to umysł jako siedlisko duszy czy świadomości steruje naszym ciałem, a nawet może istnieć oddzielnie. Dzisiaj powszechność urządzeń złożonych z *hardware'u* i *software'u*, czyli jakby z rozciągniętego mózgu i myślącej duszy, podtrzymuje dualistyczne nastawienia do funkcji psychicznych żywych organizmów. Zgodnie z takim poglądem mózg – rozumiany jako *hardware* – można by wyjąć z ciała i uruchomić na nim *software*, który byłby świadomością. Można też skopiować umysł do pamięci komputera albo zapisać w strukturze kryształów, a nawet wyryć na skale jako sekwencję symboli, przechowując w ten sposób świadomość¹³.

Koncepcji funkcjonalizmu formalnego albo inaczej silnej AI można zarzucić następujące słabości:

1. Przyjęcie założenia, że podstawowym zadaniem umysłu jest przetwarzanie języka, a więc realizacja algorytmu, wykonującego operacje logiczne na symbolach.

13 Por. R. Penrose, *Nowy umysł cesarza...*, s. 42.

2. Dualizm „duszy i ciała” wynikający z traktowania umysłu jako izolowanego układu: zarówno wobec organizmu, którym miałyby ewentualnie „sterować”, jak i środowiska funkcjonowania tego organizmu.

Silna AI, rozumiana jako modelowanie algorytmiczne funkcji poznawczych, nie daje odpowiedzi na pytanie, jak umysł został ukształtowany ewolucyjnie jako składowa organizmu żyjącego w środowisku. Twórcy drugiej generacji nauk kognitywnych podjęli próbę odpowiedzi na te słabości.

C. Matematyka w drugiej generacji nauk kognitywnych

Druga generacja nauk kognitywnych (*second generation cognitive science*) ujmuje relacje ciała i umysłu w nowy, bardziej przekonujący sposób. Za jej początek można przyjąć rok 1980, kiedy zostaje wydana książka zatytułowana *Metafory w naszym życiu*¹⁴ autorstwa językoznawców George’a Lakoffa i Marka Johnsona – prekursorów lingwistyki kognitywnej. Aby wyjaśnić naturę języka, wprowadzają paradygmat ucieleśnionego umysłu. Lakoff kontynuował swoje rozważania, wraz z innymi współpracownikami odnosząc je między innymi do matematyki, wydając wraz z Rafaelem Núñezem książkę *Where Mathematics Comes From. How the Embodied Mind Brings Mathematics Into Being*¹⁵. Koncepcja ucieleśnionego umysłu stanowi więc przełom w rozumieniu natury pojęć, w tym pojęć matematycznych. Zakłada ona, że mózg i umysł wykształciły się ewolucyjnie w ciele jako składowa żywego organizmu, pozwalając temuż lepiej funkcjonować w przestrzennym środowisku. Ani mózg, ani ciało nie

14 Por. G. Lakoff, M. Johnson, *Metafory w naszym życiu*, przeł. T.P. Krzeszowski, Warszawa 2010; G. Lakoff, M. Johnson, *Philosophy in the Flesh...*, s. 77–78.

15 Por. G. Lakoff, R. Núñez, *Where Mathematics Comes From...*

są siedliskiem umysłu, to umysł jest własnością ciała albo inaczej: to ciało kształtuje umysł, będąc „narzędziem poznawczym”. Ludzki mózg wyewoluował razem z ciałem w zmiennym środowisku. Ciało i jego doświadczanie bytowania jest podstawowym i jakby pierwotnym doświadczeniem naszych ewolucyjnych przodków i człowieka. Umysł i ciało są jednością jako narzędzie poznania i razem wytwarzają system pojęciowy w kontakcie ze światem zewnętrznym. Pewną analogią do monistycznej metafizyki Spinozy jest tu nie tylko jedność ciała i umysłu. Ucieleśniony umysł jest osadzony (*embedded*) w przestrzeni, w środowisku i stanowi jedność ze światem. To ciało w interakcji ze środowiskiem kształtuje umysł i system pojęciowy człowieka¹⁶. Pogląd ten jest zatem bliższy myśli Spinozy niż dualizmowi Kartezjusza. Spinoza pisał w liście do Hugo Boxela, że na to, jak rozumiemy pojęcie piękna, wpływa wielkość i budowa naszych ciał:

Piękno, mój drogi Panie, to nie tyle cecha przedmiotu, jaki widzimy, ale efekt wyarty w tym, który go widzi. Gdyby nasz wzrok był dłuższy lub krótszy albo gdyby nasza konstytucja była inna, to, co teraz wydaje się nam piękne, wydawałoby się zniekształcone, a to, co teraz uważamy za zniekształcone, powinniśmy uważać za piękne. Najpiękniejsza dłoń widoczna przez mikroskop będzie wyglądała okropnie. Niektóre rzeczy są piękne na odległość, ale brzydkie blisko; zatem rzeczy rozważane same w sobie i w relacji do Boga nie są ani brzydkie, ani piękne¹⁷.

Spinoza, na drodze rozważań filozoficznych nie dysponując wynikami badań nauk szczegółowych, sformułował pogląd, że na nasze rozumienie świata decydujący wpływ mają własności ludzkiego

16 Por. M.L. Hohol, *Matematyczność ucieleśniona*, w: *Oblicza racjonalności: wokół myśli Michała Hellera*, Kraków 2011, s. 153.

17 *Letter LVIII (LIV): Spinoza to Hugo Boxel*, w: *Improvement of the Understanding, Ethics and Correspondence of Benedict de Spinoza*, transl. by R. H. M. Elwes, Washington–New York 1901, s. 388.

organizmu. Zajmował się on „rozważaniem rzeczy samych w sobie”, podczas gdy kognitywistyka stawia sobie skromniejsze zadanie, pytając o naturę procesów umysłowych człowieka. Współcześni kognitywiści przyjmują, że wiedza na temat tego, jak działa ludzki umysł, wymaga wsparcia badań neurobiologicznych, społecznych, kulturowych, ekologicznych i ewolucyjnych¹⁸. Darwinizm miał istotny wpływ na wytworzenie paradygmatu ucieleśnionego umysłu, wynikającego z założenia, że mózg wyewoluował tak, aby na informacje docierające ze środowiska generować odpowiedzi optymalne dla przetrwania. Dlatego też bez kontekstu środowiskowego nie można wiele sensownego powiedzieć o tym, jak działa umysł.

Paradygmat ucieleśnionego umysłu poprzedziły rozważania Maurice'a Merleau-Ponty'ego (1908–1961) prowadzone na gruncie epistemologii. W latach 1949–1952 wykładał on psychologię i pedagogikę na Sorbonie. Jako filozof fenomenolog był więc zaangażowany również w naukę, a zwłaszcza psychologię rozwojową. Przyczynił się swoją myślą do przyjęcia dokonań fenomenologii na polu kognitywistyki i psychologii. W swych analizach odwoływał się do eksperymentów psychologicznych. Zgromadził wiedzę dotyczącą psychopatologii, co pozwoliło mu na kwestionowanie ustaleń ówczesnej klasycznej psychologii. W 1945 roku wydał *Fenomenologię percepcji* [*Phénoménologie de la perception*]¹⁹. Została tam przedstawiona koncepcja ciała, stanowiąca alternatywę dla kartezjańskiego *cogito*: świadomość, świat i ciało ludzkie są ze sobą misternie powiązane i wzajemnie zaangażowane w postrzeganie. Doświadczenie naszej indywidualnej cielesności jest pierwotne wobec doświadczania świata jako obiektu poznania. Ciało staje się zatem jakby odniesieniem do innych doświadczeń. Zjawiska są korelatem naszego organizmu

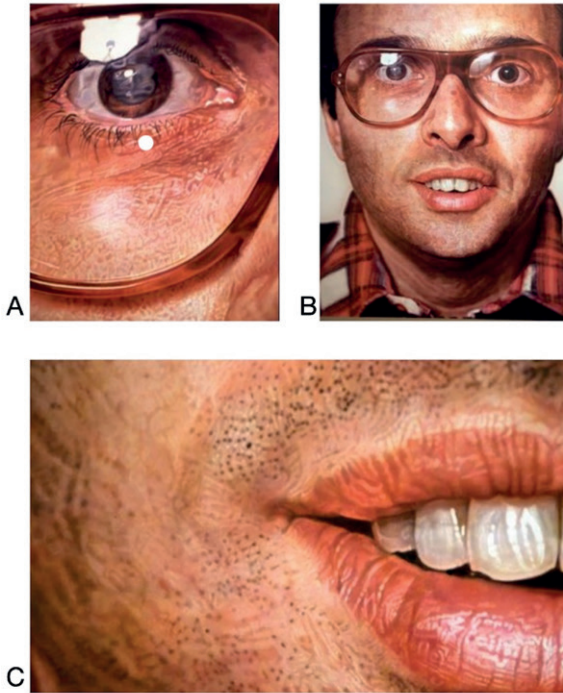
18 Por. M. L. Hohol, *Matematyczność ucieleśniona*, s. 154.

19 Por. M. Merleau-Ponty, *Fenomenologia percepcji*, przeł. M. Kowalska, J. Migasiński, Warszawa 2001.

i jego funkcji czuciowo-ruchowych. Merleau-Ponty napisał: „nasz schemat cielesny jest globalnym uświadomieniem pozycji w świecie międzyzmysłowym”²⁰. Zatem ciało integruje i nadaje sens wszelakim doznaniom zmysłowym. W ten sposób wprowadza je na „wyższy poziom”, umożliwiając konstruowanie pojęć.

Malarstwo w kilku różnych okresach swej historii próbowało przekraczać granice naturalnego widzenia ludzkiego ciała. Tajemnica cielesności fascynowała szczególnie malarzy późnego średnio-wieczna. Cieleśność ich obrazów staje się niemal dotykalna. Widz jej doświadcza realnością przeżywania własnego ciała. Z pewnością szczytowym osiągnięciem tego stanu jest *Ołtarz gandawski* Jana van Eycka. Tu postaci Adama i Ewy przestają być perfekcyjną iluzją, stając się przeżyciem naszej własnej cielesności. Podobnie głęboko sięgnął współczesny malarz amerykański Chuck Close. Jego obrazy przekraczają stosowalność terminu „hiperrealizm”. W latach 70. XX wieku Close malował obrazy ludzkich twarzy niemal dwukrotnie większych od żywego człowieka. Pokazywał je w wielkich salach, by droga widza do obrazu była długa (il. 1). Widz, zbliżając się do tych wizerunków, z każdym krokiem otrzymywał nową porcję informacji, najpierw tylko wzrokowej, potem niuansów anatomicznych, by już w odległości około jednego metra dojść do niesmacznych doznań fizjologicznych we własnym ciele. Ilustracja pokazuje stopniowanie tych doznań. Malarstwo Chucka Close’a wyprzedziło o około 20 lat odkrycie w ludzkich mózгах neuronów lustrzanych, którymi symulujemy przeżycia ludzi, na których patrzymy.

20 M. Merleau-Ponty, *Fenomenologia percepcji*, s. 118.



1. Ilustracja pogłądowo ukazuje odczucia widza związane z okropnością szczegółów anatomicznych ludzkiej twarzy na detalach (A i C). Efekt ten artysta uzyskał dzięki przeskalowaniu twarzy na obrazie (B) o wymiarach 141×110 cm. Chuck Close, *Mark*, 1978–1979, akryl na płótnie, Metropolitan Museum of Art, New York. Źródło: archiwum autora.

Lakoff i współpracownicy, twórcy paradygmatu ucieleśnionego umysłu, wyjaśniając istotę myślenia pojęciowego, traktują język jako system metafor. Według nich metafora nie jest stylistycznym zabiegiem językowym, lecz stanowi narzędzie umożliwiające nasze działania i rozumienie świata. Jest wręcz cechą umysłu, pozwalającą integrować różne doświadczenia cielesne poprzez przeniesienie np. tego, co wiąże się z motoryką, na myślenie pojęciowe o przestrzeni. Tak piszą o funkcjonowaniu metafory w naszym systemie poznawczym:

Powszechnie uważa się metaforę za właściwość języka jedynie, a więc rzecz związaną ze słowami, nie zaś z myślami czy działaniami. Z tego powodu większość ludzi sądzi, że można doskonale obyć się bez metafory. My zaś, przeciwnie, odkrywamy obecność metafory w życiu codziennym. Nie tylko w języku, lecz też w myślach i czynach. System pojęć, którymi się zwykle posługujemy, by myśleć i działać, jest w swej istocie metaforyczny²¹.

Według tej koncepcji wszelkie wypowiedzi dotyczące pojęć abstrakcyjnych bez użycia myślenia metaforycznego byłyby pozbawione sensu. Myślenie metaforyczne ma swoje podłoże w wykształconym ewolucyjnie mechanizmie neuronalnym²². Proste pojęcia przestrzenne, na których przy użyciu metaforyzacji możemy budować kolejne, to na przykład góra/dół. Ich siła i wyrazistość wynikają ze sposobu funkcjonowania naszych ciał w przestrzeni. Lakoff i Johnson piszą:

struktura naszych pojęć przestrzennych wyrasta z naszego nieustanniego doświadczenia przestrzennego, to znaczy naszego współdziałania ze środowiskiem fizycznym. Pojęcia, które się w ten sposób wyłaniają, to pojęcia, wokół których organizujemy nasze życie w najbardziej podstawowym sensie²³.

Gdy mówimy, że „osiągnęliśmy szczyt” albo że „tamci na górze tak kazali”, tworzymy wyrazistą i emocjonalną wypowiedź, wynikającą z naszego odczuwania przestrzeni i rozpoznawania świata poprzez odczucie pola grawitacji, w którym są zanurzone nasze pionowe ciała. Język nie rozwija się dowolnie, mimo że dzięki metaforyczności naszego myślenia jest systemem otwartym. Nowe pojęcia

21 G. Lakoff, M. Johnson, *Metafory...*, s. 29.

22 Por. B. Brożek, M. Hohol, *Umysł matematyczny...*, s. 93–94.

23 G. Lakoff, M. Johnson, *Metafory...*, s. 94.

pojawiają się jako metafory, mające podstawę w doświadczaniu naszego bycia w świecie w sensie przestrzennym, jak w przypadku schematu góra/dół, ale też w równie pierwotnych doświadczeniach percepcyjnych i emocjonalnych. Najwyraźniej zarysowane są pojęcia oparte na tym, jak funkcjonują nasze ciała, czyli odwołujące się do motoryki, koordynacji, widzenia i innych zdolności percepcyjnych związanych z odczuwaniem, a tym samym rozumieniem przestrzeni. Emocje jako źródło pojęć są mniej efektywne, bowiem tego rodzaju doświadczenia nie są wystarczająco wyraziste w czynnościach wykonywanych przez nasze ciało. Dlatego emocje wyrażamy, mówiąc na przykład „podniosłem się z upadku” albo „czarno widzę”, czyli odwołując się do przestrzeni albo doznań zmysłowych²⁴. Nasze funkcje przestrzenno-motoryczne i percepcyjne są podstawą wyraźnie zarysowanej struktury pojęciowej, również pojęć matematycznych, które między innymi dlatego wydają się być pewne i niewzruszone. Na tych przykładach widać, co jest istotą metafory – to przeniesienie znaczenia z jednej modalności do drugiej – porażka czy niepowodzenie, z którym udało się nam poradzić nie ma zwykle związku z przestrzenią, a jednak „upadamy, aby powstać”. Metafora ta wynika z doświadczania naszej motoryki w polu grawitacji. Gdy mówimy o czymś, używając słów „tak jakby” albo „to jakby”, zwracamy uwagę, że wypowiedź należy rozumieć właśnie metaforycznie – „to stanowi tak jakby następny krok rodzaju ludzkiego” albo „to jakby cofnąć się”. Gdy mówimy o kolejności zdarzeń, czas opisujemy w kategoriach przestrzennych. Coś wydarzyło się „przed” albo „po” czymś. W polskim i innych europejskich językach metafora ujmuje czas jako „płynący jak rzeka”, w kierunku horyzontalnym. Wyrażamy też niekiedy kwestie dotyczące czasu poprzez odwołanie się do cyklicznego kolistego ruchu. W języku chińskim czas „spada” – co było wcześniej jest „nad”, „powyżej” 上 (*shàng*),

24 Por. G. Lakoff, M. Johnson, *Metafory...*, s. 95.

a co później jest „pod” 下 (*xià*). W przypadku znaków reprezentujących te słowa widać, że są one ideogramami i graficznie ukazują w metaforyczny sposób przestrzenną sytuację bycia „nad” i „pod”. Należy zwrócić uwagę, że ta dalekowschodnia metafora dotycząca czasu ma również charakter przestrzenno-motoryczny. Nazwanie odczuć dotyczących czasu jest przykładem, w jaki sposób metafory umożliwiają posługiwanie się pojęciami abstrakcyjnymi, pozwalając je nam uchwycić i wyrazić²⁵. Na metaforach może się opierać budowa kolejnych metafor. Gdy piszę, że „istotnie posunąłem naprzód moje rozważania na temat ładu”, buduję rodzaj meta-metafory odwołującej się do motoryki (posunąłem naprzód) i odczucia równowagi albo konkretnej czynności (rozważania). Oczywiście słowo „rozważanie” straciło swój metaforyczny charakter. Jest mocno osadzone w języku. Jednak pierwotnie każde słowo było metaforą, stanowiąc oznaczenie jakiejś rzeczy czy rodzaju odczucia. Kiedyś zapewne filozof albo poeta powiedział „trzeba to tak jakby rozważyć”. Tym samym stworzył nowy byt, rozszerzając w pewnym sensie nasz ludzki świat. W ten oto sposób metafory powiększają zakres języka, tworząc nowe znaczenia i światy informacji, wśród których możemy się poruszać. Jednak w swej istocie metafory nie dotyczą jedynie języka. Są mechanizmami poznawczymi umożliwiającymi przenoszenie rozumienia znaczeń lub działań z jednej dziedziny do drugiej²⁶.

Metafory wykształciły się w drodze ewolucji jako struktury poznawcze, pozwalające człowiekowi posługiwać się nimi i wykształcać pojęcia abstrakcyjne. Są rodzajem kognitywnych mechanizmów działających pozaświadomie w takim sensie, że nie mamy zwykle do nich dostępu poprzez bezpośrednią introspekcję²⁷. Pozwalają

25 Por. G. Lakoff, M. Johnson, *Philosophy in the Flesh...*, s. 139–144.

26 Por. G. Lakoff, M. Johnson, *Metafory...*, s. 29–32.

27 Por. G. Lakoff, R. Núñez, *Where Mathematics Comes From...*, s. 5; J. Dębiec, *Mózg i matematyka*, Kraków–Tarnów 2002, s. 49, 53.

tworzyć abstrakcje na podstawie konkretnych rzeczy, odczuć czy emocji. Jednak metaforyczność, wynikająca z doświadczania przestrzeni poprzez motorykę i odczucie ciała, jest wyraźniej zarysowana w sposobach funkcjonowania naszych organizmów. Natura emocji powoduje, że często trudno nam je sobie uświadomić, choć oczywiście wyrażamy je i w pewnym zakresie odczuwamy, ale są one poza naszą bezpośrednią kontrolą. Dlatego w naszym sposobie myślenia i porozumiewania się to, co wynika z doświadczania przestrzeni i percepcji, jest wyraźnie określone – w przeciwieństwie do emocji. Metafory funkcjonują jako środek tworzenia nowych rzeczywistości przekraczających konwencje. Matematyka jest właśnie takim obszarem ludzkiej aktywności. Swoje uporządkowanie i koherencje zawdzięcza między innymi temu, że wyrasta jako abstrakcja z podstawowych cielesnych doświadczeń ciała, zanurzonego w interakcjach z przestrzennym środowiskiem.

Lakoff kontynuował swe dociekania razem z Núñezem. Rozwijając teorię metafor, opisali oni matematykę jako system pojęciowy wytwarzany przez ucieleśniony umysł. Matematyka wykształciła się z pierwotnych doznań związanych na przykład ze zdolnością dostrzegania rozmieszczenia obiektów, ich grupowania oraz szacowania i porównywania wielkości²⁸. Dzięki ciału jesteśmy w stanie zrozumieć, że coś jest jego częścią albo może być oddzielne. Ten schemat pozwala nam pojmować inne „ciała-objekty” i to, co jest do nich przynależne bądź od nich odrębne. Relacja ta wykracza jednak poza to, co jedynie fizyczne i przestrzenne. Mówimy przecież, że „rok składa się z miesięcy”, „a w życiu ważne są chwile” albo „wyrzuciłem to z mej pamięci”. Konkretno doświadczenie zawierania się i odrębności przeniesione zostaje w tych wyrażeniach na inny obszar poznania. Według Lakoffa „istotą metafory jest rozumienie

28 Por. M. Merleau-Ponty, *Fenomenologia percepcji*, s. 109nn.

i doświadczanie pewnego rodzaju rzeczy w terminach innej rzeczy²⁹. Lakoff i Núñez przytoczoną wcześniej relację przynależności i odrębności, nazywaną przez nich schematem pojemnika albo zawierania, na gruncie matematyki odnoszą do rachunku zbiorów, ale też do algebry, logiki formalnej, algebry Boole'a itd.³⁰. Tym samym to, co stanowi strukturę pojęciową tego, co nazywamy matematyką, wypływa z naszego bycia w świecie w najbardziej podstawowym sensie. Tak wyjaśniają to Lakoff i Núñez:

Matematyka jest naturalną częścią bycia człowiekiem. Powstaje z naszych ciał, z naszych umysłów i codziennego doświadczania świata przez każdego z nas. Jest konsekwencją historii ewolucji człowieka, neurobiologii, zdolności poznawczych i kultury³¹.

W ich koncepcji ważne są zarówno ewolucyjnie ukształtowane neuronalne możliwości, jak i kultura tworzona przez człowieka, której to matematyka jest częścią. Lakoff i Núñez piszą:

Skuteczność matematyków w opisie świata jest hołdem dla ewolucji i kultury. Ewolucja ukształtowała nasze ciała i umysły w taki sposób, że odziedziczyliśmy neuronalne zdolności do ujmowania prostych liczb i podstawowych relacji przestrzennych. Kultura przez tysiąclecia testów i błędów umożliwiła milionom bystrych obserwatorów natury rozwój i przejście do coraz to bardziej wyrafinowanych matematycznych narzędzi – narzędzi ukształtowanych do tego, co oni obserwują³².

29 G. Lakoff, M. Johnson, *Metafory...*, s. 31.

30 Zob. G. Lakoff, R. Núñez, *Where Mathematics Comes From...*, s. 107–139.

31 G. Lakoff, R. Núñez, *Where Mathematics Comes From...*, s. 377.

32 G. Lakoff, R. Núñez, *Where Mathematics Comes From...*, s. 378.

Autorzy zwracają więc uwagę na kolektywny kulturowy wysiłek wielu pokoleń ludzi, doskonalących i rozwijających narzędzia poznawcze, w które wyposażyła ich ewolucja. Kultura w koncepcji metafor nie jest tylko przekazem wiedzy i konwencji, lecz raczej środowiskiem funkcjonowania człowieka. Można to ująć tak, że nasze doświadczenie jest w pełni uwarunkowane kulturowo, a nasza kultura wpływa na sposób, w jaki doświadczamy świata. Innymi słowy, nasza kultura jest obecna we wszystkich aspektach naszego doświadczenia³³.

D. Ciało zanurzone w kulturze

Austriacki zoolog Konrad Lorenz zwrócił uwagę, że filogeneza i proces kulturowy człowieka są ze sobą ściśle powiązane. Według niego traktowanie zwierzęcego instynktu jako „naturalnie” ukształtowanego, a ludzkiej kultury jako ukształtowanej „sztucznie”, jest błędem. Człowiek stał się istotą kulturową w wyniku filogenezy. Badacz twierdzi, że mózg ludzki uległ przebudowie pod naciskiem ewolucyjnej selekcji wobec wymagań, jakie stawiała kumulacja wiedzy przekazywanej przez tradycję. W jego przekonaniu myślenie pojęciowe wykształciło się w wyniku intensywnych i charakterystycznych dla naszego gatunku interakcji społecznych³⁴. Nasza kultura jest częścią naszej biologii. Tym samym poznanie matematyczne jest „naturalną częścią bycia człowiekiem” w sensie biologicznym.

Lorenz poprzestaje jednak w swych rozważaniach na ewolucyjnym wyjaśnieniu podstaw kultury. Interesują go filogenetycznie wykształcone mechanizmy poznawcze, które umożliwiły jej rozwój.

33 Zob. G. Lakoff, M. Johnson, *Metafory...*, s. 94.

34 Zob. K. Lorenz, *Odwrótne strona zwierciadła*, przeł. K. Wolicki, przedm. H. Buczyńska-Garewicz, Warszawa 1977, s. 295.

To, jak sam proces kulturowy wpływa na nasze poznanie, leży poza obszarem jego rozważań. Rozwój matematyki dokonał się w czasie historycznym, w którym nasze ciała, możliwości neuronalne i sensoryczne nie zmieniły się w sposób istotny. W tym samym czasie zaszły potężne przeobrażenia naszego środowiska związane z rozwojem kultury. Zmieniło to nasz odbiór i rozumienie świata. Zwiększył się lawinowo obszar naszego poznania, a co za tym idzie informacji, które człowiek musi przyjąć i uporządkować. Matematyka jest jedną z kulturowych instytucji pozwalających nam uporać się z tym zadaniem.

Teorię kultury rozumianej jako produkt ewolucji opartej na biologicznie dziedziczonych zdolnościach społecznych do tworzenia konwencji i symboli sformułował Michael Tomasello. W jego teorii obecne jest echo przekonań poprzedzających go Konrada Lorenza i Noama Chomsky'ego. Lorenz powoływał się na wspólne cechy różnych ludzkich zachowań. Zakładał, że jeżeli na przykład: budowa języka na poziomie jego logicznych struktur oraz ekspresja gestów są takie same u różnych ludzi, oznacza to, że mają one genetyczną podstawę i istnieje wrodzona aparatura myślenia pojęciowego³⁵. Widać tu wyraźne podobieństwo do idei uniwersalnej gramatyki (UG) Chomsky'ego rozumianej jako wyposażenie genetyczne określające „architekturę języka”³⁶. W koncepcji Tomasella wprawdzie pewne cechy kultury mają specyficzną podstawę genetyczną, jednak istnieją takie, które nie mają bezpośrednich filogenetycznych podwalin. Kumulatywny rozwój człowieka w procesie kulturowym wynika z biologicznie uwarunkowanych zdolności społeczno-poznawczych, pozwalających tworzyć konwencje i symbole, na których można budować kolejne, niemające już bezpośredniego oparcia w filogenezie. Myślenie pojęciowe może opierać się na tych

35 Zob. K. Lorenz, *Odwrotna strona zwierciadła*, s. 305–306.

36 N. Chomsky, *Jakimi istotami jesteśmy?*, przeł. J. Rybski, Kraków 2017, s. 52.

cechach kultury, które nie wyewoluowały w sensie biologicznym, ale traktujemy je jako część naszej ludzkiej natury. „Człowieka poznającego” kształtują trzy równoległe procesy: filogenetyczny jako ewolucja naszego gatunku, historyczny, czyli kształtowanie się kultury, i ontogeneza, rozumiana jako indywidualny proces uczenia się na bazie zasobów kulturowych³⁷. W ten sposób staliśmy się – jak to określił Tomasello – „rybami pływającymi w morzu kultury”³⁸.

Zdaniem Lorenza powszechność niektórych cech kultury w różnych populacjach ludzkich jest dowodem na ich filogenetyczny charakter. Według idei Tomasella pewne formy transmisji wzorców zachowań umożliwiają utrwalanie i rozprzestrzenianie się wielu konwencji kulturowych, nadając im uniwersalny charakter. Wynikają one ze szczególnego przystosowania naszego gatunku do działania kooperatywnego w grupach kulturowych, co zaowocowało takimi osiągnięciami, jak język, matematyka, niebywały rozwój technologiczny, organizacja społeczna³⁹. Są one dla nas jakby częścią natury. Tomasello nie rozgranicza natury i środowiska kulturowego – środowisko jest częścią natury czy jedną z form przyjmowanych przez nią⁴⁰. Według niego toczące się obecnie dyskusje na temat wyboru pomiędzy „naturą a środowiskiem” oraz „wrodzonym a nabytym” odwołują się do XVIII-wiecznych europejskich debat między filozofami racjonalistycznymi a empirystami, którzy poruszali kwestie umysłu i moralnych cech człowieka. Debaty te miały miejsce przed pojawieniem się teorii Karola Darwina, która otworzyła społeczności naukowej nowe perspektywy w rozumieniu procesów biologicznych.

37 Zob. M. Tomasello, *Kulturowe źródła...*, s. 18–19, 287.

38 M. Tomasello, *Kulturowe źródła...*, s. 286.

39 Zob. M. Tomasello, *Dlaczego współpracujemy. Na podstawie serii wykładów Tan-nera o wartościach ludzkich, wygłoszonych przez autora w Stanfordzie w 2008 r.*, przeł. Ł. Kwiatek, Kraków 2016, s. 25.

40 Zob. M. Tomasello, *Kulturowe źródła...*, s. 281.

Choć wprowadzenie myśli darwinowskiej powinno było zakończyć spory dotyczące filogenezy i roli ontogenezy w filogenezie, to jednak nie stało się tak, a rozwój dzisiejszej genetyki doprowadził do powstania nowej debaty o bardziej konkretnych kwestiach, dotyczącej wyboru między „genami a środowiskiem”⁴¹.

Lorenz tkwi jeszcze w tym XVIII-wiecznym paradygmacie wymieszanym z ewolucjonizmem. Twierdzi, że to, co wyuczone, układa się w sztywnych ramach wrodzonej „aparatury do myślenia pojęciowego”, przygotowanej przez ewolucję do kulturowego uczenia się. Według tej koncepcji w środowisku nabywamy słownik symboli rzeczy, które umieszczamy w gotowej strukturze umysłu. Tomasello sprzeciwia się takiemu myśleniu. Daleki jest od stosowania determinizmu genetycznego w wyjaśnianiu możliwości poznawczych człowieka, choć zaznacza, że geny są niezbywalną częścią wyjaśniania ewolucji poznawczej naszego gatunku⁴². Na ludzkie możliwości poznawcze – obok genetycznego wyposażenia – składa się wszystko to, co otrzymujemy od innych w procesie inkulturacji i indywidualnego procesu uczenia się. Suma tych czynników określa to, kim jesteśmy jako istoty zdolne do komunikacji, opisywania i rozumienia świata fizycznego i relacji społecznych.

Według Tomasella kulturowe uczenie się w zakresie matematyki opiera się na fundamencie zdolności poznawczych, które dzielimy z niektórymi ssakami i wszystkimi innymi naczelnymi: umiejętności zapamiętywania położenia obiektów w najbliższym środowisku, skracania drogi albo szukania innej naokoło, podążania za ruchem widocznych i niewidocznych obiektów, tworzenie kategorii obiektów na podstawie ich podobieństwa, rozumienie małej liczby obiektów (*subitancja*) i porównywanie liczby większych grup obiektów

41 M. Tomasello, *Kulturowe źródła...*, s. 69.

42 Zob. M. Tomasello, *Kulturowe źródła...*, s. 68nn.

(*estymacja*), rozwiązywanie problemów przez wgląd⁴³. *Subitancja* to wbudowana w nasze mózgi umiejętność określania liczebności małych grup obiektów w zakresie 1–3. *Estymacja* to umiejętność szacowania wielkości zbiorów obiektów. Pozwala ona ocenić np. w którym koszu jest więcej jabłek bez konieczności przeliczania ich (omówię szczegółowo te rudymentalne umiejętności matematyczne w kolejnym rozdziale). Wszystkie wymienione wcześniej zdolności stanowią podstawę różnych, bardziej złożonych umiejętności przestrzennych i rachunkowych, ale również mają związek ze „zmysłem porządku”, umożliwiając nadawanie spójności różnym spostrzeżeniom i działaniom. Tomasello docieka istoty całej kultury i jej wpływu na ludzkie zdolności poznawcze. Geneza matematyki nie jest główną osią jego rozważań. Pyta, co nas różni od innych ssaków i naczelnych, pozwalając wytworzyć nam kulturę, w tym dziedziny będące przedmiotem moich rozważań, matematykę i sztukę. Ludzie często podejmują dziwne działania, korzystając ze swoich mózgów, bardzo podobnych do małpich. Zajmujemy się aktywnościami, o których żadne inne zwierzęta nawet nie myślą. Każde zwierzę musi odnaleźć drogę do kluczowych miejsc w swoim naturalnym środowisku. Jednak to ludzie są jedynymi istotami na ziemi, które posługują się mapami i zdolne są rozważać geometryczną strukturę wszechświata poza jakimkolwiek miejscem, do którego mogą podróżować. Mimo że wiele zwierząt potrafi zauważyć różnice liczbowe, to tylko ludzie stworzyli system pojęć liczb naturalnych oparty na powtarzalnej procedurze przeliczania⁴⁴. Co wyróżnia nasz gatunek, umożliwiając przekształcenie i rozwój podstawowych zdolności poznawczych w umiejętność opisu świata przy użyciu złożonych struktur matematycznych? Dlaczego

43 Zob. M. Tomasello, *Kulturowe źródła...*, s. 25–26, 64; R. Penrose, *Norwy umysł cesarza...*, s. 132–133.

44 Zob. M. Tomasello, *Dlaczego współpracujemy...*, s. 148.

człowiek jest zdolny tworzyć coraz to bardziej wyrafinowane konstrukcje, kształtujące ład i celowość jego działania, wyrażające się w takich obszarach, jak sztuka i technologia? Co nas różni np. od szympansa, który żyjąc w środowisku kulturowym człowieka, nie staje się istotą kulturową. Tomasello zwraca też uwagę, że niektórzy ludzie z powodu uszkodzeń neurofizjologicznych, na przykład autyzmu⁴⁵, zatracili zdolność do uczestnictwa w swoich kulturach. Co jest więc podstawą tworzenia kultury i udziału w niej?

Według Tomasella transmisję kulturową umożliwiło pojawienie się biologicznie uwarunkowanej zdolności do rozumienia innych ludzi jako istot intencjonalnych i myślących „tak jak ja”⁴⁶. To ta cecha odróżnia nas od innych naczelnych, pozwalając w czasie uchwytnym historycznie przeobrazić się naszemu gatunkowi w kumulatywnym procesie wykorzystującym efekt zapadki (*ratchet effect*). Termin ten oznacza zdolność ludzkości do gromadzenia różnych modyfikacji kulturowych, dokonywanych kolektywnie bądź przez poszczególne jednostki. Wraz z upływem czasu modyfikacje te stają się coraz bardziej złożone i pozwalają spełniać coraz więcej funkcji przystosowawczych⁴⁷. Wprowadzony przez Tomasella termin „zapadka kulturowa” można porównać do zatrzaszkujących się drzwi, które w jakimś wielkim labiryncie korytarzy nie pozwalają nam już na powrót, ale musimy iść dalej i szukać kolejnych ukrytych przejść, którymi można podążać tylko w jednym kierunku. Innym porównaniem mogą być poziomy w grze komputerowej – gdy osiągamy kolejny, wyższy, nie ma powrotu do tych już pokonanych. Metafora zapadki ilustruje, jak uczenie kulturowe u człowieka umożliwi wiernie przekazywanie różnych wariantów zachowania w taki sposób, aby nie zaniknęły, lecz mogły stać się bazą kolejnych innowacji.

45 Zob. M. Tomasello, *Kulturowe źródła...*, s. 126.

46 M. Tomasello, *Kulturowe źródła...*, s. 75.

47 Zob. M. Tomasello, *Kulturowe źródła...*, s. 54.

Owa baza to już pokonane poziomy w tej grze, jaką jest kumulacja kulturowa. Składają się na nią między innymi: wzorce zachowań, sposoby ujmowania problemów i perspektywy poznawcze – uczymy się ich od innych. Gdy więc pojawi się jakiś wytwór kultury, jest on transmitowany następnemu pokoleniu, które może go zmodyfikować i przekazać następcom.

Człowiek uczy się nowych zachowań i porozumiewania poprzez naśladownictwo innych osobników, polegające na rozumieniu ich intencji działania i przyświecających im celów, jakby „czytając w ich myślach”. Umożliwia to z kolei przyjęcie perspektywy „my”, zamiast „ja” i „ty”. Przypisywanie innym osobnikom określonych stanów mentalnych, uczuć, dążeń, przekonań, intencji, ale i udawania czy oszukiwania, określa się mianem teorii umysłu. Moje ja na drodze wniosku przyjmuje, że inne istoty ludzkie posiadają umysły podobne do naszych, a ich stany i procesy myślowe wpływają na ich działania. Zwierzęta posiadły teorię umysłu w znacznie mniejszym stopniu niż człowiek. Badania nad szympancami wykazały, że potrafią one rozumieć, że inne szympansy albo ludzie mają własne cele, intencje i myśli. Ale nie są one w stanie założyć np. że czyjeś przekonania są błędne⁴⁸. Ten wysoki stopień rozwoju teorii umysłu, czyli umiejętność rozumienia intencjonalności zachowań innych ludzi, pozwala na zaistnienie u człowieka nauczania. Polega ono na celowym przekazywaniu jakiejś umiejętności innym osobnikom, a proces ten jest możliwy dzięki umiejętnościom naśladowczym naszego gatunku – imitacji. Tomasello zwraca też uwagę, że istnieją inne, „słabsze” formy społecznego uczenia się, charakterystyczne dla innych naczelnych⁴⁹. Nie są one wystarczająco efektywne, aby

48 Por. M. S. Gazzaniga, *Instynkt świadomości. Jak z mózgu wyłania się umysł?*, przeł. A. Nowak-Młynikowska, Sopot 2020, s. 114–115.

49 Jako „słabsze” formy kulturowego uczenia się Tomasello wyróżnia emulację, która tym różni się od naśladownictwa, że nie polega na skierowaniu uwagi na działania innego osobnika jako intencjonalne, ale na sam efekt, jakie te zmiany

wytworzyć kulturę o charakterze kumulatywnym. Tradycje kulturowe ludzi różnią się od tradycji kulturowych szympanów, ponieważ ludzie zachowują i przekazują zmiany wprowadzone w przeszłości, co oznacza, że posiadają one kulturową historię. Akumulujemy wszelkie umiejętności i wiedzę zdobytą przez nasz gatunek w przeszłości. Jest to możliwe dzięki temu, że u ludzi procesy uczenia się kulturowego są szczególnie intensywne. Ta cecha wynika z przystosowania do rozumienia innych istot ludzkich jako intencjonalnych, podobnych do nas samych. To przystosowanie jest podstawą dla form uczenia się społecznego, działających jak zapadka dzięki wier-nemu powtarzaniu pojawiających się strategii racjonalizatorskich w grupie społecznej⁵⁰. Owa zapadka blokuje możliwość powrotu do starszych strategii. Dzieje się tak do momentu, gdy pojawią się nowsze, będące kolejną blokadą przed powrotem do kulturowej przeszłości.

Rodząc się w danym momencie historii naszego gatunku, otrzymujemy naturalne dla nas środowisko form, zachowań, relacji społecznych, sposobów gromadzenia i porządkowania informacji oraz przekazywania ich innym jednostkom. Żyjemy w świecie języka, nauki, pieniędzy, rytuałów, wierzeń, zwyczajów, władzy. Funkcjonujemy w instytucjach kulturowych i konwencjach. Są one dla nas tak samo naturalne jak nasze ciała, jak to, że się poruszamy i oddychamy. Jednocześnie możemy dostrzec w ciągu naszego życia przeobrażenia kultury, na które sami wpływamy poprzez uczestnictwo

powodują w środowisku (np. gdy młody szympan uczy się, że pod leżącymi liśćmi są jadalne pędraki, obojętne jest, czy wiatr czy jego matka odwraca liście, nie naśladuje on działania matki jako celowego), a także rytualizację ontogenetyczną, czyli wytwarzanie sygnału komunikacyjnego, który nie powstaje w sposób intencjonalny i nie jest przekazywany innym przedstawicielom gatunku (np. dzieci uczą się podnosić ręce, gdy chcą być podniesione i przytulone, albo pies wyczuwa zamiar właściciela z jego ruchów i spojrzenia). Zob. M. Tomasello, *Kulturowe źródła...*, s. 44–47, 56.

⁵⁰ Zob. M. Tomasello, *Kulturowe źródła...*, s. 57.

w kolektywnym wysiłku. Mechanizm zapadki kulturowej powoduje, że wszystko, co wytworzyli nasi poprzednicy, ale i my sami w dziedzinie sposobów rozumienia, opisywania, organizowania rzeczywistości, zarówno tej materialnej, jak i społecznej, jest dla nas czymś naturalnym. Nasz świat nie może istnieć bez porozumiewania się, pisma, obrazów, matematyki; istniały one dla współczesnego człowieka zawsze. Ale i świat bez elektryczności, mediów, telefonów, aparatów fotograficznych, wyborów i demokracji, prawa, władzy, własności, pieniędzy, opieki medycznej itd. jest trudny do wyobrażenia. Są one (tj. cechy ludzkiego świata) dla nas jakby częścią natury, mimo że je współtworzymy i jesteśmy świadkami ich przeobrażeń, a często pamiętamy nawet ich pojawienie się w naszym życiu. Podobnie jest z matematyką jako rozbudowaną i sformalizowaną instytucją kulturową – była jakby zawsze. Świat liczb, twierdzeń, formuł matematycznych, wydaje się istnieć wiecznie. Takie ich postrzeganie gwarantuje efekt zapadki, który w pewnym stopniu tłumaczy stabilność matematyki – to co zostało już wymyślone i udowodnione musi pozostać jako sztywna struktura, niemożliwa do zmiany.

E. Wieczność ucieleśnionej matematyki

Lakoff i Núñez uważają, że matematyka jest kulturowym konstruktem, rozwijającym własności naszego ciała – zanurzonego i działającego w przestrzeni. Odczucie przestrzenności ciała w przestrzennym środowisku jest najbardziej podstawowym doświadczeniem percepcyjnym. U naszych przodków umiejętności operowania w przestrzeni doskonaliła ewolucja. U człowieka proces ten przyspieszyła kultura, posiadliśmy geometrię, posługujemy się mapami itd., ale i umiejętność liczenia rzeczy i czasowych cykli zjawisk ma w istocie przestrzenny charakter. Pierwsza najprostsza

umiejętność, o której możemy powiedzieć, że jest matematyczna, to odliczanie. Wyrosła ona ze wspomianej wcześniej, wbudowanej w nasze mózgi umiejętności dostrzegania małej liczby obiektów – subitancji. Zakłada ona natychmiastowość, precyzję, dokładność i zgodność z obiektami, które pozwala liczyć. Oprócz subitancji również i inne ludzkie możliwości kognitywne, na których opiera się matematyka, są wbudowane w umysł i są one dedykowane do radzenia sobie z zewnętrznymi obiektami, które napotyka nasze działanie. Zatem „twardość”, ścisłość, precyzja i „wieczność” matematyki wynikają z właściwości obiektów, z którymi radzić sobie musi na co dzień ucieleśniony umysł⁵¹. Fakt ten powoduje, że wizja matematyki jako dziedziny odkrywającej niezależną strukturę wydaje się – dla wielu matematyków – prawdziwsza niż rozumienie jej jako kulturowej konwencji, opartej na ludzkich władzach poznawczych i rozszerzającej je.

Lakoff i Núñez piszą, że matematyka jest uniwersalna, precyzyjna, spójna, zgodna z obiektami materialnymi, stabilna w czasie, uogólniająca i możliwa do odkrywania. Zgodziliby się zapewne z tymi określeniami zwolennicy platonizmu matematycznego, ale jak wytłumaczyć te cechy matematyki, jeżeli jest ona jedynie kulturową konwencją, wytworzoną przez ucieleśniony umysł. Lakoff i Núñez wyjaśniają to tym, że matematyka rozwinęła się jako narzędzie służące opisywaniu obiektów w zewnętrznym świecie, a także studiowaniu ich cech i operowaniu nimi, zatem odziedziczyła ich własności. Jak według Lakoffa i Núñeza należy rozumieć owe cechy matematyki w stosunku do naszych codziennych doświadczeń w świecie fizycznych zewnętrznych obiektów? Uniwersalność – polega na tym, że liczba zewnętrznych obiektów jest taka sama dla wszystkich ludzi. Dlatego np. liczby i ich sumy są takie same dla każdego człowieka niezależnie od kultury, bo liczenie i dodawanie dotyczy konkretnych

51 Zob. G. Lakoff, R. Núñez, *Where Mathematics Comes From...*, s. 19–21, 50–54.

obiektów. Precyzja – polega na przykład na tym, że dana liczba fizycznych obiektów oznacza, ile ich dokładnie jest. Stabilność w czasie – polega na tym, że jeżeli jakiś obiekt był w danej chwili w określonym położeniu, to jest to faktem w sensie „historycznym” i nie można tego już zmienić. Uogólnianie – w świecie fizycznym polega na tym, że pewne właściwości obiektów, na przykład roślin w ogrodzie, możemy odnosić do tych, które wyrosną dopiero za kilka dni, lat albo na takie, które spotkamy w innym kraju. Fakty o obiektach istniejących w zewnętrznym świecie możemy też odkrywać, gdy dowiadujemy się, co znajduje się tuż za rogiem albo za oceanem, dlatego cechą fizycznego świata i jego podmiotów jest odkrywalność. Powyższe stwierdzenia odnośnie do świata, który na co dzień jest przestrzenią naszego działania, wydają się oczywiste. Dlatego musi dziedziczyć je matematyka, bo powstała jako metafora wytworzona przez umysł, by łatwiej nam było funkcjonować⁵².

Będąc uczestnikami kultury, matematykę otrzymujemy, a niektórzy z nas ją nawet rozwijają jako kulturową konwencję, dedykowaną rozwiązywaniu różnorodnych problemów związanych z aktywnością ludzką. Tak to wyjaśniają Lakoff i Núñez:

Przedmiot matematyki – arytmetyka, geometria, prawdopodobieństwo, rachunek różniczkowy i całkowy, teoria zbiorów, kombinatoryka, teoria gier, topologia i tak dalej – wyrastają z ludzkich trosk i aktywności: na przykład liczenia i mierzenia, architektury, hazardu, ruchu i innych zmian, grupowania, manipulowania pisanymi symbolami, grania w gry, rozciągania i zginania obiektów. Innymi słowy, matematyka jest zasadniczo przedsięwzięciem ludzkim wynikającym z podstawowych działań człowieka⁵³.

52 Zob. G. Lakoff, R. Núñez, *Where Mathematics Comes From...*, s. 350.

53 G. Lakoff, R. Núñez, *Where Mathematics Comes From...*, s. 351.

Można nie zgodzić się z powyższą interpretacją genezy matematyki jako ludzkiego przedsięwzięcia. Wyznawcy platonizmu matematycznego powiedzą, że byty matematyczne istnieją niezależnie od człowieka, który może je jedynie poznać. Argumentem może być to, że inne kulturowe instytucje wydają się być dość arbitralne i nie są tak stabilne jak matematyka, a ich powstanie i rozwój można wyjaśniać podobnie – wykształcały się, aby ludzkość stawiała się skuteczniejsza w różnych działaniach. Bazują też na właściwościach umysłu wspólnych wszystkim ludziom. Matematyka musi więc być według platoników matematycznych czymś innym niż tylko kulturową konwencją.

Według teorii ucieleśnionego umysłu język także – podobnie jak matematyka – budowany jest poprzez przestrzenne metafory, a jest o wiele bardziej elastyczny. Nasze emocje, jako wytwór ewolucji, są równie pierwotne, co zdolność kontrolowania i odczuwania motoryki i inne właściwości naszej percepcji, które stanowią podstawę matematyki w teorii Tomasella i koncepcji metafor Lakoffa i Núñeza. Emocje i zdolności percepcyjne mają wpływ na wiele kulturowych konwencji, takich jak na przykład wierzenia, rytuały, obyczaje, władza, prawo, które wydają się być dość dowolne i różnorodne w historii oraz w miejscach bytowania rodzaju ludzkiego. Jednak owa odmienność jest jednym z aspektów, na który lubimy przesadnie zwracać uwagę, opisując inne kultury. Zwykle pomijamy podobieństwa między kulturami, bo wydają się oczywiste, natomiast zwracamy uwagę na różnice. Tak też zazwyczaj czynili klasyczni etnografowie i antropolodzy kulturowi. Gdy odrzucimy to, co różni na przykład władców różnych ludów i zbiorowości ludzkich, zauważymy, że człowiek jako gatunek żyje w grupach o określonej hierarchii i statusie społecznym jednostek, i że to samce *homo sapiens* dominują w sferze polityki. Wszędzie na świecie ludzie żyją w rodzinach zorganizowanych wokół ojca, matki i dzieci. Pokrewieństwo jest ważne w budowaniu relacji, hierarchii oraz w różnych formach

altruizmu i powinności we wszystkich kulturach. Wszyscy ludzie tańczą i muzykują. Wiara w rzeczy nadnaturalne, istoty obdarzone niezwykłą mocą i związane z tym rytuały, dotyczące śmierci, narodzin, ważnych momentów w życiu są powszechne we wszystkich kulturach⁵⁴.

Matematyka jest szczególnym ludzkim wytworem, bowiem w jej przypadku zwracają uwagę raczej spójność i wspólne podstawy w różnych epokach i kulturach. Ta spójność wydaje się być jej istotną własnością, z którą wiążą się wymienione wcześniej cechy matematyki (uniwersalna, precyzyjna, spójna, zgodna z obiektami materialnymi, stabilna w czasie, uogólniająca i możliwa do odkrywania) gwarantujące jej użyteczność w poznawaniu, opisywaniu i komunikowaniu innym ludziom cech świata fizycznego. Ale czy na pewno matematyka jest taka jednolita w różnym czasie i różnych kulturach? Da się przecież dostrzec pewną odmienność systemów matematycznych w różnych społecznościach i bardzo różny poziom kompetencji matematycznych poszczególnych jednostek.

Kilkaset lat temu, w czasach, gdy większość społeczeństw żyła w agrarnej gospodarce, kompetencje matematyczne większej części populacji były raczej niskie. Wraz z rewolucją przemysłową wzrosła potrzeba umiejętności arytmetycznych. Wtedy wprowadzono intensywny trening, oparty na instrukcjach prostych sposobów obliczeń i pamięciowym opanowaniu tabliczki mnożenia. Działo się to wraz z upowszechnieniem edukacji. Jeszcze dzisiaj nauczanie w zakresie matematyki fałszywie utożsamiamy z nabywaniem umiejętności rachunkowych. W podobnie bezsensowny sposób, oparty na pamięciowym opanowywaniu wzorów i sposobów rozwiązywania zadań,

54 Por. T. Szlendak, T. Kozłowski, *Naga małpa przed telewizorem. Popkultura w świetle psychologii ewolucyjnej*, Warszawa 2008, s. 82–83; P. Boyer, *I człowiek stworzył bogów...*, s. 138; S. Pinker, *Tabula rasa. Spory o naturę ludzką*, przeł. A. Nowak, Gdańsk 2005, s. 616nn.

uczono nas algebry, trygonometrii i innych działów matematyki. Bez zrozumienia i sensownego użycia umiejętności te są szybko zapominane, a lekcje algebry okazują się stratą czasu. Wraz z pojawieniem się kalkulatorów i miniaturyzacją elektroniki trening w zapamiętywaniu tabelek i w szybkich rachunkach arytmetycznych przy użyciu ołówka i papieru stał się anachroniczny⁵⁵. System edukacji jest dość bezwładny, co nie zmienia faktu, że jesteśmy świadkami przemian w zakresie społecznych potrzeb i kompetencji matematycznych. Tomasello tak pisze o tej różnorodności kulturowych potrzeb związanych z matematyką:

Można zauważyć, że poszczególne kultury i jednostki mają różną „potrzebę matematyki”. Większość jednostek i kultur musi jakoś ujmować ilość posiadanych dóbr, do czego w zupełności wystarczy prosty system liczbowy wyrażany za pomocą kilku słów języka naturalnego. Jednak gdy w jakiejś kulturze zachodzi potrzeba dokładnego liczenia obiektów czy mierzenia wielkości – na przykład z powodu powstawania skomplikowanych projektów budowlanych – pojawia się potrzeba bardziej złożonej matematyki. Rozwiązywanie problemów współczesnej nauki – praktykowanej tylko przez nieliczne jednostki w niektórych kulturach – także wymaga złożonych technik matematycznych⁵⁶.

Jeśli – jak uważa Tomasello – różne kultury dysponują różną matematyką, to jest ona czymś, co rozwija się dowolnie, jedynie w zależności od potrzeb danej społeczności, i ma czysto subiektywny charakter. Jednak według Tomasella (podobnie jak i dla Lakoffa i Núñeza) matematyka opiera się na uniwersalnych cechach umysłu wszystkich ludzi. Więcej – niektóre z tych cech dzielimy także

55 Por. P. S. Rudman, *How Mathematics Happened: The First 50.000 Years*, Amherst-New York 2007, s. 267–268.

56 M. Tomasello, *Kulturowe źródła...*, s. 64–63.

z naczelnymi. Główną osią rozważań Tomasella jest to, że wytworzenie kultury przez człowieka i jej kumulatywny rozwój są wynikiem specyficznych dostosowań ewolucyjnych ludzkiego gatunku. Różne kultury mają wspólne podstawy, określone przez właściwości ludzkiego umysłu i mogą rozwijać się jedynie w ich ramach. Nie jest więc możliwa dowolna matematyka; niektóre jej aspekty rozwijają się bowiem jedynie w zależności od kultury. Z tą kwestią jest związana owa stabilność matematyki, o której piszą Lakoff i Núñez:

Stabilność ucieleśnionej matematyki jest konsekwencją faktu, że wszystkie normalne istoty ludzkie dzielą te same istotne aspekty struktury mózgu i ciała, i te same istotne relacje do ich środowiska, które wprowadzono do matematyki⁵⁷.

Według tych autorów to, co gwarantuje odczucie stabilności i beczasowości matematyki, jest bardzo uniwersalne. Proste mechanizmy kognitywne odpowiadają za to, że wnioskowanie matematyczne staje się stabilne dla poszczególnych ludzi w różnych czasach i kulturach. Te mechanizmy to na przykład kategoryzacja, metaforyzacja oraz subitancja, estymacja jako dwie metody szacowania liczebności rzeczy. Zagadnienia te znajdują rozwinięcie w rozdziale trzecim (podrozdziały B i C). Część z tych mechanizmów jest wrodzona, innych uczymy się we wczesnym rozwoju, jeszcze inne nabywamy, funkcjonując w kulturze, zaś niektóre z nich wymagają specjalistycznego treningu, wypracowane są jednak z podstawowych zdolności kognitywnych. Jeśli raz nauczymy się prostego mechanizmu kognitywnego, jest on dla nas stabilny. Na przykład raz rozwinięty system tworzenia kategorii utrzymuje się w naszym rozumowaniu konsekwentnie przez całe nasze życie. Drugie źródło stabilności i beczasowości matematyki to według Lakoffa i Núñeza pojęcia przestrzenno-relacyjne,

57 G. Lakoff, R. Núñez, *Where Mathematics Comes From...*, s. 352.

na przykład: zawierania się, ścieżki, centrum. Wywodzą się one z prymitywnych schematów przestrzennych. To, co określamy jako ograniczony rejon przestrzeni albo ścieżkę, we wszystkich językach i kulturach jest tym samym. A schematy te są fundamentalne przy tworzeniu metafor potrzebnych w matematycznym wnioskowaniu⁵⁸.

Wyprowadzaniem matematyki ze schematów przestrzennych i struktur umysłowych czy mechanizmów kognitywnych zajmowali się profesjonalni matematycy, a dziś robią to na przykład również fizycy i inżynierowie, i są oni chyba częściej świadomi, że ich wnioski odnoszą się do pewnych aspektów świata fizycznego. Raz silnie ustanowione wewnątrz wspólnoty matematyków dowody, wnioski i obliczenia nie zmieniają się w historii myśli ludzkiej, są stałe w czasie i różnych społecznościach. Widać tutaj wyraźnie działanie mechanizmu zapadki kulturowej. Lakoff i Núñez nie posługują się wprawdzie w swej koncepcji pojęciem zapadki, jednak piszą:

Pokolenie matematyków po pokoleniu wyciąga konsekwencje z założeń i modeli ustanowionych przez poprzedników. Po ustaleniu wyników są one stabilne i wydają się mieć pozornie „bezczasową” jakość⁵⁹.

Grecy, świadomie formułując metodę aksjomatyczno-dedukcyjną, sformalizowali mechanizm zapadki, czyniąc z niego wręcz atrybut matematyki. Początkowo podejście aksjomatyczne było jednym z możliwych. Nie stosowali go na przykład Babilończycy czy Egipcjanie. Matematycy od czasów Euklidesa (ur. ok. 356 p.n.e.) do Gödla (1906–1978), przez ponad dwa tysiące lat zajmując się jakimś obszarem matematyki, poszukują dla niego możliwie małej liczby logicznie niezależnych aksjomatów⁶⁰.

58 Zob. G. Lakoff, R. Núñez, *Where Mathematics Comes From...*, s. 353.

59 G. Lakoff, R. Núñez, *Where Mathematics Comes From...*, s. 354.

60 Por. G. Lakoff, R. Núñez, *Where Mathematics Comes From...*, s. 118.

Metoda aksjomatyczna powstała i utrwałała się w wyniku esencjonalizmu, na którym opierała się grecka, a potem europejska filozofia. Lakoff posługuje się pojęciem ludowego esencjonalizmu (*folk theory of essences*). Polega on na tym, że każdą rzecz rozumiemy jako posiadającą zbiór atrybutów stanowiących jej istotę albo naturę. Te atrybuty sprawiają, że określony przedmiot przynależy do jakiegoś rodzaju czy gatunku rzeczy. Naturalne właściwości (esencje) mogą być postrzegane jako przyczyny naturalnego zachowania rzeczy, na przykład naturalnym zachowaniem drzew zgodnie z „mądrością ludową” będzie to, że się palą i pochylają na wietrze. Te własności drzew powstają z esencji czy istoty drzewa i są skonceptualizowane metaforycznie jako przyczyna wymienionych własności – drzewo się pali, bo jest drewniane. Każda rzecz ma istotę, która się w niej znajduje i która sprawia, że jest ona tym czym jest, że ma taką naturę, a nie inną. Zgodnie z „mądrością ludową” to, jakie coś jest (albo jaką ma istotę, jak by powiedział filozof), jest źródłem, przyczyną naturalnego zachowania tej rzeczy. Ludowy esencjonalizm był ważną inspiracją dla greckiej filozofii. Widać jego wyraźny związek z ontologią Arystotelesa i jego koncepcją przyczyn – istota nadaje przyczynę działaniu i naturalny cel jakiejś rzeczy. Według rozwiniętego przez filozofię esencjonalizmu – każda rzecz ma własną istotę, którą można poznawać. Zatem świat posiada jakiś usystematyzowany sens możliwy do zbadania. Być może istnieje kategoria wszystkich istniejących rzeczy, a więc muszą one posiadać wspólną istotę, czyli również wspólne własności⁶¹. Myśli te są obecne w rozważaniach presokratyków jako poszukiwanie wspólnej zasady *arche* i ogólnych praw rządzących światem. Matematyka zbudowana w Grecji była silnie związana z tą filozofią, dla której bazą był właśnie wywiedziony z pierwotnych „ludowych” intuicji esencjonalizm. Metoda aksjomatyczna jest zastosowaniem ludowego esencjonalizmu w matematyce.

61 Por. G. Lakoff, M. Johnson, *Philosophy in the Flesh...*, s. 362–363.

Każdy matematyczny system może być w pełni scharakteryzowany pewną niewielką liczbą własności niezależnych od siebie. Te zaś są określone przez aksjomaty. System aksjomatów reprezentuje istotę systemu matematycznego, są one jego atrybutami. W ludowym esencjonalizmie *istoty* są zwykłymi dla danej rzeczy właściwościami, stanowiącymi źródło jej naturalnych zachowań. Aksjomaty w matematyce nie są już zwykłymi właściwościami, lecz stają się początkiem dedukcji twierdzeń, które są z kolei „naturalnymi” właściwościami systemu⁶². Aksjomaty są pewne i niezmiennie, a więc wydedukowane na ich podstawie twierdzenia dziedziczą zarówno pewność, jak i niezmienność. Raz udowodnione twierdzenie pozostaje stabilne i może być dedukcyjnym źródłem kolejnych twierdzeń rozwijających matematykę – tak działa właśnie sformalizowany poprzez metodę dedukcyjną efekt zapadki.

Przyjrzyjmy się pewnikom i postulatom Euklidesa:

Pewniki:

1. Równe tej samej wielkości są równe jedna drugiej.
2. I gdy równe dodane do równych, to całości są równe.
3. I gdy równe odjęte od równych, to pozostałości są równe.
4. I nakładające się są równe jedna drugiej.
5. I całość jest większa od części.

Postulaty:

1. Niech będzie postulowane, aby z każdego punktu do każdego punktu poprowadzić linię prostą.
2. I przedłużyć ograniczoną prostą w sposób ciągły na prostej.
3. Z danego centrum i danym promieniem zakreślić koło.
4. Kąty proste są równe jeden drugiemu.

62 Por. G. Lakoff, R. Núñez, *Where Mathematics Comes From...*, s. 119.

5. Gdy prosta, padając na dwie inne proste, tworzy kąty wewnętrzne na tej samej części mniejsze dwóm kątom prostym, to te dwie proste przedłużane nieskończenie dotkną się na tej części, na której są mniejsze dwóm kątom prostym⁶³.

Aksjomaty te metaforycznie wyrażają „naturalne” właściwości obiektów matematycznych, określając ich własności objawiające się w działaniu. Istotą drzewa jest to, że się pali; a na przykład istotą linii jest to, że można nią połączyć każde dwa punkty; istotą rzeczy równych jest to, że jak się doda do nich po równo, to dalej będą równe itd.

Trzy postulaty Euklidesa odwołują się bezpośrednio do kreślenia linijką i cyrklem. Dlatego geometria powstaje przez przeniesienie na poziom abstrakcji rysunków, wykonanych na papirusie za pomocą najprostszych narzędzi. Fizyczne narysowanie koła o dowolnym promieniu jest niemożliwe, a w rzeczywistości w ogóle nie można narysować koła w sensie matematycznym, podobnie jak nie można przedłużać odcinka w nieskończoność. Jednak te same zasady, dotyczące kreślenia linii i okręgów za pomocą cyrkla, rządzą wszystkimi liniami, okręgami i punktami, jakie możemy znaleźć na ziemi i w niebie. Żeby w ten sposób pomyśleć, należy posłużyć się metaforą i zobaczyć na przykład linię łączącą dwa drzewa na polu i przedłużać ją „tak jakby”, kreśląc dalej i dalej jako granicę posiadłości. Wszystkie wymienione postulaty oparte są na ludzkiej motoryce i najprostszych pojęciach relacyjno-przestrzennych. Wynikają one z określonej praktyki, mającej zastosowanie w takich czynnościach, jak szacowanie powierzchni pod uprawę czy wyznaczanie planu przyszłej budowli. Z kolei przytoczone pewniki dotyczące pojęcia równości wynikają z doświadczenia percepcyjnego. Taką euklidesową równość da się

63 Euklides, *Elementy. Księgi V–vi: teoria proporcji i podobieństwa*, tłum. i komentarz P. Błaszczak, K. Mrówka, Kraków 2013, s. 275; por. M. Kordos, *Wykłady z historii matematyki*, s. 80–81.

zobaczyć albo dotknąć i wiąże się ona z mechanizmami estymacji (szacowania) i porównywania wielkości. Abstrakcyjna równość jako „naturalna” cecha kategorii równych obiektów, zostaje wywiedziona jako metafora z mechanizmów percepcyjnych i codziennych, zwykłych, praktycznych czynności.

Jeżeli, zgodnie z założeniem metody aksjomatyczno-dedukcyjnej, twierdzenia mają być udowodnione na podstawie aksjomatów, a kolejne twierdzenia na podstawie twierdzeń już udowodnionych, to możemy ulec złudzeniu, że odkrywamy świat niezależny od rzeczywistości i zachwycić się, że „w niepojęty” sposób formuły matematyczne pasują do świata fizycznego, stając się jego modelami. Matematyka może się zatem wydawać całkowicie odrębnym światem, który ma niezależne prawa. Jednak już na samym początku, gdy przyjmujemy określone aksjomaty, odwołujemy się do naszych doświadczeń motorycznych i mechanizmów kognitywnych, a przede wszystkim do metaforyzacji kognitywnej. Nie myślimy o matematyce ani o pewnikach Euklidesa, gdy dzielimy i łączymy pewne porcje jedzenia tak, „żeby było po równo”. Podobnie, kiedy pokrywamy rzeczą rzeczą, gdy sprawdzamy, kto jest wyższy, stając plecami do siebie. Jednak „prawdziwy matematyk” uprawia swą spekulację w świecie, który wydaje się całkowicie niezależny od codziennych doświadczeń, mimo że jest w istocie z nich wywiedziony. Metafora, przenosząc cielesne doświadczenie na poziom abstrakcyjnych aksjomatów, sprawiła, że świat matematyka jest ideałem wiedzy pewnej i odkrywalnej. Leży on poza czasem i tym co przyziemne, fizyczne i zmysłowe.

Rozwijanie różnych koncepcji na podstawie odczucia wieczności i transcendencji matematyki jest charakterystyczne dla tradycji Zachodu i miało wpływ na wiele praktyk kulturowych, a związane są one z przedmiotem moich rozważań na temat sposobów budowania i rozumienia ładu. Paradygmat ucieleśnionej matematyki dostarcza wyjaśnień dotyczących natury naszych sposobów porządkowania

doświadczeń i tworzenia nowych konstrukcji poznawczych, jawiących się nam jako spójne i koherentne:

1. Zanurzone w przestrzeni ciało jest narzędziem poznania integrującym doznania zmysłowe i naszą motorykę poprzez kognitywny mechanizm metafory. Metafory są mechanizmami poznawczymi, umożliwiającymi widzenie, rozumienie jednych rzeczy w terminach innych rzeczy, a tym samym umożliwiając one tworzenie uogólnień i abstrakcji.
2. Metaforyczność wynikająca z doświadczania przestrzeni poprzez motorykę i odczucie ciała jest wyraźnie zarysowana w sposobach funkcjonowania naszych organizmów i odnosi się do zewnętrznych fizycznych obiektów. Matematyka powstaje jako metafora uogólniająca pewne stałe własności tych obiektów, co wyjaśnia odczucie beczasowości i stabilności matematyki.
3. Matematyka rozumiana jako część kultury jest szczególnym dostosowaniem biologicznym *homo sapiens*. Jako kulturowa konwencja rozszerza możliwości poznawcze naszego gatunku.

Kulturowy zakres „potrzeb matematyki” Tomasello oraz Lakoff i Núñez rozumieją jednak we współczesny i bardzo praktyczny sposób: jako narzędzie do pomiarów, szacowania zasobów, czyli do opisu świata fizycznego i pewnych aspektów relacji społecznych dotyczących głównie ekonomii. Pomijają wymiar symboliczny czy religijny, obecny w większości kultur, które wytworzyły matematykę. Na rozwój matematyki albo na pewne jej zastosowania wpływały także potrzeby duchowe człowieka. Doszukiwanie się transcendencji w bytach matematycznych, obecne w wielu religiach i ezoterykach, wynika z doświadczania sztywnej struktury czegoś pewnego i niezmiennego. Kulturowy aspekt matematyki nie jest więc tylko praktyczny, i to ją między innymi łączy ze sztuką.

Teoria ucieleśnionego umysłu Lakoffa i Núñeza i mechanizm zapadki kulturowej Tomasella tłumaczą w pewnym stopniu odczucie wieczności i beczasowości matematyki. Wyjaśniają tym

samym kognitywne podłoże praktyk kulturowych, wykorzystujących matematykę jako doskonały wzór dla ludzkich dzieł i źródła symboli tego, co wieczne, na przykład Boga, doskonałości, pełni itd. Zaś z punktu widzenia teorii ucieleśnionego umysłu platonizm matematyczny jest jedynie kulturową konwencją.

F. Konstrukcja wyobrażeń

W wielu kulturach dysponujących rozwiniętymi kompetencjami matematycznymi obecna jest wiara w nadprzyrodzone własności i symbolikę liczb i figur geometrycznych. Tak jak matematykę wytwarza ucieleśniony umysł zanurzony w przestrzennym świecie, również wszelkie wyobrażenia religijne ludzkich społeczności dają się do pewnego stopnia wyjaśniać poprzez kognitywne własności ludzkiego systemu poznawczego. Podobnie jak matematyka, praktyki i treści religijne w sposób o wiele bardziej oczywisty przesycone są myśleniem metaforycznym. Rzuca to światło na pytanie, dlaczego pitagorejczycy nadali matematyce wymiar mistyczny. Stało się to w Grecji w czasie wielkiego przełomu, który rozpoczął procesy kształtujące zachodni sposób opisywania świata, a także wpłynął na teorię sztuki naszego obszaru kulturowego. Sztuka, która ujmuje świat również na poziomie ludzkiej duchowości, pierwotnie była nierozzerwalnie spleciona z religią. Rozpoznanie sposobu tworzenia wyobrażeń religijnych pozwala odpowiedzieć w pewnym stopniu na pytanie, w jaki sposób pojawiła się w kulturze symbolika liczb. Może też ukazać rodzaj uniwersalnego kognitywnego podłoża, na którym wyrosła Wielka Teoria łącząca matematykę ze sztuką i rodzajem ezoteryki.

Jednym z zajęć, angażującym ludzki wysiłek i czas, jest wymiana informacji dokonywana przez nasze mózgi. W przypadku *homo sapiens* nie dotyczy ona wyłącznie rzeczywistości zewnętrznej stanowiącej środowisko bytowania gatunku w biologicznym sensie. Mózg

człowieka istnieje również w innym wymiarze. Wymieniamy się nawzajem wyobrażeniami na temat tego, co się kiedyś wydarzyło; jak mogłoby być, a nie jest; różnymi fantazjami i fikcjami, przekazujemy sobie wizje przyszłości, oczekiwania i plany. Ten świat wspólnych sensów łączy nas i stanowi środowisko życia, swoistą niszę ekologiczną *homo sapiens*. Boyer w kontekście rozważań nad antropologią religii pisze o „zupie informacyjnej” zawierającej przesłania, idee, jakieś wizje, koncepcje. W dziejach ludzkości ta „zupa” nieustannie się miesza i dodawane są do niej różne składniki, bo zmieniają się konteksty, w których istniejemy. Tym samym powstają nowe treści, tworzące nasze wizje i wyobrażenia, a więc środowisko bytowania człowieka⁶⁴. Te miliony komunikatów istniejących i przeobrażających się w ludzkiej wspólnej świadomości można utożsamiać ze światem 3 Poppera. W pełni mógł się on ukształtować, jak zaznaczyłem wcześniej, poprzez pismo posiadające moc utrwalania w systematyczny sposób struktury ludzkich myśli jako sieci pojęć i wywodów. Jednak, jak pisze Boyer, już u zarania kultury, kiedy narodziła się religia i sztuka, zaistniały w tej „zupie informacyjnej” twarde grudki trwałych informacji, jako złożenia sensów. Niezmiennie okrucy informacji pojawiają się w różnych miejscach na świecie i w różnym czasie. Są one podstawowym tworzywem historii i legend, opowiedzianych np. przy ognisku, a także czegoś poważniejszego: wierzeń i religii. Te twarde cząstki złożonych znaczeń występują niezależnie wśród wielu ludów i nie tylko są składnikiem słownych tradycji, ale mogą dotyczyć motywów w sztuce wizualnej, różnych upodobań do dźwięków, barw i ich symboli, pewnych praktycznych czynności, sposobu konstruowania obiektów, wyrażania pojęć abstrakcyjnych, a więc również umiejętności matematycznych. Twarde składniki „informacyjnej zupy” nie są wszędzie identyczne, ale ich budowa wynika z tych samych schematów. Boyer przytacza opowieść, która

64 Zob. P. Boyer, *I człowiek stworzył bogów...*, s. 327–328.

jest bardzo powszechna w Kamerunie, o białym potężnym mężczyźnie, „dzieciojadzie” – pożerającym dzieci⁶⁵. Podobne historie znamy z naszego kręgu kulturowego. Tyle że w Polsce jeździła „czarna wołga” albo przez wieś szedł Cygan porywający dzieci. Wszyscy ludzie znają opowieści o mówiących zwierzętach i drzewach albo o tym, jak zmieniają się w ludzi. Większości z nich nie bierzemy na tyle poważnie, aby mogły stać się treścią wierzeń religijnych. Co innego duchy zmarłych: w wielu miejscach są obecne pośród żywych, często bywają niebezpieczne albo pomocne, ale wszędzie w związku z ich istnieniem trzeba coś zrobić, np. nosić amulet, zapewniając sobie spokój albo złożyć za nich ofiarę dającą im ukojenie i pomyślność w zaświatach. Również istoty boskie wszędzie są podobne. Mogą się różnić, lecz zawsze posiadają podobne nadnaturalne moce. Zwykle bywają niewidzialne i nieśmiertelne, czasem się ukazują, widzą wszystko, przenikają przez ściany itd.

Również w sposobie konstruowania różnych pojęć i ich wyrażania można zauważyć istotne podobieństwa na poziomie strukturalnym. Ludzkość wszędzie wyraża czas metaforycznie poprzez odniesienie do przestrzeni⁶⁶, chociaż w przeświadczeniu mieszkańców Dalekiego Wschodu spada on z góry na dół, a w przekonaniu Europejczyków przepływa poziomo. Uniwersalność tych schematów wynika z podobieństwa naszych mózgów, które są częścią naszych ciał, przygotowanych do funkcjonowania w tym samym świecie przestrzennych obiektów i wymiany intersubiektywnej informacji z innymi przedstawicielami naszego gatunku. Dlatego ludzie przyswajają sobie, zapamiętują i przekazują między sobą określone rodzaje wyobrażeń, skojarzeń, metafor. Warto w tym miejscu przypomnieć stwierdzenie ojca kognitywistyki, czyli Spinozy:

65 Zob. P. Boyer, *I człowiek stworzył bogów...*, s. 92.

66 Por. G. Lakoff, M. Johnson, *Philosophy in the Flesh...*, s. 150–153.

Widzimy więc, że wszelkie pojęcia, którymi próci ludzie mają zwyczaj wyjaśniać naturę, są jedynie sposobami wyobrażania sobie i nie wskazują na naturę rzeczy, lecz jedynie na stan wyobraźni, dlatego mówią tylko o konstrukcji wyobrażeń⁶⁷.

Spinozę interesuje bardziej natura rzeczy, nie rozważa więc szczegółowo owej „konstrukcji wyobrażeń”. Jest ona jednak częścią natury człowieka i budulcem takich ludzkich wytworów, jak religia, sztuka, matematyka, a nawet filozofia i nauka. Dlatego współcześni kognitywiści – intelektualni potomkowie Spinozy – poszukują odpowiedzi na pytanie, według jakich zasad działa nasza wyobraźnia. Z kolei antropolodzy kultury – tacy jak np. Boyer – usiłują wyjaśnić, które z konstruktów wyobrażeniowych mają szansę trwale zaistnieć w kulturze i nabrać charakteru religijnego. Ich uniwersalność rozszerzyła możliwości poznawcze człowieka jako gatunku czy raczej jako „istoty kulturalnej”, a także konstrukcję świata 3. Gdy rodziła się sztuka i religia, nie było jeszcze utrwalacza sensów, jakim jest pismo, więc stabilność tradycji i uniwersalność pewnych treści i ludzkich zachowań wynikała z innych uwarunkowań i technik, jakich dostarczały w dużym stopniu sztuki plastyczne i muzyka.

Od zarania ludzkości wszędzie na świecie różni mistrzowie ceremonii, szamani, imamowie, rabini, kantorzy, księża itd. wykorzystują rytmy i śpiewy do czynnego udziału publiczności w rytuałach religijnych. Muzyka wraz z tańcem staje się istotną częścią powtarzalnych zachowań publicznych, służących zbiorowemu zapamiętywaniu wybranych treści. Zachęca też nowych i mniej zdecydowanych uczestników do współuczestnictwa w sprawowanych obrzędach. Dziś

67 „Videmus itaque onmes rationes, quius vulgus solet naturam explicare, modos esse tantummodo imaginandi; nec ullius rei naturam, sed tantum imaginationis constitutionem indicare” (Spinoza, *Ethica ordine geometrico demonstrata...*; tłum. własne).

np. w kościołach zbiorowe reakcje są raczej powściągliwe, ale zjawisko euforii albo hysterii tłumu znamy choćby z koncertów rockowych. Jest ono zapewne podobne do tego, co się działo podczas niegdysiejszych orgii bachicznych. Rytm, muzyka i wywoływane przez nie stany emocjonalne, wraz ze wspólnym rymowanym śpiewem oraz skandowaniem sprzyjają zapamiętywaniu i utrwalaniu nawet bardzo złożonych treści. Często dotyczyły one praktykowanej religii. W ten sposób muzyka pełniła funkcję utrwalania i przechowywania sensów spajających grupę⁶⁸.

Jak doszło do pojawienia się tego fenomenu w różnych populacjach ludzkich? Muzykowanie, z punktu widzenia przetrwania *homo sapiens*, wydaje się niepotrzebnym zajęciem, pozbawionym wartości przystosowawczych, a jednak zupełnie niezależnie zaczęto je praktykować w wielu zakątkach świata. Z jakich własności ludzkiego umysłu wynika ta szczególna moc muzyki, która tak uwiodła między innymi pitagorejczyków, że przypisali jej wręcz pozaświatowy rodowód?

Jednym z ważniejszych zadań, jakie wykonuje ludzka kora słuchowa, jest wyodrębnienie mowy z innych odgłosów. Jest to niezbędna ewolucyjna adaptacja naszego gatunku, zdanego na komunikację werbalną w interakcjach społecznych. System słuchowy człowieka musi dokonać segmentacji mowy na sekwencje, oczyścić je i zamienić na zrozumiałe słowa. Właśnie te ewolucyjnie uwarunkowane możliwości ludzkiego systemu poznawczego doprowadziły do umiejętności wykonywania muzyki i doświadczania przyjemności jej słuchania. Niezależnie od wielkiej różnorodności tradycyjnej muzyki jej dźwięki są czyste i nie są szumami. Cały rodzaj ludzki preferuje akordy zawierające określone interwały, a także określone rytmy i tempo. Nasze uniwersalne upodobanie do tworzenia i słuchania muzyki jest konsekwencją zorganizowania kory słuchowej

68 Por. D.C. Dennett, *Odczarowanie...*, s. 185.

i mechanizmów poznawczych związanych z odbiorem mowy. Czyste dźwięki to jakby supersamogłoski, a rytm w muzyce stanowi to, czego odpowiednikiem w mowie są spółgłoski jako rodzaj krótkich uderzeń. W ten sposób muzyka dokonuje nadstymulacji naszych mózgow w obszarach wcześniej rozwiniętych jako adaptacja do interakcji społecznych. Wykorzystujemy w nich komunikację werbalną. Tak oto można wyjaśnić siłę przeżyć wywoływanych przez muzykę. Podobnie nadstymulują naszą korę wzrokową różne wytwory plastyczne. W całym świecie ludzie lubią błyszczące przedmioty, szklane paciorki albo szlachetne kamienie, czyste barwy – dlatego stały się one składnikiem wszelkich dekoracji. Analogicznie działają przedstawienia obrazowe obecne w sztukach wizualnych. Stymulują one niezbędne człowiekowi do przetrwania mechanizmy rozpoznawania obiektów⁶⁹. Jesteśmy w stanie dostrzec i zidentyfikować zwierzę w zaroślach, grzyb w leśnej ściółce albo ukrytego wroga. Temu aktowi rozpoznania towarzyszą silne przeżycia. Podobny proces odbywał się w umysłach, gdy nasi przodkowie w blaskach ogniska przyglądali się malowidłom na ścianach jaskini. Te zmysłowe upodobania do określonych jakości wizualnych i dźwiękowych doprowadziły do wykształcenia się wielu praktyk kulturowych, takich jak wytwarzanie obiektów plastycznych i muzyki. Pewne ich strukturalne cechy są na tyle stabilne, że stanowią twarde okruchy w informacyjnym środowisku, w zupie ludzkiego ekosystemu.

W czasach gdy rodziła się religia, wszelkie obszary ludzkiej aktywności w sposób naturalny łączyły się ze sobą. Specjalizacje i podział zadań przyniosła cywilizacja wraz z pismem i złożoną organizacją społeczną. Dlatego różne działania, jak je dzisiaj nazywamy: artystyczne, były pierwotnie częścią wierzeń i praktyk religijnych. Współcześnie traktujemy religię jako coś, czemu plastyka i muzyka jedynie towarzyszy. Mają one raczej, przez swą formę, utrzymać

69 Por. D. C. Dennett, *Odczarowanie...*, s. 135.

na dłużej naszą koncentrację na religijnej treści. Istota religii zasadza się dla nas na pewnej wizji rzeczywistości zawartej w możliwych do opowiedzenia i często spisanych wyobrażeniach, podzielanych przez określoną grupę, skłoną do podjęcia działań związanych ze swoimi wierzeniami. Dlatego warto zastanowić się, jak ludzkie umysły konstruują wyobrażenia, będące owymi twardymi grudkami w „zupie informacji”, i co wyróżnia te z wyobrażeń, które stają się ostatecznie treścią wierzeń religijnych.

Na wstępie tych rozważań chciałbym zaprzeczyć powszechnym przekonaniom współczesnego człowieka Zachodu na temat tego, czego dotyczy religia i jakie funkcje spełnia. Spoglądając na różne kultury z perspektywy tego, co zawierają w sobie współczesne oficjalne uteoretycznione religie o teologicznym zabarwieniu, próbowano wyodrębnić pewne wątki czy archetypy, wspólne dla wszystkich religii. Prowadzi to do przyjęcia założenia, że wszystkie religie muszą mieć związek ze świętością, poszukują wyższej prawdy, wyjaśniają normy moralne, ale też mają związek z kultem przyrody, słońca, krwawymi ofiarami, wynikają z lęku przed ojcem itd. Wiele dociekań na temat teorii religii jest skażonych tego rodzaju przesadami. Inny fałszywy pogląd na fenomen religii to przypisywanie jej określonych funkcji. Można wymienić tu: tłumaczenie tego, jak powstał świat i niezwykle zjawiska przyrodnicze; wyjaśnianie ludzkich wizji, snów, chorób psychicznych; przyczyny cierpień i nieszczęść; oswojenie myśli o śmierci; spajanie grupy i utrwalanie określonego porządku społecznego. Dla każdego z tych przekonań antropologów znajdują dzisiaj wiele zaprzeczających im przykładów, choć oczywiście nie można pomiąć tego funkcjonalnego wymiaru ludzkiej religijności. Boyer zwraca jednak uwagę, że kultura ludzka jest o wiele bardziej skomplikowana, niż wynikałoby to z naszego europejskiego nastawienia⁷⁰.

70 Zob. P. Boyer, *I człowiek stworzył bogów...*, s. 18–36, 60.

Religia ma wiele wspólnego ze sztuką. Obie te dziedziny tworzą wizje i wyobrażenia uwarunkowane poprzez nasze możliwości poznawcze. Sztuka wykorzystuje przede wszystkim ludzkie zdolności percepcyjne oraz upodobania do określonych dźwięków czy form wizualnych. Wielkie dzieła, wcześniej zaistniałe już w kulturze, tworzą też konteksty dla nowych dokonań na polu plastyki czy muzyki. Dlatego sztuka, mimo że zdaje się nie mieć granic, w jakimś sensie odkrywa pewne idee i możliwości, które nie są zupełnie dowolne. Jest ona składnikiem świata ³. Mimo iż jest on intersubiektywny, to przedrostek „inter-” mówi o jego specyficznej obiektywności. Wszyscy przedstawiciele *homo sapiens* mają taką samą „konstrukcję wyobraźni”. Dlatego też wizje, myśli, metafory, zachowania, również te religijne, możemy umieścić we wspólnym jakby „platońskim świecie idei”. Ludzka wyobraźnia nie działa w sposób nieograniczony. Są tego świadomi artyści, architekci i projektanci, często doświadczający problemu w uwolnieniu swoich wizji od tego, co już było. Na tym między innymi polega trud ich profesji. Te ludzkie ograniczenia opisał Kartezjusz w *Medytacjach o pierwszej filozofii*:

Trzeba jednak z pewnością przyznać, że senne widziadła są jak gdyby jakimiś malowidłami, które mogły zostać utworzone jedynie na podobieństwo rzeczy prawdziwych. Że więc przynajmniej te rzeczy ogólne, jak oczy, głowa, ręce i całe ciało istnieją, jako rzeczy prawdziwe, a nie tylko wyobrażone. Przecież sami malarze nawet wtedy, gdy usiłują przedstawić syreny i satyrów w najniezwyklejszych postaciach, nie są w stanie dać im pod każdym względem nowych cech, lecz tylko łączą ze sobą członki rozmaitych stworzeń⁷¹.

71 R. Descartes, *Medytacje o pierwszej filozofii. Zarzuty uczonych mężów i odpowiedzi autora, Rozmowa z Burmanem*, przeł. M. i K. Ajdukiewiczowie, S. Swieżawski, I. Dąbska, Kęty 2001, s. 44.

Twórczość artystyczna, literacka, rozumiana jako wymyślanie nowych obrazów, obiektów, opowieści, przysłów, legend, mitów, jest często jedynie kompilacją tego, co jest już znane⁷² (il. 2).



2. Przykłady metafor wizualnych. Prace studenckie powstałe w wyniku zadania polegającego na stworzeniu nowych obiektów poprzez „łączenie członków rozmaitych stworzeń”. Takie podejście może być metodą stosowaną np. w literaturze czy filmach science-fiction. Prace z pracowni Wiedzy Wizualnej Wydziału Artystycznego UMCS. Źródło: archiwum autora.

Wielkie dzieła zawierają w sobie pewną nieoczywistość poprzez ukazanie jakiejś prawdy. Jedynie takie idee, wizje, opowieści, hasła są w stanie zaistnieć jako coś trwałego w kulturze. Geniusz artysty czy pisarza nie polega tylko na przekraczaniu granic wyobraźni, ale na tworzeniu takich dzieł, które zagoszczą na dłużej w świecie 3. Tworzenie nowych, trwałych jakości w obszarze artystycznym wymaga myślenia metaforycznego. Metafora czyni język systemem

72 Por. P. Boyer, *I człowiek stworzył bogów...*, s. 64.

otwartym, umożliwiając tworzenie nowych słów, angażuje silnie zdolności poznawcze, umożliwia nam myślenie abstrakcyjne i tworzenie nowych pojęć. W sztuce pozwala przekraczać to, co w niej jest oczywiste, dotykając bardziej ogólnych prawd. Píše o tym Kartezjusz w dalszej części przytoczonego wywodu:

A jeśli nawet wymyślą coś tak dalece nowego, że nic podobnego w ogóle nigdy nie widziano, tak zupełnie zmyślnego i nieprawdziwego, to jednak z pewnością przynajmniej barwy, które się na to składają, muszą być prawdziwe. Na tej samej podstawie trzeba koniecznie przyznać, że chociaż te rzeczy ogólne, jak oczy, głowa, ręce itp. mogą być tylko tworam i imaginacji, to jednak rzeczywistymi są jakieś inne rzeczy prostsze i ogólniejsze, z których – jak gdyby z prawdziwych barw – tworzą się wszystkie bądź fałszywe, bądź prawdziwe obrazy rzeczy, jakie się znajdują w naszej myśli (*cogitatio*)⁷³.

Powodem działań artystycznych nigdy nie była chęć przedstawiania jakichś rzeczy, obojętnie, czy to będą ryby, kobiety czy wymagowane syreny. Sztuka pozwala dotykać często bardzo fundamentalnych prawd, podobnie jak religia, i być może, jak twierdzi Kosuth, dzisiaj ją nawet zastępuje⁷⁴. Dlatego bardzo słuszna jest intuicja Kartezjusza, gdy píše, że „rzeczywistymi są jakieś inne rzeczy prostsze i ogólniejsze”. To one są w istocie przedmiotem ludzkich myśli. Nimi to właśnie muszą posługiwać się artyści konstruujący swój przekaz. Co jednak – według Kartezjusza – oprócz „prawdziwych barw” należy do tych prostych i bardziej ogólnych rzeczy, „jakie się znajdują w naszej myśli”, i co jest podstawowym składnikiem wyobrażeń? Odpowiedź, jak filozof to coś rozumie, znajdujemy dalej:

73 R. Descartes, *Medytacje o pierwszej filozofii...*, s. 44.

74 Zob. J. Kosuth, *Sztuka po filozofii*, s. 256.

Tego rodzaju, zdaje się, jest istota ciała w ogóle i jego rozciągłość, podobnie kształt rzeczy rozciąglonych, dalej ich *quantum*, czyli ich wielkość i liczba, tak samo miejsce, w którym się znajdują, czas, przez jaki trwają itp.⁷⁵.

Pisząc o ciele, Kartezjusz wpisuje się w teorię matematyki ucieleśnionej. To jak – według niego – doznajemy zmysłami, albo raczej – jak jesteśmy w stanie „myśleć” o własnym ciele, służy mu do wyjaśnienia, jakie „obrazy rzeczy” w ogóle mogą się znaleźć w naszej „myśli (*cogitatio*)”⁷⁶. Własności ciała, takie jak kształt, liczba i miejsce w przestrzeni, są w jego przekonaniu podstawowe i nasza świadomość odnosi je do całego świata fizycznego czy zmysłowego, gdy sobie go wyobrażamy albo o nim myślimy. Te „rzeczy prostsze i ogólniejsze” mają więc charakter matematycznych pojęć, służących do opisu czy ujmowania świata zmysłowego, obojętnie, czy jest on tylko fantastyczną wizją, czy realnie istnieje. Warto zauważyć, że Kartezjusz mówi o trwaniu ciała w czasie. Jest to jedna z podstawowych kategorii, nadających sens naszemu doświadczeniu bycia w świecie.

Kartezjusz pisał o wyobraźni jako o jednej z funkcji *cogito*, próbując dowieść istnienia świata na zewnątrz swojej świadomości. Jego rozważania były tylko filozoficzną spekulacją, na marginesie której pojawia się teoria „konstrukcji wyobraźni”. Współcześnie problem ten badany jest przez psychologię poznawczą i antropologię. Na podstawie ustaleń tych dziedzin Boyer wyjaśnia, jak powstają wyobrażenia o szczególnych cechach, pozwalających im trwale

75 R. Descartes, *Medytacje o pierwszej filozofii...*, s. 44–45.

76 Kartezjusz używa terminu *cogitatio* w szerszym znaczeniu niż polski termin „myśl”. Myśleć dla Kartezjusza to „być świadomym”. Kartezjusz w *Medytacjach* zdefiniował siebie jako „rzecz myślącą”; poprzez myślenie określa, czym jest samoświadomość, pisząc: „Jest to rzecz, która wątpi, pojmuje, twierdzi, przeczy, chce, nie chce, a także wyobraża sobie i czuje” (R. Descartes, *Medytacje o pierwszej filozofii...*, s. 36, por. s. 44).

funkcjonować w ludzkich społecznościach. W obszarze jego zainteresowań są wyobrażenia mające charakter wizji religijnych. Boyer używa terminu „systemy kojarzeniowe”⁷⁷. Idee, które wchodzą w interakcję z systemami kojarzeniowymi, są w jakiś sposób niezwykle, przez co łatwo się je zapamiętuje, a tym samym można je przekazać innym członkom grupy⁷⁸. Są one szczególnym rodzajem metafor w rozumieniu Lakoffa i współpracowników. Na tej samej zasadzie działają sensacyjne wiadomości, *fake newsy*, slogany reklamowe, ale i opowiadane dowcipy. Żarty często polegają na wzbudzaniu jakichś oczekiwań, prowadzą nasze myśli w określonym kierunku i kończą się zwrotem przeczącym naszym intuicjom przypuszczalnego rozwoju wypadków⁷⁹. Nieoczywistość przecząca naszemu nastawieniu, dotychczasowej ogólnej wiedzy, paradoks, są tym, co zwraca naszą uwagę w komunikacie⁸⁰. Obojętne, czy będzie on opowieścią czy wizualnym obiektem. Takimi konstrukcjami komunikatów posługują się specjaliści od reklamy, filmowcy, projektanci plakatów, iluzjoniści. Niektórzy artyści, np. surrealiści, z paradoksu przeczącego naszemu potocznemu sposobowi rozumienia świata uczynili metodę twórczą (il. 3).

Z kolei polska szkoła plakatu zasłynęła umiejętnością budowania nośnych metafor, wykorzystujących zaskakujące złożenie słowa i obrazu (il. 4 A, B, C, D). Wielkie dzieła sztuk wizualnych zawsze w jakiś sposób przełamują nasze oczekiwania, ustanawiając nowe sposoby działania, znaczenia i sensy.

Nasze procesy poznawcze służą zdobywaniu jak największej liczby informacji o środowisku i wytworzeniu z nich dużej liczby skojarzeń. Dzieje się to zwykle pozaświadomie. Aby wyjaśnić działanie

77 Zob. P. Boyer, *I człowiek stworzył bogów...*, s. 96–99.

78 Zob. P. Boyer, *I człowiek stworzył bogów...*, s. 54, 86–87.

79 Zob. P. Boyer, *I człowiek stworzył bogów...*, s. 135.

80 Zob. P. Boyer, *I człowiek stworzył bogów...*, s. 54.



3. Prace studenckie powstałe w wyniku zadania polegającego na absurdalnym wykorzystaniu wskaźników głębi w obrazie. Paradoks dotyczący skali i relacji przestrzennej obiektów przyciąga uwagę, bo przeczy naszej wiedzy i nastawianiu. Prace z pracowni Wiedzy Wizualnej Wydziału Artystycznego UMCS. Źródło: archiwum autora.



A



B



C



D

4. Dowcipy wizualne budowane poprzez metafory w warstwie ikonicznej i słownej, użyte przez przedstawicieli polskiej szkoły plakatu. A – Wiktor Górka, *Hunting in Poland*, 1961; B – Jan Młodożeniec, *Cyrk*, 1979; C – Hubert Hilscher, *Circus*, 1979; D – Wiktor Górka, *Kabaret*, plakat filmowy, 1972. Źródło: domena publiczna.

systemów kojarzeniowych, Boyer posługuje się terminem „kategorie ontologiczne”. Są to najbardziej abstrakcyjne z pojęć. Określają w sposób najogólniejszy rodzaje rzeczy. Liczba czy kształt są właśnie kategoriami ontologicznymi. Są to więc te „rzeczy prostsze i ogólniejsze”, które wymienił Kartezjusz jako składnik wyobrażeń. Inne kategorie ontologiczne według Boyera to np. zwierzę, osoba, artefakt, obiekt naturalny. Stanowią one „schematy pojęciowe”, w których muszą mieścić się bardziej konkretne i mniej abstrakcyjne pojęcia. Gdy widzę jakiś nowy dla mnie obiekt, to na podstawie dostrzegalnych cech mam wobec niego określone oczekiwania poprzez wcześniejsze przypisanie go do określonej kategorii ontologicznej⁸¹. Gdy natomiast usłyszę od kogoś np. że „zbaşkinia” przybiegła i zaryczała, to posługując się dedukcją, przypiszę ją do kategorii ontologicznej zwierzę i mam w związku z tym określone oczekiwania, zbudowane na podstawie skojarzeń zaocznych – zbaşkinia będzie coś jeść, rozmnażać się, rodzić się mała, a potem rosnać i umierać, nie będzie rozumiała ani pamiętała, co do niej powiem itd. Posługiwanie się kategoriami ontologicznymi przypomina nieco wspomniany przeze mnie w poprzednim podrozdziale ludowy esencjonalizm, o którym pisali Lakoff i Johnson jako o specyficznej pierwotnej mądrości, stanowiącej źródło filozofii. Systemy kojarzeniowe nie działają jednak w sposób systematyczny na zasadzie jakiegoś namysłu. Ich działanie jest wymuszone przez spontaniczne połączenia rozdzielnych struktur poznawczych ludzkiego umysłu, przeznaczonych do różnych zadań. Funkcjonując w rzeczywistości, dokonujemy szybkich osądów i działań wynikających z naszych intuicji. Oczekiwania dotyczące zachowania się określonych obiektów wynikają z przypisania ich do jakiejś kategorii ontologicznej. Na przykład poruszający się obiekt z kategorii zwierzę albo osoba aktywuje system wykrywania celów, zaś tocząca się kula (artefakt) aktywuje system fizyki intuicyjnej.

81 Zob. P. Boyer, *I człowiek stworzył bogów...*, s. 47–50, 63–67.

Dlatego oczekujemy, że przedmioty odbijają się od siebie, a upuszczone spadają itd., a gdy widzimy pędzącego psa, zwracamy uwagę, za czym goni. Żyjemy też w środowisku innych istot ludzkich – osób działających intencjonalnie. Próbujemy wyobrażać sobie ich myśli. Struktury poznawcze związane z tymi zdolnościami możemy określić jako „psychologię intuicyjną”⁸². Ma ona związek ze wspomnianą wcześniej teorią umysłu. Pojęcie psychologii intuicyjnej należy rozumieć szerzej i nie odnosić jej jedynie do innych osobników *homo sapiens*. Jest to skłonność do przypisywania czegoś np. istotom nadprzyrodzonym, innym organizmom żywym, artefaktom. Potrafimy przecież czasem prosić o coś samochód lub komputer, a do roślin zdarza nam się czule przemawiać, tak jakby „wsluchiwały się” one w nasze intencje. Zostaliśmy też wyposażeni w system wykrywania istot żywych, czyli osób i zwierząt. Cechuje się on wielką nadwrażliwością. Każdy z nas doświadczał wielu sytuacji, gdy szelest albo ruch zinterpretował jako czyjąś obecność⁸³. Te podstawowe struktury poznawcze dotyczące określonych kategorii ontologicznych są materiałem do radzenia sobie w rzeczywistości i tworzenia jej reprezentacji, ale i snucia różnych fantazji. Część z nich ma szansę stać się twardymi okruciami w „zupie informacji”. Boyer zauważa, że łatwiej zapamiętujemy sprzeczności ontologiczne niż asocjacje logiczne, dlatego mają one większą moc trwałego funkcjonowania w przekazie kulturowym. Konstrukcja sprzeczności ontologicznych opiera się na nieznacznym odstępstwie, sprzecznym z naszymi systemami kojarzeniowymi. Na przykład duchy są osobami (kategoria ontologiczna) pozbawionymi ciał. Bóg wszechwiedzący jest osobą, ale obdarzoną szczególną mocą poznawczą. Posąg, który płacze, to artefakt ze szczególną cechą biologiczną, przynależną ludziom. Hebanowe drzewo, które słyszy i pamięta rozmowy, to roślina ze zdolnościami

82 Zob. P. Boyer, *I człowiek stworzył bogów...*, s. 100–101.

83 Zob. P. Boyer, *I człowiek stworzył bogów...*, s. 146.

psychicznymi. Wszystkie te wymienione przykłady możemy odnaleźć w wielu kulturach. Katalog nadprzyrodzonych schematów pojęciowych, mogących trwale funkcjonować w kulturze, jest dość ograniczony – z listy kategorii ontologicznych należy coś wybrać i dodać informację przeczącą kategorii. Ta szczegółowa etykieta nie zgadza się z oczekiwaniami, a więc prowadzi do powstania nowych skojarzeń. W praktyce wszystkie mity świata, baśnie, legendy, powieści *fantasy* opisujące najbardziej nieprawdopodobne historie, zawierają kilka schematów: osoby są niewidzialne, nieśmiertelne, mają nadludzką siłę, artefakty obdarza się cechami psychicznymi, podobnie zwierzęta, rośliny itd. Liczba możliwych kombinacji jest skończona⁸⁴. Tłumaczy to jedynie margines tego, co można nazwać duchowością człowieka, sprowadzając ją do kwestii: jak skonstruować nadprzyrodzone opowieści na tyle ciekawie, w pobudzający emocje i łatwy do zapamiętania sposób, aby umożliwić im transmisję w kulturze. Jednakże tak jak przedstawianie wyglądu syren, satyrów czy innych wymyślonych i realnych obiektów nigdy nie było prawdziwym zadaniem sztuki, tak opowieści o cudach i szczególnych mocach jakichś postaci nie są istotą religii.

Analiza i przetwarzanie informacji są kluczowe dla przetrwania samoświadomej istoty, jaką jest człowiek. Dlatego nieustanie wyjaśniamy sobie rzeczywistość, wyniki tego procesu wpływają na nasze działania, a część z nich ma charakter religijny. Uprawianie refleksji religijnych daje odpowiedź na pytanie, co robić i nadaje sens przyjętym zachowaniom. Systemy kojarzeniowe mają zasadnicze znaczenie w zdobywaniu wiedzy o świecie i jej porządkowaniu. Są one cechą naszych ucieleśnionych umysłów, a to one wytworzyły religię. Tak ją skonstruowały, że silnie pobudza emocje człowieka, kształtując jego relacje z innymi ludźmi, tworząc wspólne przekonania. Refleksje religijne okazywały się skuteczne wobec różnych ludzkich trosk,

84 Zob. P. Boyer, *I człowiek stworzył bogów...*, s. 65–81.

związanych z chorobą, małżeństwem, śmiercią. Wierzenia splecione ze sztuką i codziennością były kiedyś dla ludzi jedynym sposobem wyjaśniania świata. Religia w kulturach pierwotnych – jak wcześniej pisałem – ma wymiar praktyczny: „prawdziwe” jest to, co działa⁸⁵. Wierzenia to nie tylko fantazja. Wynikają one z wiedzy o świecie, wywiedziona np. z obserwacji przyrody, uzupełniona o nadprzyrodzone wyjaśnienia. Nie mogą być one zupełnie dowolne, muszą w specyficzny sposób wykorzystywać funkcje struktur kojarzeniowych, i muszą sprawiać wrażenie, że działają albo rzeczywiście mają być skuteczne. W ten sposób wiedza – jak ją dzisiaj nazywamy: przyrodnicza – spłotła się z wierzeniami religijnymi. Dlatego w myśleniu magicznym ma swój początek wiele dziedzin nauki i rozmaitych umiejętności, jak: psychologia, astronomia planetarna, medycyna. Ważną właściwością wierzeń religijnych jest wykorzystanie fizyki intuicyjnej i systemu wykrywania celów odniesionych do kategorii ontologicznych – artefaktów, obiektów naturalnych, osób, zwierząt. Wymaga to myślenia opartego na wyjaśnianiu przyczyn i ich skutków. Ta własność ludzkiego umysłu pozwala tłumaczyć efekt powziętych działań o charakterze religijnym na zasadzie „co należy zrobić, aby przyszłe polowanie było pomyślne” albo snucie opowieści czy mitów o tym, co się kiedyś wydarzyło i tłumaczy np. strukturę klanu czy plemienia.

Systemy kojarzeniowe, tworząc wyobrażenia religijne, posługują się fizyką intuicyjną dotyczącą typowego, oczekiwanego zachowania się przedmiotów (artefaktów, obiektów naturalnych) i interpretowania celów istot żywych (osób i zwierząt). Każdy człowiek potrafi dość skutecznie przewidywać to, co się zdarzy, gdy np. podrzuci przedmiot albo w którą stronę ucieknie zdobycz w trakcie polowania. Takie zdolności poznawcze nie są też obce wielu zwierzętom. Ludzkie wyobrażenia religijne często przeczą oczekiwaniom i zaskakują

85 Por. P. Boyer, *I człowiek stworzył bogów...*, s. 323.

nietypowym zachowaniem się zarówno żywych, jak i martwych obiektów. Na tym polega ich niezwykłość, gwarantująca silny wpływ na emocje i trwałość w zbiorowej pamięci grupy. Myślenie religijne wymaga też rozciągnięcia oczekiwanych przyczyn i skutków poza to, co jest możliwe do zaobserwowania. Przyczyny obecnych wydarzeń mogą leżeć w odległej mitycznej przeszłości, a skutki np. rytualnych działań zaklęć, modlitw, mogą dotyczyć tego, co się stanie długo po naszej śmierci. Zapewne religia i związane z nią praktyki miały wielkie znaczenie dla wyabstrahowania idei czasu jako ciągłości wykraczającej poza zjawiska obserwowalne na poziomie fizyki intuicyjnej i wykrywania celów istot żywych. Pozwoliło to wyjść myślą poza obszary bezpośrednio dane zmysłom i zrozumiałe na poziomie prostych intuicji. Pokonano w ten sposób wymiar ludzkiej krótkiej egzystencji i zaczęto rozumieć czas w wymiarze historycznym, kosmicznym i mistycznym. Warto sobie uzmysłowić, że terminu „wieczność” zwykle używamy w religijnym kontekście. Myślę, że religia była bardzo ważnym czynnikiem, który pozwolił wykształcić umiejętność posługiwania się czasem jako pojęciem abstrakcyjnym. Wiąże się to ściśle z matematyką. Pozawala ona – jako królowa abstrakcji – mierzyć i ujmować abstrakcyjny czas. Jest on szczególnym ludzkim doświadczeniem związanym z ograniczeniem życia, jego kresem i przemijaniem. Również sztuka o wiele częściej, niż by się to mogło wydawać na podstawie powierzchownego jej odbioru, odnosi się do idei czasu. Aby sobie to uświadomić, wystarczy przywołać znaną maksymę: *ars longa, vita brevis*.

G. Ucieleśniony platonizm matematyczny

Przedstawione wyżej zasady owej „konstrukcji wyobrażeń” mogą ułatwić odpowiedź na pytanie, dlaczego filozofowie-reformatorzy kultów dionizyjskich, jakimi byli pitagorejczycy, połączyli sztuki

plastyczne i muzykę z matematyką, nadając im religijny charakter. Byli oni ludźmi dopiero co wyrwanymi z plemienności, odmienionymi poprzez pismo, które otworzyło drogę pisanej teorii jako abstrakcji systematyzującej wiedzę: matematyczną, filozoficzną, ale także dało podstawę teorii sztuki, a religiom nadało wymiar kontemplacyjny i teologiczny. Grecy utrwalili i usystematyzowali to, co miało już swoje przejawy w różnych praktykach i wierzeniach, budując ich wyjaśnienie. W ten sposób pitagorejczycy splekli trzy sposoby rozumienia ładu wyrażonego poprzez liczbę:

- mistyczne objawienia doświadczane przez filozofów oddających się matematycznym medytacjom,
- możliwą do odkrycia przez umysł zasadę, według której skonstruowana jest przyroda,
- wzory albo zasady, z pomocą których zaczęto opisywać istotę sztuki i dość skutecznie narzucać artystom formy tworzonych dzieł.

Warto tu przypomnieć, że dokonane przez pitagorejczyków odkrycia dotyczące harmoniki wpłynęły znacząco na przypisanie matematyce mistycznego charakteru. Wyjaśniały one odczucia związane z przeżywaniem muzyki, pełniące od zawsze doniosłą rolę we wszelkich religiach plemiennych, a więc również w kultach dionizyjskich, a potem orfickich.

Oprócz muzyki ważnym czynnikiem inspirującym religię jest wiedza o cyklach przyrody. Była ona niezbędna do przetrwania, bo np. określała pory polowań, miała też związek z ludzką płodnością, porami zbiorów czy narodzin zwierząt itd. Najbardziej zauważalna jest naprzemiennosc dnia i nocy. Jest ona wręcz wpisana w ludzką fizjologię. Lakoff i współpracownicy zwracają jedynie uwagę na osadzenie umysłu w przestrzeni, pomijając czynnik czasu. Cyklom: rocznemu i dziennemu podlegają nieomal wszystkie organizmy na ziemi, nawet te niezdolne do poruszania się w przestrzeni i nieposiadające mózgow. Rozwój roślin, ale również samych ich

tkanek hodowanych w stabilnych laboratoryjnych warunkach, podlega do pewnego stopnia porom roku. Regularność cykli kosmicznych stanowi własność świata istotnie wpływającą na funkcjonowanie wszelkich organizmów żywych, a także na ludzkie rozumienie i sposoby porządkowania rzeczywistości na najbardziej podstawowym poziomie. Zanim żywe organizmy wytworzyły w procesie ewolucji mózgi, musiały rejestrować, respektować regularną cykliczność zmieniających się warunków środowiska bytowania na ziemi i radzić sobie z nią. Dlatego nasze ucieleśnione umysły są nie tylko zanurzone w przestrzeni, na co zwrócili uwagę Lakoff i współpracownicy, ale i w kosmicznych cyklach.

W przemienności dnia i nocy, pór roku, faz Księżyca, łatwo dostrzec powiązania i regularność, uświadomione przez ludzkość już w paleolicie, o czym świadczą liczne artefakty. Tworzenie kosmologii jest dla człowieka niezbędne, bowiem wyjaśnia i nadaje sens różnym praktycznym i duchowym działaniom⁸⁶. Z tego powodu inspirowało zarówno wyobrażenia religijne, jak i związane z nimi działania artystyczne.

Powtarzalność jest obecna w elementarnym ludzkim doświadczeniu upływających chwil, dni i nocy, pór roku, urodzajów i nieurodzajów, narodzin i śmierci, umierania i odradzania się, następstwa pokoleń, a więc i okresów w życiu człowieka⁸⁷. Wiąże się to z odczuciem przemijania i uświadamianiem sobie nieuchronności śmierci. Cykliczny czas jakby pośredniczy między odczuciem indywidualnej egzystencji a czasem wzorcowym, boskim. W biblijnej Księdze Koheleta możemy przeczytać: „To, co jest, już było, a to, co ma być kiedyś, już jest” (Koh 3, 15). Także czas obecny w micie o feniksie czy Prometeuszu jest cykliczny. W tak pojmnowanym czasie wszystko

86 Por. T. S. Kuhn, *Przewrót kopernikański. Astronomia planetarna w dziejach myśli*, przeł. S. Amsterdamski, Warszawa 1966, s. 19.

87 Por. T. Crump, *The Anthropology of Numbers*, Cambridge 1994, s. 82.

ma swoją porę, którą trzeba rozpoznać i być na nią przygotowanym, o czym pisze Kohelet w swym prorocztwie.

To, że Bóg jest Alfą i Omegą, ma oznaczać, że jest zarazem początkiem i końcem, źródłem i kresem, zamyka niejako czas w kolistą całość. Dla naszych przodków słońce wschodziło, by zejść i ponownie wzejść. Przyptywy podnosiły się i opadły, pory roku przychodziły i odchodziły, zwierzęta miały na wiosnę potomstwo, ludzie się rodzili, dorastali, mieli dzieci, starzeli się i umierali. W wymiarze czasu i przestrzeni przeżywano rzeczywistość kolistą. Ziemia była w wielu wyobrażeniach dyskiem, a widnokrąg stał się obecnym doświadczeniem ludzi żyjących na równinach. W ten sposób krąg stał się jednym z ważniejszych religijnych symboli, trwale obecnych w sztuce. Koło czasu to nieustanny powrót, domknięcie cyklu. Sugeruje więc wypełnienie całości, jedność w przestrzeni bądź w czasie. Święte ceremonie, zsynchronizowane z obrotem Słońca i Księżycy, wiązały społeczność ze światem pulsującym w kołowym ruchu. Cykle natury porządkują ludzkie aktywności. Zależą od nich pory święte i powszednie. Dzisiaj kolistość roku i cykliczność umieszczanych w nim świąt też wydaje się rodzajem stałości, jest koniecznością i daje poczucie wspólnoty przeżyć. Cykl roczny wyznacza powroty na święta do rodzinnego domu, przywołuje wspomnienia z dzieciństwa, ważne prawdy i przeżycia, gdy obchodzimy różne rocznice i urodziny. Głęboka intuicja, mówiąca o tym, że czas jest „kolisty”, była najprawdopodobniej obecna u naszych odległych przodków⁸⁸. Na iluminacji (il. 5) widzimy węża lub smoka zjadającego własny ogon, zwanego *uroborosem*. Jest to symbol okrągłego pojęcia czasu i istnienia. Zarówno w gnostyckich, jak i hermetycznych tradycjach alchemicznych symbolizował wieczność. Takie przedstawienie w przejmujący sposób obrazuje światopogląd: „to, co było na początku, jest też na końcu”.

88 Por. *Potęga mitu. Rozmowy Billa Moyersa z Josephem Campbellem*, oprac. B. S. Flowers, przeł. I. Kania, Kraków 2022, s. 331–332.



5. Uroboros jako symbol kolistego istnienia w czasie. Iluminacja w traktacie alchemicznym: Theodoros Pelekanos, *Synesius*, 1478, Bibliothèque Nationale de France, Ms. Grec. 2327, f. 285v

Cykliczność zjawisk niebieskich wiąże się z doświadczaniem przemijania, a odczucie własnego kresu rodzi refleksje i silne emocje w samoświadomej istocie, jaką jest człowiek. Rachuba cykli niebieskich inspirowała też praktyczne umiejętności, nadając im głębszy wymiar. Trzeba było ustalić pory obrzędów związanych z cyklami przyrody i porami zbiorów, moment inicjacji młodych ludzi itd. Powodowało to konieczność tworzenia kalendarzy, opartych na obserwowalnych rytmach zjawisk niebieskich. Rachuba czasu, dokonywana z religijnych inspiracji i praktycznych potrzeb, była ważnym czynnikiem wpływającym na rozwój umiejętności matematycznych. Obliczając krotności cykli planetarnych, tworzono proste systemy notacji matematycznej⁸⁹. Już w okresie neolitu rozwinięto umiejętności geometryczne, potrzebne przy obserwacjach i tworzeniu megalitycznych świątyń. Budowle te, mimo że służyły wierzeniom i rytuałom, były pierwszymi obserwatoriami astronomicznymi. Sakralizacja zjawisk

89 Por. J.D. Barrow, *Książka o niczym*, przeł. Ł. Lamża, Kraków 2015, s. 55.

na niebie wynikała po części z ich zastosowania do pomiaru czegoś tak nieuchronnego i oddziałującego na ludzkie życie, jak upływ czasu odmierzanego za pomocą cykli planetarnych. Doskonałość i powtarzalność zjawisk na niebie stanowiła opozycję wobec niepewności ludzkiego losu i kresu życia. Doświadczanie czasu jako czegoś, co wyznacza czy odmierza powstawanie, trwanie, przemijanie i zniszczenie, było jednym z czynników splatających matematykę z religią i sztuką.

H. Wzory liczbowe i wierzenia

Najprostsze do uchwycenia w przyrodzie są wzory liczbowe. Treścią religijnych wierzeń stawały się te wartości liczbowe, które powtarzają się w różnych obiektach i zjawiskach naturalnych. Występują one np. w astronomii. Takim wzorem, wyrażonym szeregami liczb, jest też wspomniana zasada harmonii muzycznej. Wcześniej jednak ludzie dostrzegli, że ssaki mają cztery nogi, płatki śniegu sześć ramion, a fazy Księżyca powtarzają się co około 29 dni. Dla prawidłowego opisu świata ważne jest, aby odróżnić przypadkowe związki liczbowe od tych istotnych. Często bywało też tak, że określoną prawidłowość liczbową, np. dotyczącą harmonii muzycznej albo długości miesiąca księżycowego, odnoszono do innego zjawiska, np. do cyklu menstruacyjnego kobiety. Dlatego pewne liczby i proporcje zaczęto uznawać za bardziej uprzywilejowane, boskie, doskonałe i doszukiwano się ich w otaczającym świecie. Religia mogła te koincydencje wykorzystać do tworzenia łatwych do zapamiętania konstrukcji kultowych wyobrażeń. Takie pojmowanie świętości czy uprzywilejowanych liczb jest w pewnym sensie naturalne z powodu sposobu działania systemów kojarzeniowych człowieka. Dlatego są one obecne w różnych kulturach, gdzie ludzie w powtarzających się wokół nich zjawiskach dopatrywali się nadprzyrodzonych związków i sprawczości boskiego rozumu, stwarzającego kosmiczno-ludzkie koincydencje.

Z obserwacji faz Księżyca wynikało szczególne znaczenie liczby siedem. Możemy obserwować właśnie siedem postaci Księżyca jako poszczególnych faz poza nowiem, który jest niewidoczny (il. 6). Tak właśnie – do siedmiu – odliczano fazy Księżyca w Babilonii, Egipcie, Chinach i Indiach, nadając tej liczbie szczególne własności. Dlatego też dopatrzone się siedmiu ciał niebieskich (Słońce, Księżyc, Merkury, Wenus, Mars, Jowisz, Saturn) i doliczono się siedmiu barw w tęczy. Znaczenie siódemki było rozwijane w wielu mitach. Mamy siedem miast Homera, siedem Plejad, w Biblii Bóg stwarzał świat siedem dni, siódmy rok jest święty itd.



6. Siedem widzialnych postaci Księżyca. Opracowanie graficzne: autor.

Podobnym przykładem może być liczba cztery: są cztery strony świata, cztery pory roku, zwierzęta i ludzie mają cztery kończyny itd. W ten sposób znaleziono uzasadnienie dla czterech cnót kardynalnych, czterech Ewangelii i czterech okresów życia człowieka. Liczba cztery jest też przykładem, jak znaczenie pewnych świętych czy uprzywilejowanych liczb, posiadając określone kompetencje, można było uzupełniać o ich własności matematyczne. Zwykle czyniono to w dość twórczy sposób, tak aby uzasadnić związki uprzywilejowanych liczb. Na przykład gdy zsumujemy $1+2+3+4$, otrzymamy dziesięć. Odkrycia tego dokonali Pitagorejczycy⁹⁰. Miało ono świadczyć o szczególnych własności czwórki i dziesiątki. Mamy przecież

90 Por. W. Tatarkiewicz, *O doskonałości*, Warszawa 1976, s. 22, 24.

dziesięć palców u rąk, więc powiązanie liczb cztery i dziesięć nie może być przypadkowe! Dlatego pitagorejczycy wymieniali dziesięć ciał niebieskich, dodając do tych wcześniejszych siedmiu: strefę gwiazd stałych, Ziemię i Przeciw-Ziemię (Antichton)⁹¹. Arystoteles odnosił się do tych pitagorejskich pomysłów bardzo trzeźwo, pisząc:

Wszystkie własności liczb i harmonii, jeżeli tylko mogli wykazać ich zgodność ze zjawiskami niebieskimi, częściami nieba i całym łańcem we wszechświecie, zbierali i włączali do swojego systemu; a jeżeli gdzieś powstała jakaś luka, szybko ją wypełniali, ażeby tylko całą teorię uczynić spójną. Na przykład, ponieważ liczba 10 jest według nich doskonała i obejmuje całą naturę liczb, wobec tego twierdzili, że również ilość ciał niebieskich krążących po niebie wynosi dziesięć, ale ponieważ widzialnych ciał jest tylko dziewięć, wobec tego wynaleźli jako ciało dziesiąte „Przeciw-Ziemię”⁹².

Dzieląc, mnożąc, dodając, potęgując itd., można dokonać wielu zaskakujących odkryć w liczbach. Te własności i związki różnych wartości, poddawanych prostej obróbce matematycznej, stawały się pożywką dla różnych religijnych wierzeń i ezoterycznych symboli, także numerologii. Odrywając się od tego, co naturalne, wykorzystując „objawione” liczby, stworzono wyobrażenia całkowicie fantastyczne, oparte jedynie na pewnych matematycznych operacjach. Literom przypisano wartości liczbowe, co również służyło do różnorodnych magicznych rozważań na temat imion i niektórych słów oraz nadawania im symbolicznych znaczeń. Do symboliki liczb będę powracał w dalszych rozdziałach. Przykłady te podałem jedynie w zdawkowy sposób, aby ukazać, jak widzenie związków, koincydencji i przyczyn, tak naturalnych dla działania ludzkich

91 Por. A. Schimmel, *The Mystery of Numbers*, New York–Oxford 1993, s. 15.

92 Arystoteles, *Metafizyka* 986 a, s. 627–628.

systemów kojarzeniowych, wpłynęło na rozwój magii i mistyki liczb we wszystkich bardziej rozwiniętych kulturach. W ten sposób zrodził się również platonizm matematyczny, przynajmniej ten w wersji Pitagorasa i samego Platona. Jego kosmologiczne wyjaśnienia, zawarte w *Timaiosie*, przeniknięte są symbolicznym znaczeniem uprzywilejowanych liczb zaczerpniętym z ezoteryki pitagorejczyków. Ich spuścizna, oprócz prawdziwych dokonań na polu matematyki, składa się z mieszaniny mistyki i zwykłego naciągactwa⁹³. Zastosowanie symboliki liczb w praktyce artystycznej wypływa właśnie z takich rozważań. Można oczywiście tworzyć katalogi różnych znaczeń liczb, figur geometrycznych i porównywać pod tym względem różne kultury⁹⁴, tak jak czynią to z wszelkimi wierzeniami religijnymi niektórzy antropologowie⁹⁵. Tego typu zestawienia są zapewne pomocne w badaniach ikonograficznych. Można też znaleźć wiele zaskakujących związków, różnic i interpretacji symbolicznego znaczenia liczb, gdy porównamy np. Daleki Wschód i Europę. Jednak symbolika liczb to tylko wycinek obecności bytów matematycznych w dziełach sztuki. Ciekawsza jest odpowiedź na pytania, jaką rolę pełnią w sztuce wszelkie byty matematyczne w głębszym sensie, który spowodował ich trwałą obecność w wytworach artystycznych. Co łączy abstrakcyjną matematykę i zmysłową sztukę?

Matematyka jest kulturowo wytworzonym narzędziem poszerzającym wrodzone kompetencje naszych zmysłów w opisie i rozumieniu świata. Zaczęła się chyba wtedy, gdy dostrzeżono, że jest coś wspólnego między np. trzema kozami i trzema owcami, i temu „trzy obojętnie czego” nadano jakiś słowny bądź wizualny symbol. Poprzez ten symbol abstrakcyjna koncepcja liczby mogła zostać dostrzeżona,

93 Por. M. Kordos, *Wykłady z historii matematyki*, s. 50.

94 Por. A. Schimmel, *The Mystery of Numbers*, s. 41nn.

95 Por. P. Boyer, *I człowiek stworzył bogów...*, s. 58; J. G. Frazer, *Złota gałąź*, przeł. H. Krzeczkowski, przedm. J. Lutyński, Warszawa 1969.

a nawet zrozumiana na poziomie sensorycznym. Odkrycie lub wynalezienie matematyki dało ludzkości możliwość komunikowania różnych aspektów rzeczywistego świata, nawet tych, które wykraczają poza bezpośrednio doświadczenia zmysłowe.

W tym samym czasie pojawiła się sztuka. Wyrycie albo narysowanie na piasku pierwszego wizualnego znaku reprezentującego liczbę było w takim samym stopniu odkryciem artystycznym, jak i matematycznym. Sztuka, którą posiadał wtedy człowiek poprzez syntetyzowanie doznań, umożliwiała mu – podobnie jak dzisiaj zmatematyzowana nauka – uświadamianie sobie ogólniejszych prawd. Tę rolę sztuka pełni do dzisiaj, wykraczając poza zakres „naukowego” poznania – podobnie jak religia, a później filozofia, próbuje ujmować ludzki świat w wymiarach egzystencjalnych i duchowych. Sztuka tym się między innymi różni od nauki i religii, że posługuje się językiem spostrzeżeń. Matematyka bazuje jedynie na spostrzeżeniach krotkości, regularności, przenosząc je na poziom uogólnień i abstrakcji. Dlatego odpowiedź na pytanie, dlaczego artyści sięgali w swej praktyce po obiekty matematyczne, może pomóc zrozumieć, jak działa ludzki aparat percepcyjny w zakresie spostrzegania regularności czy porządków.

3

Zmysł liczby i porządku

Religia i sztuka jako wytwory kultury powstały w tym samym momencie historii rodzaju ludzkiego – 50 tysięcy lat temu. Peter Rudman na podstawie analiz antropologicznych podaje ten sam okres dla pojawienia się arytmetyki rozumianej jako przejście od umiejętności rozpoznawania wielości (dzielonej przez nas z innymi zwierzętami) do liczenia przy użyciu symboli, jakimi mogą być palce, nacięcia albo wokalizowane dźwięki¹. Oczywiście można się spierać, czy była to już matematyka czy tylko rodzaj umiejętności, który dopiero pozwolił ją wykształcić. Liczenie wymagało myślenia symbolicznego, opartego na metaforyzacji, i służyło komunikacji z innym *homo sapiens*.

Metafora, poprzez odniesienia do podstawowych doznań, ma związek z naszym doświadczaniem i rozumieniem świata w najbardziej pierwotny sposób. Umożliwia również istnienie takim złożonym wytworom kultury, jak sztuka i matematyka. Metaforyzacja jako ewolucyjnie ukształtowany mechanizm neuronalny pozwala na tworzenie i nadawanie sensu pojęciom, słowom i innym symbolom, poprzez odniesienie ich do wszelkich doświadczeń przestrzennych i motorycznych, a także do ludzkich uczuć i emocji. Zdolność

1 Zob. P. S. Rudman, *How Mathematics Happened...*, s. 49–53.

do tworzenia metafor jest według Lakoffa i współpracowników właściwością ludzkiego umysłu, która ogarnia całe nasze doświadczenie:

Metafora, od dawna uważana za postać mowy, ostatecznie okazała się być centralnym procesem w codziennym myśleniu. Metafora nie jest zwykłym upiększeniem; jest to podstawowy sposób, dzięki któremu myślenie abstrakcyjne jest możliwe. Jednym z zasadniczych rezultatów nauk kognitywnych jest to, że abstrakcyjne koncepcje są zwykle zrozumiałe poprzez metafory, w odniesieniu do bardziej konkretnych koncepcji².

Koncepcja Lakoffa i współpracowników została opracowana na gruncie języka i tłumaczy wszelkie procesy myślowe i działania ludzkie odnoszące się do pojęć, a więc również pojęć matematycznych. Teoria metafor zastosowana do matematyki budzi spore kontrowersje³. Wynikają one z rozumienia metafory jako jedynie zabiegu stylistycznego, a nie mechanizmu poznawczego. Bez metafor nasze myślenie abstrakcyjne jest niemożliwe, a matematyka to przecież „królowa abstrakcji”⁴, ale również precyzji i porządku. Matematykę możemy traktować jako umiejętność operowania symbolami. To metaforyzacja pozwoliła znaleźć relacje w zmysłowych jakościach i wyrazić je słowami albo wizualnymi symbolami oznaczającymi liczby.

Być może pierwszym dziełem sztuki, a zarazem abstrakcyjnym symbolicznym pismem, był znak wyrażający właśnie ilość. Był to zapewne „jedynkowy” system notacji, który np. poprzez liczbę nacięć symbolizował odpowiednią wartość. Stanowił on trwały nośnik myśli abstrakcyjnej. Odkrycie możliwości tworzenia symboli dla pojęć i stopniowe ich doskonalenie jako systemów notacji

2 G. Lakoff, R. Núñez, *Where Mathematics Comes From...*, s. 39.

3 Por. J. Życiński, *Świat matematyki...*, s. 48–53.

4 Por. B. Brożek, M. Hohol, *Umysł matematyczny...*, s. 94.

było ważnym czynnikiem tworzącym „zupę informacji” będącą środowiskiem ludzkiego bytowania. Wynalazek pisma alfabetycznego jako użycia abstrakcyjnych znaków dla następujących po sobie dźwięków nie powstałby zapewne bez umiejętności tworzenia notacji matematycznych.

Sztuka jest kulturowym narzędziem pozwalającym badać rzeczywistość, odnajdywać w niej koherencje, prawidłowości i porządki. Dlatego też posiada wspólną z matematyką bazę w sensie ewolucyjnie i kulturowo uwarunkowanych zdolności poznawczych. Źródła związków matematyki i sztuki należy szukać w sposobie odbierania i porządkowania wrażeń zmysłowych płynących ze środowiska naszego bytowania.

Matematyka i sztuka jako części kultury istnieją w intersubiektywnym świecie, w którym możemy się porozumieć z istotami „takimi jak ja”. Dlatego badanie języka może w sposób pośredni dostarczyć informacji, jak funkcjonują mechanizmy związane ze „zmysłem liczby”. Myślę, że te rudymentalne umiejętności matematyczne mają ścisły związek z adaptacyjnymi własnościami poznawczymi człowieka, nazwanymi przez Gombricha „zmysłem porządku”. Aby ukazać ów zmysł i przedstawić, na czym polega rozumienie liczebności na poziomie spostrzeżeniowym, zacznę od analizy języka. Następnie ukazę, jak zmysł porządku mógł wpłynąć na wykształcenie przez ludzkie umysły pojęcia liczby.

A. Język a liczby

Liczebniki są niczym słowne skamieliny, ślady prehistorii języków. Dlatego stanowią ważny obszar badań antropologicznych pozwalających ustalać pokrewieństwo różnych ludzkich populacji. Wynika to z faktu, że słowa oznaczające jakieś fizyczne narzędzia czy np. domy, zmieniając się w ciągu wielu tysięcy lat, przeobrażały

również sposób ludzkiego funkcjonowania. Ludzie mieszkali w pieczarach, potem w szałasach czy chatach, tak więc różne słowa oznaczały rzeczownik „mieszkanie”. Tymczasem pojęcia matematyczne muszą być trwałe, bo matematyka jest, jak pisałem stabilna w czasie. Dlatego budowa wypowiedzianych liczebników jest rodzajem systemu notacji, który musi być do pewnego stopnia niezmienny wewnątrz danej społeczności. Inną cechą kultury będącą w opozycji do owej stabilności jest zmienność ustalonych schematów i konwencji. Matematyka jako część kultury jest również nieustannym przekraczaniem tego, co już ustalone i przyjęte, i właśnie na tym polega cecha matematyki określana przez Lakoffa i współpracowników jako odkrywalność (opisana w rozdziale drugim, podrozdziale E). Tę synergię przeciwstawnych sobie stałości i zmienności wyjaśnia mechanizm zapadki kulturowej. Matematyka jest modelowym przykładem jej działania. To właśnie ten mechanizm wyjaśnia, w jaki sposób matematyka wydaje się trwała i stabilna, a zarazem rozszerza się na nowe obszary poznania.

Określanie liczby obiektów opiera się we wszystkich językach na wyrażaniu większych liczebników poprzez „pęczki” mniejszych. Dla nas tymi „pęczkami” są np. dziesiątki. W różnych językach kultur plemiennych spotykamy się z tworzeniem liczebników polegającym na łączeniu słów wyrażających: jeden, dwa, trzy i pięć w różnych kombinacjach budujących inne liczebniki i umożliwiającym tworzenie systemu pierwszych „wokalnych notacji”. Najprostszym przykładem może być to, jak odliczało jedno z plemion Mikronezji: *ke-yap* 1, *pullet* 2, *ke-yap-pullet* 1+2, *pullet-pullet* 2+2. W przytoczonym przykładzie największym „pęczkiem” jest dwa⁵. Gdy jednak zaszła częsta potrzeba odliczania większych wartości, pojawiały się nowe słowa i coraz to większe „pęczki”. Nietrudno się domyślić, że piątka stanowiła

5 Por. G. Ifrah, *Dzieje liczby, czyli historia wielkiego wynalazku*, przeł. S. Hartman, Wrocław–Warszawa 1990, s. 14.

uprzywilejowany „pęczek” w wielu językach plemiennych, bo pięć palców u ręki stanowi zawsze obecny, a przez to wygodny zestaw symboli. Takim piątkowym systemem posługiwało się np. papuaskie plemię Wedau, gdzie np. *ura-i ga* znaczy 5; *ura-g'ela-tagogi* 5+1, czyli sześć; a *ura-ruag'a-i-ga* 5×2, czyli 10⁶. W języku polskim też możemy dopatrzeć się podobieństwa pomiędzy słowami „pięć” i „pięść”⁷.

We współczesnym języku mówimy „para”, „tuzin” rzadziej „kopa”. Minuta dzieli się na sześćdziesiąt sekund, doba ma w sobie dwie dwunastki, a pełny kąt sześć sześćdziesiątek. Wszystko to są trwale funkcjonujące relikty bardzo starych systemów liczbowych. Na liczbie 60 opierał się system notacji stosowany w Babilonii. Jest on niespójny ze stosowanym dzisiaj zapisem i dlatego stanowi problem przy przeliczaniu np. prędkości wyrażonej w kilometrach na godzinę (km/h) na metry na sekundę (m/s). Mimo to dalej się nimi posługujemy, mierząc kąty, nawigując po morzu, odszukując gwiazd na niebie oraz wyrażając upływający czas. We współczesnych językach europejskich jest wiele reliktyw będących sposobem wymawiania liczb, czyli używania słownych symboli, odnalezionych i opisanych przez antropologów różnych prymitywnych społecznościach. Taka językowa skamielina to system budowy liczebników oparty na dwudziestkach. Według antropologów potwierdza on tezę o „anatomicznym” rodowodzie większości sposobów wyrażania liczb⁸. Wszyscy mamy po dwadzieścia palców u rąk i nóg. Dlatego np. Tamankowie – lud Indian z Wenezueli – liczbę 20 wyrażają określeniem *tevin itoto*, czyli jeden Indianin, a 40 to oczywiście dwóch Indian, czyli *akčake itoto*. Z „dwudziestkowym” systemem zetknął się każdy, kto uczył

6 Por. M. Kordos, *Wykłady z historii matematyki*, s. 23–24.

7 Por. K. Cipora, M. Szczygieł, M. Hohol, *Palce, które liczą – znaczenie liczenia na palcach dla poznania matematycznego u człowieka dorosłego*, „Psychologia – Etyka – Genetyka” 30 (2014), s. 61.

8 Por. S. Dehaene, *The Number Sense...*, s. 93–95; M. Trojan, *Na tropie zwierzęcego umysłu*, Warszawa 2013, s. 118.

się języka francuskiego albo duńskiego. W Europie dwudziestkowe liczenie jest najprawdopodobniej dziedzictwem języków celtyckich. Podobny system znajdziemy w językach: Bretończyków, Walijczyków, ale i Basków, choć nie mają oni celtyckiego rodowodu. Celto- wie zostali wyparci z terenów zamieszkiwanych dziś przez narody germańskie i romańskie na peryferia Europy, do Bretanii i na skraj Wysp Brytyjskich. Jednak pozostawili oni na ziemiach, które wcześniej zamieszkiwali, kulturowe dziedzictwo wyrażające się między innymi w trudnych dla nas francuskich zbitkach liczebników typu *quatre-vingt-seize* ($4 \times 20 + 16$), czyli dziewięćdziesiąt sześć⁹.

Przykłady te przytaczam po to, aby ukazać, jaką trwałość w kulturze mają dość złożone systemy tworzenia i wyrażania pojęć matematycznych. Mogą one istnieć przez wieki i pokolenia. Przemiany cywilizacyjne powodowały konieczność tworzenia symboli dla większej liczby rzeczy albo rozwiązywania bardziej złożonych problemów. Stanowiło to bodziec do rozbudowywania wokalnych symboli i zapisów matematycznych oraz przekraczania chociażby bariery coraz większych liczb. Stąd wynika obecność różnych systemów notacji i sposobów ich wypowiedziania, stosowanych współcześnie przez człowieka. Trwałość niektórych tradycji związanych z symbolami pojęć matematycznych, jak np. stosowana po dziś dzień rzymska, a właściwie etruska notacja albo „sześćdziesiątą” podział kąta, powinny uświadomić, jak ważną częścią kultury „wysokiej” jest matematyka. Mimo to niektórych „prawdziwych humanistów” napawa dumą fakt, że starali się za bardzo nie skalać tą wiedzą w czasie swej szkolnej edukacji. Owa trwałość pewnych matematycznych tradycji jest często jedynie konwencją niemającą praktycznego znaczenia, jak np. wspomniana notacja etruska – jej stosowanie w zapisie dat wyraża jedynie elegancję i przywiązanie do łacińskiej tradycji. W większości europejskich języków występują podobne nazwy działań matematycznych.

9 Por. M. Kordos, *Wykłady z historii matematyki*, s. 25–26.

Ale Polacy nie mówią np. „addycja” i „subtrakcja” albo „dyferencjał”, lecz: dodawanie, odejmowanie i rachunek różniczkowy¹⁰. Polska terminologia matematyczna jest nieprzypadkowa, podkreśla nasz narodowy charakter i wynika – z chyba trochę niedocenianego – wkładu polskich uczonych w rozwój matematyki¹¹. Tym samym nasz język stał się tym, który – jako jedyny europejski – w zakresie nazewnictwa matematycznego nie oparł się na grece lub łacinie. Ta odmienność komplikuje nieco komunikację, np. utrudniając naukę dzieciom z innych krajów, które znalazły się w polskim systemie edukacji. Z kolei trwałość systemu babilońskiego wynika z tego, że liczba 60 jest podzielna przez 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 i 60. Jest to więc wyjątkowo „składna” wartość, co wiąże się z jej rozkładem na czynniki pierwsze: $2 \times 2 \times 3 \times 5$. Według powszechnej opinii był to powód przyjęcia liczby 60 jako podstawy systemu w Mezopotamii, a owa składność do dziś jest dla nas bardzo wygodna przy rachubie czasu i podziale kątów.

Przełomy czy zapadki dotyczące matematyki to nie tylko tworzenie „wokalnych” albo pisanych systemów notacji, będących symbolami zdolnymi wyrażać w wygodny sposób coraz to większe wartości liczb naturalnych. Ludzkość „odkryła” również liczby: całkowite, wymierne, niewymierne, urojone itd. Stały się one naszymi formami myślenia, odmieniającymi człowieka. Rozszerzyły zakres tego, co możemy zakomunikować, w czym znaleźć związki przyczynowe albo wręcz umożliwiły „zobaczenie” czegoś, co leży poza zakresem naszych zmysłów. Wiele z przytoczonych sposobów symbolicznego ujmowania abstrakcji, jakimi są liczby, zaistniało w prymitywnych

10 Tę narodową terminologię matematyczną zawdzięczamy głównie braciom Jędrzejowi i Janowi Śniadeckim, którzy wprowadzili i propagowali używanie rodzimego nazewnictwa. Zob. Z. Pawlikowska, *Z historii polskiej terminologii matematycznej (III)*, „Roczniki Polskiego Towarzystwa Matematycznego. Seria 2: Wiadomości Matematyczne” 9 (1966), s. 23–43; zob. M. Szurek, *Matematyka dla humanistów*, Warszawa 2000, s. 295–296.

11 Por. M. Szurek, *Matematyka dla humanistów*, s. 187–192.

kulturach bez możliwości ich utrwalenia za pomocą pisma, było jedynie wypowiedzianymi słowami. Mimo to owe wokalne symbole liczbowe zyskały moc trwałego funkcjonowania w świecie kultury, a ich pierwotny charakter ujawnia, jak percepcyjne własności umysłu wpływały na konstrukcje podstawowych pojęć matematycznych.

B. Percepcja liczebności – subitancja

Można odnieść wrażenie, jakoby pierwsze systemy wokalnych wyrażań, oparte na jedynkach i parach, świadczyły o tym, że nasi przodkowie liczyli jedynie do czterech (para par), a może nawet tylko do trzech (para i nie-para). Czy była to więc faktyczna umiejętność posługiwania się pojęciem liczby? Może była jedynie używaniem nazw dla zbiorów mających powtarzalną wielość? Albo nazywaniem określonego rodzaju obiektu: pojedynczego, dwoistego czy troistego? Kiedy te pierwotne systemy liczenia stawały się otwarte i zdolne wyrażać większe liczby? Tworzenie słownych systemów wyrażania w ich najprostszej wersji opartej na liczebnikach „trzy”, „dwa” i „jeden” wynika z subitancji – wrodzonego mechanizmu poznawczego, pozwalającego natychmiast widzieć małą liczbę obiektów. Widzimy od razu pojedyncze obiekty, pary i trójki jako pewne całości. Odbywa się to bez konieczności przeliczania. Zdolność ta jest wpisana w nasze spostrzeżenie i nie wymaga myślenia abstrakcyjnego. Co więcej, na podstawie badań eksperymentalnych ustalono, że naczelne i niektóre inne gatunki poprzedziły człowieka w tej umiejętności¹². Subitancja dotyczy jedynie kardynalnego aspektu liczby w odróżnieniu od aspektu porządkowego. Dopiero rozumienie aspektu porządkowego umożliwia zaistnienie pełnoprawnego

12 Por. M. Trojan, *Na tropie zwierzęcego umysłu*, s. 123; S. Dehaene, *The Number Sense...*, s. 66–72; B. Brożek, M. Hohol, *Umysł matematyczny...*, s. 17–18.

pojęcia liczby i umiejętności arytmetycznych¹³. Gdy w szeregu stoi sześciu żołnierzy, liczbę 6 możemy rozumieć jako kardynalną wielkość. Gdy pomyślimy o ostatnim żołnierzu jako szóstym, to etykieta 6 będzie dotyczyć aspektu porządkowego. Kardynalną liczbę w zakresie do trzech obiektów spostrzegamy jako całość. Zgodnie z zasadami teorii percepcji *Gestalt* tłumaczącej aktywność podmiotu w procesach postrzeniowych umysł ujmuje rzeczywistość jako złożoną z osobnych kształtów postrzeganych jako całe i pojedyncze¹⁴. W teorii percepcji używa się pojęcia figury. Figura to pojedynczy integralny kształt posiadający uchwytny dla umysłu zasady¹⁵. Takimi całościami-figurami są małe grupy obiektów, widziane jako pary czy trójki. Traktujemy je jako pojedyncze obiekty, o czym świadczą to, że możemy powiedzieć, np. „trójka”, „dwie pary” albo „jedna para”, mimo ich złożonego charakteru. Precyzyjne określenie liczebności większych zbiorów wymaga czasu, a nie natychmiastowego uchwycenia zbioru jak subitancja, i wymaga liczenia – kalkulacji. Łaciński źródłosłów tego słowa, *calculus*, oznacza kamień. Również współcześnie, np. w języku francuskim, kamyk to *caillou* albo *calcul*. To drugie słowo oznacza również rachowanie. Kamyki były używane w pewnych sytuacjach jako użyteczne reprezentacje liczb. Symbol liczby nie musi być słowem. Czasem bywa to wręcz niewygodny sposób liczenia większych zbiorów. Trudno jest też wypowiadać i zapamiętywać liczby o dużych wartościach. Na przykład trzysta czterdzieści dwa tysiące czterysta pięćdziesiąt jeden – jest precyzyjnie wyrażoną liczbą, ale niewygodną do wyobrażenia, zapamiętania i wypowiedzenia. Z pomocą przychodzi nam zapis symboliczny przy

13 Por. B. Brożek, M. Hohol, *Umysł matematyczny...*, s. 51.

14 Por. D. Bagiński, P. Francuz, *W poszukiwaniu kodów wizualnych*, w: *Obrazy w umyśle. Studia nad percepcją i wyobraźnią*, red. P. Francuz, Warszawa 2007, s. 29–30.

15 Por. P. Francuz, D. Bagiński, *Własności kształtów jako podstawa kodów wizualnych*, w: *Obrazy w umyśle...*, s. 45–61.

użyciu notacji dziesiętnej. Uchwycony wzrokiem rząd cyfr jest bardziej zrozumiały i łatwiej wykonywać na nim kolejne działania. Ale jak przeprowadzać rachunki, kiedy nie posiadamy jeszcze jakichkolwiek cyfr? Ludzie przedcyfrowi odkryli inny rodzaj symbolizowania mnogości, za pomocą którego potrafili kontrolować liczebność pokazywanych zbiorów pojedynczych rzeczy.

Greccy pasterze używali kamyków rzucanych na stos jako reprezentacji wypuszczonych z zagrody owiec. Gdy stado wracało, odkładano kolejno kamyki na inną kupkę, dzięki czemu łatwo było określić, czy stan żywego inwentarza jest właściwy i ewentualnie poszukiwać zaginionych sztuk. Ich liczebność wyrażał jeden, a czasem kilka kamyków pozostałych po odliczeniu stada. Patrząc na tę kupkę, pasterz wiedział, ilu owiec mu wciąż brakuje. Nie musiał znać ich liczby, a jednak je liczył, gdyż każdy kamyk był abstraktem jednej owcy – był jej matematycznym symbolem.

Podobny system stosowali madagaskarscy dowódcy przy liczeniu swoich wojowników powracających z bitwy. Aby posłużyć się tą metodą, nie trzeba posiadać w ogóle słownych określeń liczb. Ci greccy pasterze i żołnierze z Madagaskaru nie umieli prawdopodobnie wyrazić większych liczebników. Po prostu – nie znali liczby obiektów zarejestrowanych poprzez kamyki na stosie, a mimo to praktycznie radzili sobie z bardzo wielkimi liczebnościami¹⁶. To tylko mały krok do liczydła. Znaną nam formę poprzedził *abak*. Był to rodzaj tabliczki z narysowanymi liniami oddzielającymi kolejne kolumny odpowiadające różnym rzędom numeracji, np. dziesiętnej. Na *abaku* umieszczało się kamyki lub żetony odpowiadające liczbom¹⁷.

16 Por. B. Brożek, M. Hohol, *Umysł matematyczny...*, s. 33; M. Trojan, *Na tropie zwierzęcego umysłu*, s. 117.

17 Por. G. Ifrah, *Dzieje liczby...*, s. 87–93.

Kamykowy system jest jedynkowym zapisem ujmującym kardynalny aspekt liczby. Podobnie działamy w dzisiejszych czasach, przerzucając bity jako zera i jedynki wewnątrz komputerów według określonej procedury, mądrze zwanej algorytmem, a pozwalającej zapisywać teksty, edytować obrazy i dźwięki. Tych cyfrowych operacji zwykle zupełnie nie rozumiemy, podobnie jak ci greccy pasterze nie musieli znać arytmetyki, by policzyć swoje stada. Umiejętność, o której mowa, wymagała posługiwania się analogią. I tak, któryś z pasterzy, widząc równocześnie trzy owce i trzy kamienie, potrafił dostrzec dwie analogiczne figury. Tę analogię wykazywała tylko jedna wyabstrahowana cecha – troistość, uchwytna dla nich wyłącznie dzięki zdolności subitancji. Ale, aby wykorzystać tę analogię, ludzie ci musieli wspiąć się na jeszcze wyższy stopień. Musieli ujrzeć w tej analogii symboliczny związek, w którym trzy kamienie stają się symbolami trzech owiec. Metoda – jedna owca – jeden kamień mogła więc działać na wielką skalę, kiedy nawet pokaźna kupa kamieni leżąca obok zagrody zgadzała się z ilością owiec na pastwisku. Do takiej arytmetyki niepotrzebne były duże liczby. Ci ludzie byli prawdziwymi odkrywcami. Jak długą drogę musiała przejść potem ludzkość, by metaforą lat świetlnych wymiarować odległości we wszechświecie.

Lakoff i Núñez piszą, że arytmetyka jest metaforą zbioru fizycznych obiektów precyzyjnie odwzorowanych w dziedzinie liczb¹⁸. Popołniają błąd, pomijając etap analogii, który poprzedzał metaforyzację. Dopiero graficzny zapis liczb, np. w notacji dziesiętnej, stanie się metaforą bezpośrednio reprezentującą liczbę konkretnych, fizycznych obiektów. Odwzorowanie owiec w symbolu kamyków działa tu tylko w jedną stronę. Owce nie symbolizują kamieni, gdyż takiej symbolizacji zwyczajnie nie potrzebujemy, gdy chcemy liczyć kamienie. Różnica między analogią a metaforą polega na tym, że analogie

18 Zob. G. Lakoff, R. Núñez, *Where Mathematics Comes From...*, s. 77nn.

postrzegamy, zaś metafory tworzymy. Analogia wyraża stany obiektywne, metafora – nasze ich rozumienie. Graficzne symbole liczb albo kamienie na stosie mogą być dla nas metaforami jakichś mnogich obiektów wtedy, gdy je sami stworzymy lub podchwycimy w wyrażeniach innych osób.

Świadomość istnienia zbiorów obiektów powstaje w wyniku częstego doświadczenia związanego z ich grupowaniem. Jest to jedna z zasad postrzegania według psychologii postaci *Gestalt* – obiekty podobne lub leżące blisko siebie albo poruszające się w tym samym kierunku postrzegamy jako jedną grupę, jako zbiór. Tak jakby to był jeden, złożony obiekt, lecz postrzegany jako jedna figura.

Tworzenie figur z grupy obiektów jako całości jest zdolnością spostrzeżeniową. Subitancja jest zdolnością widzenia zbiorów jako odrębnych figur, gdy są to pary lub trójki. Percepcyjne ich uchwycenie jako figur wyjaśnia psychologia *Gestalt* jako grupowanie kształtów w polu spostrzeżeniowym według takich zasad, jak:

- zasada podobieństwa, gdy obiekty podobne widzimy jako jedną grupę, tworzącą pojedynczą figurę;
- zasada bliskości sprawiająca, że obiekty leżące blisko siebie spostrzegamy jako stanowiące jedną figurę;
- zasada dobrej kontynuacji albo prawo domykania, powodujące np. że linie, które są przerwane, łączymy, jakby tworzyły pojedynczą figurę.

Tak rozumiana subitancja jest procesem percepcyjno-przestrzennym i nie ma w niej nic numerycznego, a już na pewno nic istotnie matematycznego¹⁹. Polega ona na interpretacji układów figur. Pojedynczy element zawsze występuje jako sam w sobie bez odniesienia do sąsiada, z którym mógłby stanowić spostrzeżaną całość jako „para”. Dwa elementy stanowiące pojedynczą figurę tworzą linię prostą. Muszą spełnić jedynie pewne kryteria, aby rozumieć

19 Por. B. Brożek, M. Hohol, *Umysł matematyczny...*, s. 57.

je łącznie jako całość, a są to wymienione wcześniej reguły organizacji spostrzeżeń. W przypadku trzech elementów mogą one tworzyć linię albo trójkąt, spełniając określone reguły psychologii postaci. W przypadku większej liczby elementów może występować wiele możliwych wzorów. Dlatego natychmiastowe widzenie mnogości w takiej sytuacji jest utrudnione i przy szybkiej jej ocenie pojawiają się błędy. Oczywiście złożony układ większej liczby punktów możemy widzieć jako kilka mniejszych całości: dwójek, trójek albo skupień, których liczebność trudno określić, a niektóre z kropek widzieć jako osobne, niewchodzące do żadnej z grup. W ten sposób, początkowemu chaosowi zostaje nadany przystępny dla umysłu zmysłowy porządek. Gdy np. próbujemy policzyć wzrokiem rozsypane koraliki, rozpoczynamy proces nazwany przez Juliusza Żórawskiego „podświadomym komponowaniem”²⁰. Staramy się ten chaos podzielić na mniejsze grupy obiektów. To łączenie i wyodrębnianie „uchwytnych pojedynczych całości” podlega wymienionym prawom organizacji spostrzeżeń.

Badacze poznania matematycznego używają pojęcia wzorów kanonicznych. Rozumieją je bardzo ogólnie jako układy, które najczęściej pojawiają się w naturze²¹. Uważam jednak, że to reguły psychologii postaci tłumaczą, w jakich konkretnych sytuacjach dany wzór może być traktowany jako całość składająca się z mniejszych elementów.

Teoria wzorów kanonicznych jest podawana w wątpliwość. W warunkach laboratoryjnych stwierdzono, że subitancja jako mechanizm oceny liczebności działa skutecznie wobec elementów znajdujących się w ruchu, a więc kiedy zmienia się układ elementów i dystans między nimi²². W realnym świecie jest wiele figur, czyli

20 J. Żórawski, *O budowie formy architektonicznej*, Warszawa 1962, s. 32.

21 Por. M. Trojan, *Na tropie zwierzęcego umysłu*, s. 125.

22 Por. M. Trojan, *Na tropie zwierzęcego umysłu*, s. 127.

obiektów, wobec których mamy poczucie całości będącej w ruchu. Widzimy np. zwierzęta i postacie ludzkie nie tracące integralności mimo poruszających się kończyn. Jesteśmy też w stanie dostrzec, że poruszający się człowiek ma np. dwie nogi. Prawa psychologii postaci nie przestają bowiem działać, gdy figura podlega zmienności. Jeśli kilka elementów znajdujących się w ruchu jest dostatecznie blisko, i na dodatek są do siebie podobne, przemieszczają się razem mimo zmiany ich wzajemnej relacji, to postrzegamy je jako jedność i możemy przewidywać ich cel jako cel grupy. Stają się bowiem całością, zgodnie z tzw. regułą wspólnego losu. Jest ona rozwinięciem statycznych zasad, powodującą, że obiekty poruszające się w tym samym kierunku stanowią pojedynczą figurę. W przypadku dynamicznego obiektu, jakim jest np. przemieszczające się zwierzę, działa prawo wspólnego losu odnoszące się właśnie do ruchomych obiektów, ale i prawo bliskości, podobieństwa i domykania, utrzymując integralność figury. Dlatego reguły organizacji spostrzeżeń lepiej chyba tłumaczą działanie mechanizmu subitancji niż teoria rozpoznawania wzorów kanonicznych rozumianych jako statyczne układy elementów.

Warto sobie uzmysłowić, że sposób przedstawiania poszczególnych liczb na kostkach domina wykorzystuje reguły wyodrębniania figur zgodnie z teorią psychologii postaci. Oczywiście w wyniku treningu układy te stają się rodzajem konwencjonalnego zapisu, jednak opiera się on na opisanych wyżej regułach. Na przykład układ kropek przedstawiający czwórkę wykorzystuje regułę domykania, trójka jest oparta na regule dobrej kontynuacji. Wszystkie znane z domina i kostek do gry „zapisy” liczb opierają się na regułach podobieństwa i bliskości. Zdolność do szybkiego chwytania dwójek i trójek została też użyta w konstrukcji większych układów, np. szóstka to wyraźne dwa rzędy po trzy. Gdyby jednak szóstka punktów ułożona była w kręgu albo przypadkowo rozsypana, ich liczba byłaby trudniejsza do szybkiego uchwycenia.

W przypadku układu kropek na kostce domina mamy do czynienia z bezpośrednią percepcją liczby obiektów²³. Ta zdolność precyzyjnego widzenia wielkości bardzo małych zbiorów została wykorzystana do wyrażania większych ilości na poziomie językowym. Widać to na przykładzie wcześniej omówionych słownych sposobów wyrażania liczb.

W najprostszych systemach „wokalnych znaków” symbole różnych liczebności wyrażają się słowami: „jeden”, „dwa”, a czasem „trzy”. W kulturach bardziej „rozwinętych liczebowo” większe liczby wyrażano symbolami jakiejś objętości, np. „pęczki” czy gesty objęcia pewnych ilości ramionami. Kultury te posiadały także umiejętność wyrażania większych niż podstawowe ilości: 1, 2, 3, odkrywanych dzięki subitancjom. Do dziś pęczek jest na targowiskach miarą niektórych warzyw: rzodkiewka, czosnek czy warkocze cebuli. Kupując je, oceniamy dorodność całych pęczków.

Pewne dowody na to, że grupy obiektów w zakresie 1–3 podlegają specjalnym prawom ich spostrzegania, możemy znaleźć w języku. Słowa oznaczające najmniejsze liczebniki mają specjalny status. Na przykład w polskim języku i w wielu innych zamiast „dwa” można użyć rzeczownika „para”. W języku chińskim, gdy mówimy o dwóch obiektach, posługujemy się słowem 两 (*liǎng*), np. dwóch ludzi to 两个人 (*liǎng gè rén*, dosłownie: dwóch oddzielnych ludzi). Gdy jednak chcemy powiedzieć coś bez odnoszenia się do liczby oddzielnych rzeczy, użyjemy 二 (*èr*), np. numer dwa to 二号 (*èr hào*). W wielu językach obok liczby mnogiej „jednostkowej” istniała liczba podwójna. W dawnej polszczyźnie można było powiedzieć np. „dwa miecza” albo „dwie niewieście”. Dziś mówimy: „obydwa miecze” i „obydwie niewiasty” oraz „obydwoje rąk i nóg” lub „obydwie ręce i nogi”. W języku staro-niemieckim „dwa” można wyrazić jako *zwei*, *zwo* albo *zween*, zależnie od gramatycznego rodzaju obiektów, o których się

23 Por. S. Dehaene, *The Number Sense...*, s. 71.

mówi. Polski język jest wyjątkowy, bo znacznie bogatszy, wykracza bowiem poza ten wąski zakres małych liczebników – ludzi może być: pięcioro, czworo, dwóch, dwoje. Sześciu mężczyzn, ale sześć psów itd. W języku angielskim liczebniki porządkowe mają końcówkę *-th* (np. *fourth*), ale pierwsze trzy – *first*, *second*, *third* – nie podlegają tej regule. Słowo „dwa” bądź „drugi” znaczy w wielu językach „kolejny” albo „inny”, „pozostały”; np. po rosyjsku mówimy *другой* (*drugoj*), a po angielsku *secondary*. Liczebnik „trzy”, brzmiący podobnie w wielu językach, ma etymologiczne związki ze słowami określającymi „wiele”, „bardzo”, „ponad”, „poza”, „w oddali”. Francuskie *très* oznacza „bardzo”, a włoskie *troppo* – „za wiele”, natomiast łacina zawiera prefiks *-trans*. W angielskim występuje słowo *through* – „poprzez”. Może to sugerować, że słowo oznaczające „trzy” było pierwotnie największym liczebnikiem indoeuropejskim²⁴. Przykłady te zarysowują jedynie to, jak rudymen tarne umiejętności matematyczne, związane z postrzeganiem, mogą wpływać na tworzenie słownych symboli liczb²⁵.

Zagubionym cudem starego polskiego języka jest forma łącząca liczbę jeden z niewielkim liczebnikiem mnogim. Co znaczą takie wyrażenia: samodwóch, samotrzeć, samoczwór, samopiąt itd. Łatwiej będzie to wyjaśnić w kontekście następującej wypowiedzi: „Czy jest w domu Jan? Nie, poszedł samodwóch na targ”. Ta odpowiedź znaczy, że Jan poszedł na targ z kimś jeszcze jednym, czyli poszli we dwóch. W jednym z trzech kościołów w Kazimierzu Dolnym znajduje się sakralny obraz noszący tytuł *Święta Anna Samotrzeć* (il. 7). Oprócz Anny na obrazie obecna jest jej córka Maryja i wnuk Jezus. Jak to rozumieć? Obraz jest dedykowany św. Annie, patronce tegoż kościoła, dlatego to ona jest figurą pojęciową, zaś jej córka i wnuczek dookreślają osobę Anny. Wyrażenia: samodwóch,

24 Por. M. Trojan, *Na tropie zwierzęcego umysłu*, s. 130.

25 Por. S. Dehaene, *The Number Sense...*, s. 92.

samotrzcę itd. – to czyste metafory, ukazujące w jednym słowie nie tylko liczbę osób, lecz także relacje wewnątrz grupy widziane przez zewnętrznego obserwatora. Językowy majstersztyk. Z punktu widzenia matematyki przykładowa wypowiedź „Jan samoczwór” oznacza zbiór o kardynalnej liczbie elementów – cztery, w tym jednym elementem etykietowanym – Janem.



7. Autor nieznany, *Święta Anna Samotrzcę*; tytuł to metafora wyrażająca wielkość grupy i znaczenie osoby św. Anny, której to jest dedykowany obraz w ołtarzu głównym kościoła pw. św. Anny i św. Ducha w Kazimierzu Dolnym, ok. 1670. Źródło: archiwum autora.

Lakoff i Núñez twierdzą, że zdolności do tworzenia metafor dotyczących arytmetyki nabywamy w bardzo wczesnym wieku, wyprzedzającym szkolną naukę matematyki. Nauka ta zakłada uprzednie posiadanie pozaświadomej umiejętności metaforyzacji, bez posługiwania się językiem. Metafora operacji arytmetycznych odbywa się

na podstawowym poziomie bez jakiegokolwiek reprezentacji symbolicznej²⁶. Metafora – „liczby to zbiór obiektów” pozwala ujmować i operować na wartościach większych niż te, które możemy odczuć czy zobaczyć przy użyciu subitancji. Liczenie z zastosowaniem symboli wymaga oczywiście dodatkowych zdolności poznawczych, związanych z kulturowym uczeniem się, aby matematyka mogła zaistnieć w sposób intersubiektywny. Zaprezentowane rozważania Lakoffa i Núñeza zatrzymują się niejako na etapie zdolności arytmetycznych „przed kulturą”. Można przyjąć, że do genezy matematyki jako kulturowej umiejętności prowadzą codzienne najbardziej podstawowe doświadczenia, w połączeniu z wrodzoną protomatematyczną zdolnością, jaką jest subitancja. Lakoff i Núñez zwracają uwagę, że proste, zwyczajne czynności sensoryczno-motoryczne, jak: dokładanie przedmiotów do niewielkiej grupy (możliwej do „przeliczenia” poprzez subitancję) albo ich ujmowanie, są podstawą arytmetycznych metafor. Czynności te odwołują się do korelacji między dokładaniem obiektów a dodawaniem. Takie regularne doświadczenie związku między motoryką a odczuciem czy spostrzeganiem ilości skutkuje neuronalnymi połączeniami. Wykształcają się one pomiędzy sensoryczno-motorycznymi operacjami, gdy fizycznie np. ujmujemy obiekty z grupy, a operacjami arytmetycznymi, takimi jak odejmowanie jednej liczby od innej. Tego rodzaju neuronalne połączenia ustalają konceptualną metaforę. Metafora ta istnieje więc na poziomie neuronalnym.

O tym, że nasz system poznawczy w kwestii rozumienia liczb może działać na jakimś przedjęzykowym poziomie, może świadczyć spostrzeżenie Stanisława Dehaene’a. Pisze on o australijskim plemieniu Warlpiris, które posiada tylko nazwy dla ilości: jeden, dwa, trochę i mnóstwo. Jednak ludzie Warlpiris w kontakcie z naszą kulturą bardzo łatwo przyswajają sobie angielskie liczebniki, jakby

26 Zob. G. Lakoff, R. Núñez, *Where Mathematics Comes From...*, s. 53–55.

je rozumiejąc. Ich zdolność do konceptualizowania liczb nie jest więc ograniczona zakresem słownym posiadanego języka. Wydaje się, że dysponują oni ideą policzalności powyżej trzech bez słownych symbolizacji, choć nie ma na to niezbitych dowodów²⁷. Kwestia, czy ludzie posiadają zdolności arytmetyczne niezależnie od języka, jest przedmiotem zarówno badań antropologicznych w kulturach plemiennych, jak i dociekań dotyczących rozwoju osobniczego²⁸. Przykładowo – przedstawiciele amazońskiego ludu Mundurukú posiadający leksykon numeryczny w zakresie od 1–5. W przeprowadzonych testach byli oni w stanie dodawać i porównywać większe liczebności. Wyniki badań nie są jednak do końca jednoznaczne. Dlatego niektórzy badacze przypuszczają, że operacje arytmetyczne dokonywane powyżej zakresu 1–5 umożliwia mechanizm estymacji. Większe wartości mogą nie mieć w przypadku Mundurukú reprezentacji opartej na interwałach odpowiadających konkretnym liczbom²⁹. Są więc „estymowne” płynnie, a nie przez składanie mniejszych konkretnych wartości liczbowych.

C. Dostrzeganie wielości – estymacja

Opisany mechanizm subitancji pozwala ujmować jedynie kardynalny aspekt liczby. Dlatego subitancja nie ma wiele wspólnego nawet z prostymi rachunkami. Dopiero rozumienie liczb porządkowych umożliwia nabycie umiejętności matematycznych, zarówno w indywidualnym rozwoju człowieka, jak i w wymiarze kulturowym. Myślę, że umożliwiła to estymacja, druga z rudymentalnych zdolności matematycznych. To ona pozwala przyswoić sobie ów porządkowy sens

27 Zob. S. Dehaene, *The Number Sense...*, s. 93.

28 Por. B. Brożek, M. Hohol, *Umysł matematyczny...*, s. 50–56.

29 Por. M. Trojan, *Na tropie zwierzęcego umysłu*, s. 117.

liczby, bo związana jest z własnością zmysłów odbierających świat w sposób relacyjny. Porównywanie wielkości zbiorów pozwala je szeregować. Obok subitancji, estymacja jest składową Dehaene'owskiego „zmysłu liczby”. Łączy ona na percepcyjnym poziomie poznanie matematyczne ze „zmysłem porządku”, którym zawsze kierowali się ludzie czyniący swe dzieła. Podejmę próbę wyjaśnienia, na czym polega percepcyjna baza mechanizmu estymacji i jaki związek ma on z wychwytywaniem regularności w otoczeniu człowieka.

Mechanizm estymacji pozwala w przybliżeniu porównywać wielkości zbiorów. Wystarczy spojrzeć, aby wiedzieć, która kiść winogron ma więcej owoców albo które stado owiec liczy więcej osobników. W percepcji wizualnej estymacja opiera się na:

- stałości widzenia wielkości,
- porównywaniu wielkości postrzeganych obiektów,
- zasadzie *Gestalt* (podobieństwa, bliskości, domykania, wspólnego losu),
- postrzeganiu zagęszczeń jako gradientów.

Chcąc uchwycić wielkość przedmiotu nieznanego, musimy porównać go z obiektem o wielkości nam znanej. Tą miarą może być ludzka postać, koń, jabłko, krzesło, autobus itp. Oczywiście te wzorcowe obiekty zostały przez nas poznane w swej wielkości przez bezpośredni kontakt z wymiarami naszego ciała. Słowa: πάντων χρημάτων μέτρον ἄνθρωπος – „człowiek jest miarą wszechrzeczy”, przypisano Protagorasowi. Miał on przede wszystkim na myśli subiektywny charakter ludzkiego poznania. Jednak słowa te można odnieść do skali ludzkiego ciała jako odniesienia dla wszelkich struktur przestrzennych, których możemy doświadczać. Ujmowanie relacji ilościowych jako narzędzia poznania tak tłumaczy renesansowy malarz i teoretyk sztuki Leone Battista Alberti (1404–1472):

W porównaniu przedmiotów tkwi bowiem ta siła, dzięki której poznajemy, czego jest więcej, a czego mniej, a co jest równe. Wobec

tęgo mówimy, że wielkie jest to, co jest większe od tego, co jest małe; bardzo wielkie jest to, co jest większe od tego, co jest wielkie; jasne jest to, co jest jaśniejsze od ciemnego; bardzo jasne – co jest jaśniejsze od tego, co jest jasne. Przede wszystkim robimy porównania z ciałami dobrze nam znanymi. A ponieważ pośród wszystkich rzeczy człowiek jest najlepiej znany człowiekowi, to może dlatego Protagoras, mówiąc, że człowiek jest miarą wszechrzeczy, rozumiał, że cechy przypadkowe wszystkiego można rozpoznać przez porównanie z cechami przypadkowymi człowieka³⁰.

Aby mógł zadziałać mechanizm estymacji (szacowania), zbiory muszą być wyodrębnione jako całości według reguł psychologii postaci, czyli zasad: podobieństwa, bliskości, wspólnego losu itd. Następnie porównywana jest nie tyle liczebność, ile gęstość gradientu, czyli stopień nagromadzenia obok siebie wielu drobnych elementów, np. główek na polu kapusty. Widzenie gradientu jest ważną adaptacją naszego aparatu wzrokowego do percepcji przestrzeni, szczególnie z dużych odległości. Dzięki niemu widzimy bruzdy zaoranego pola, porośniętego trawą albo pokrytego liśćmi podłoża, przestrzenność obiektu nakrytego wzorzystą tkaniną albo trójwymiarowość kształtu zebry ukazaną przez jej paski. Wzór, regularność, wizualny rytm albo powtarzalność jednorodnych kształtów tworzą zjawisko gradientu. Postrzegamy je jako rodzaj uporządkowania.

Nasz aparat percepcyjny potrafi oszacować wielkość obiektów, takich jak wspomniane kiści winogron. Ocena zagęszczenia drobnych owoców pozwala porównać zasobność poszczególnych gron. Oparty na widzeniu gradientu i ocenie jego gęstości mechanizm estymacji odegrał zapewne rolę w wykształceniu metafory „liczba to zbiór

30 L. B. Alberti, *O malarstwie*, oprac. M. Rzepińska, przeł. L. Winniczuk, Warszawa 1963, s. 18.

obiektów”³¹, dotyczy bowiem grupowania elementów w większe niż czteroelementowe całości i buduje „intuicję liczby”. Jednak na poziomie percepcyjnym uświadamiamy sobie przybliżoną ilość, na przykład pierogów na talerzu, w postaci wrażenia mającego odbicie w odczuciu mnogości. Co więcej, często przeliczanie takich zbiorów w codziennych sytuacjach nie jest w ogóle potrzebne. Wystarczy spojrzeć na talerz z pierogami, aby wiedzieć czy jest ich wystarczająco dużo, aby się najeść. Chwytną zasadę i strukturę wzajemnych relacji elementów składających się na figurę, jaką jest talerz z pierogami, czyli estymowany zbiór.

Wiele obrazowych przedstawień, dekoracji czy obiektów architektury podsuwa nam odczucie mnogości na tym ogólnym poziomie. Nie przeliczamy poszczególnych elementów, np. liczby kolumn, modułów w ornamentach czy liczby kwiatów w bukietach itp.

D. Liczba porządkowa a zmysł rytmu

Nasze zmysły poprzez umiejętność dostrzegania relacji mogą wychwytywać wzory i ład. Cykliczność zjawisk natury ma również charakter uchwytnego dla człowieka porządku. Dziś relacyjne własności rzeczywistości nauka opisuje modelami matematycznymi. Zarówno wzorzystość świata, jak i uporządkowanie i cykliczność zjawisk rodziły pytania, zachwycały ludzkość, napawały lękiem, zanim pojawił się systematyczny namysł nad światem, jakim była filozofia, a potem nauka. W czasach, gdy jeszcze nie było pełnoprawnej matematyki i filozofii, liczbowe właściwości świata związane z wzorzystością i cyklicznością zaczęła opisywać i wykorzystywać w swych działaniach sztuka. Mają one bowiem ścisły związek ze „zmysłem porządku” rozumianym jako umysłowe oprzyrządowanie wychwytywania ładu.

31 Por. G. Lakoff, R. Núñez, *Where Mathematics Comes From...*, s. 55.

Dostrzegany ład, uporządkowanie jest oznaką intencji innego człowieka. Również porządki regularności wychwytywane w świecie przyrody człowiek interpretował jako celowe działanie intencjonalnej istoty czy głębokiego sensu natury. Na tej zależności opierało się myślenie magiczne i wierzenia religijne. Także większość dzieł sztuki, jakie wytworzył człowiek, poprzez wewnętrzną koherencję i uporządkowanie jesteśmy w stanie odczytać jako uczynione przez kogoś kierującego się intencją. Jakie więc cechy czy zdolności ludzkiego aparatu percepcyjnego wiążą się z matematyką jako narzędziem ujmowania relacji i porządkowym aspektem liczby?

Rozszerzenie podstawowych mechanizmów percepcyjnych u początków matematyki – poprzez metaforę – wspierało nasze przetrwanie w przestrzennej, zmieniającej się rzeczywistości. Metafora pozwala przenosić pewne doświadczenia zmysłowe między różnymi dziedzinami poznania. Regularność wizualnego rytmu, który stanowi np. gradient, można dzięki metaforze przenieść na słuchowe doznanie regularnych stuknięć. Rytmiczne dźwięki mogą zostać zmetaforyzowane w postaci tanecznego ruchu. Metafora pozwala też tworzyć pojęcia jako konceptualizacje łączące różnego rodzaju doświadczenia, budując multimodalne koherencje.

Zmysły nie pojawiły się jako narzędzia poznania same w sobie, lecz wykształciły się jako biologiczne wyposażenie organizmu w toku ewolucji, umożliwiając mu przetrwanie. Służą wychwytywaniu tych cech otoczenia, które zwiększają szanse na przetrwanie gatunku. Percepcja jest selektywna, ujmuje konkretny wycinek rzeczywistości, musi być więc w jakiś sposób ukierunkowana na to, co istotne³². Regularności, czyli rodzaj uporządkowania, przykuwają uwagę. „kontrast między porządkiem a nieporządkiem alarmuje nasze postrzeganie” – pisze Gombrich³³. Ład w naturze jest źródłem

32 Por. R. Arnheim, *Myślenie wzrokowe*, s. 30.

33 E. H. Gombrich, *Zmysł porządku...*, s. 6.

szczególnych odczuć o charakterze także estetycznym. Dzieje się tak dlatego, że przewidywanie różnego rodzaju zjawisk, ze względu na ich regularność i zauważanie jako ładu wyłaniającego się z przypadku i gmatwaniny, mogło warunkować przetrwanie człowieka, a wcześniej naszych zwierzęcych przodków.

Matematyczny opis jest uogólnieniem, syntezą, abstrakcyjnym ideałem obiektów i zjawisk. Gdy przypomnimy sobie fale uderzające o brzeg, uświadamiamy sobie, że naturalne rytmy i porządki rzeczy nie są zwykle całkiem jednostajne, monotonne. Po kilku falach słabszych przychodzi silniejsza, jedna albo dwie, a ich okres nie jest stały, lecz mieści się w powtarzalnym zakresie. Podobnie zachowują się pozornie idealne cykle niebieskie. Dni różnią się trwaniem. Doba nie trwa też wzorcowych 24 godzin, a cyklu dnia i nocy nie da się zsynchronizować z rocznym i księżycowym. Mechanizmy poznawcze pozwalają nam ten ład dostrzec, oddzielając go od tego, co chaotyczne i czego nie jesteśmy już w stanie przetworzyć, zrozumieć, zapamiętać. Matematyka jako kulturowa konwencja pozwala odnaleźć i opisać znacznie większy zakres owych regularności i praw leżących poza zakresem zmysłów.

Regularności mogą trwać w czasie jako cykle: dnia i nocy, faz Księżyca, ruchu galopującego zwierzęcia, ludzkich kroków albo falującej na wietrze wysokiej trawy czy spadających kropli. Mogą mieć też czysto statyczny, wizualny charakter, jak spiralna muszla ślimaka, paski i cętki w ubarwieniu zwierząt albo ukształtowane nurtem wody piaszczyste wzory, które widzimy na dnie rzeki. Percepcja wzorów, które stanowią gradient, ma, jak pisałem, znaczenie dla mechanizmu estymacji.

Zmysłowy wymiar rytmu miał istotny wpływ na wykształcenie się języka wizualnego, obecnego w sztuce i w zasadach kompozycji. Począwszy od czasów greckich rytmiczne, czasoprzestrzenne jakości próbowano opisać matematycznymi formułami. Już samo ludzkie postrzeganie jest mocno osadzone na rytmiczności świata. Dlatego

wiele odkryć i konwencji wizualnych jest głęboko zakorzenionych na powtarzalnych regularnościach. Niepotrzebne były do tego żadne matematyczne formuły tworzone przez artystów i teoretyków w czasach późniejszych. Dzisiaj nasze zmysły są z pewnością nieco stępione w tym odczuwaniu pulsów i cykli natury. Rytm wytworzą nasze ciała. Biją nasze serca, oddychamy, kroczymy, biegamy, tańczymy. Świat pierwotnego człowieka wypełniony był zapewne nieustającym pulsowaniem i specyficzną interferencją różnych rytmów. Widzialne rytmy, jak np. tropy zwierząt, mogą zapisać następstwo zdarzeń za pomocą przestrzennej struktury, powstałej w określonej sekwencji.

Jak pisałem wcześniej, naturalna umiejętność odczytywania oznak³⁴ była podstawą posługiwania się symbolicznymi znakami. Wiele intencjonalnych znaków wykorzystuje rytmy jako rodzaj regularności, a regularność jest oznaką intencji. Rytmiczny świat wydaje się być stworzony albo uporządkowany przez rozumną istotę kierującą się jakimś celem. Jest to oczywiście jedno z możliwych wyjaśnień, ale na pewno dzięki obserwowanym rytmom i domniemanym cyklom zakładamy, że świat jest w jakimś stopniu przewidywalny i zrozumiały³⁵.

Rytmy znaków są nieustannie obecne w naszej kulturze, wiążą one abstrakcyjny czas z percepcyjną przestrzenią. Dzieje się tak, gdy czytamy znaki dowolnego pisma. Można zadać pytanie, co było pierwsze: posługiwanie się rytmem znakowania czy porządkowym aspektem liczby. Na pewno nakierowanie naszego spostrzegania na wychwytywanie regularności, odczytywanie rytmiczności oznak w otaczającym świecie przyczyniało się do zrozumienia porządkowego aspektu

34 W językoznawstwie, aby uściślić semiologiczny senes, w jakim zastosowałem słowo „oznaka”, stosuje się niekiedy termin „znak indeksalny”. Oznaki są symptomami czegoś. Wskazują na pewną ewentualność – dym jest oznaką ognia, szelest leśnej ściółki jest oznaką czyjejś obecności.

35 Por. D. Bagiński, *Obraz – zagadka wzrokowa. Gramatyka języka wizualnego*, Lublin 2021, s. 187–190.

liczby. Rytm, a więc i relacyjny charakter różnego rodzaju znakowań, powtarzalność nacięć na kościach, były już wstępem do wykształcenia się symbolicznej matematyki.

Obserwowanie biologicznych rytmów naszych ciał i kosmicznych cykli prowadzi nas do przekonania o nieuchronności naszego losu. Z takimi doświadczeniami nurtującymi człowieka od zawsze zmagająca się sztuka. Ale i matematyka, ze swoistym rodzajem odwieczności i niezmienności, dotyka problemu ludzkiego kresu i upływu czasu. Właśnie to doświadczenie czegoś absolutnego, nieogarnionego, nieskończonego, a zarazem jakoś doświadczanego zmysłowo, było drogą do spotkania ducha sztuki, matematyki i religii. Każda z nich pozwalała człowiekowi stanąć naprzeciw jedyneemu Absolutu.

E. Liczby w myśleniu zmysłowym

Ciało i doznawanie jego zanurzenia w przestrzeni jest pojęciowym tworzywem dla metafor. Umożliwia ono wykształcenie schematów wyobrazeniowych, rozumianych jako powtarzające się związki i wzajemne oddziaływania pomiędzy percepcją a motoryką. Schematy wyobrazeniowe mają według Lakoffa i współpracowników podwójną naturę, perceptualną i konceptualną. Mogą więc one łączyć rozumowanie i język z widzeniem³⁶. Podobnie Rudolf Arnheim podkreśla przede wszystkim rolę wzroku jako modalności odgrywającej rolę w myśleniu abstrakcyjnym. Schematy percepcyjne i organizacja spostrzeżeń mają według niego związek z czymś, co nazywa myśleniem wzrokowym, ale dotyczy ono całego naszego cielesnego doświadczenia w świecie międzyzmysłowym. Doznawane jakości muszą zostać uporządkowane w jakiś system „kształtów”, a najbardziej skuteczny wobec tego wyzwania jest zmysł wzroku. Arnheim zwraca uwagę,

36 Zob. G. Lakoff, R. Núñez, *Where Mathematics Comes From...*, s. 31.

że dla ludzkiego umysłu nawet wielka różnorodność wrażeń smakowych i zapachowych tworzy dość prymitywny porządek i jedynie w połączeniu z danymi wzrokowymi umożliwia to coś, co nazywa rozumnością³⁷. Możemy lubić smak i zapach pomidorów, ale trudno o nich myśleć bez jakiegoś wyobrażenia sobie widoku wytworzonego albo zapamiętanego przez umysł. Wzrok i słuch dostarczają wrażeń dających się jakoś ująć w przestrzeni i w czasie. Kształty, ruch, kolory i dźwięki podlegają dość złożonej organizacji, powalającej umysłowi na aktywność w rozpoznawaniu porządku. Świat spostrzegany oczami jest bogaty w różne wymiary, powiązania, również te płynące z innych zmysłów, dotyku, a zwłaszcza doznań kinestetycznych. Związane z nimi doświadczenie cielesności jest jakby pierwotne w sensie zarówno ewolucyjnym, jak i indywidualnego odczuwania siebie w świecie zewnętrznym. Jednak dopiero w połączeniu z wrażeniami wzrokowymi tworzy u człowieka całą rozmaitość kształtów i połączeń związanych z przestrzenią. Ich pamięciowe zapisy przyjmują najbardziej klarowną postać, która z kolei jest głównym tworzywem naszych wyobrażeń.

To, że schematy wyobrazeniowe mają naturę pojęciową, umożliwia manipulowanie nimi przy tworzeniu złożonych całości na poziomie czysto konceptualnym³⁸. Ale czy na pewno jest to sama myśl, sam koncept, a nie posługiwanie się w istocie naszą zmysłowością? Arnheim stoi na stanowisku, że nie można oddzielić myślenia pojęciowego od spostrzegania. Podobny pogląd formułują Lakoff i współpracownicy, jednak główny nacisk kładą na motorykę związaną z odczuwaniem ciała. Zwracają oni uwagę, że źródłem myślenia pojęciowego jest odczucie osadzenia ciała w przestrzeni. Jednak wzrok został niejako nabudowany na te pierwotne, także w sensie historii ewolucji, własności i odczucia poruszającego się organizmu, i to

37 Zob. R. Arnheim, *Myślenie wzrokowe*, s. 28.

38 Por. G. Lakoff, R. Núñez, *Where Mathematics Comes From...*, s. 39.

on dostarcza nam największej ilości informacji dotyczącej przestrzeni, dlatego Arnheim akcentuje rolę wzroku w myśleniu pojęciowym. Traktowanie zmysłów jako narzędzia myślenia może obudzić sprzeciw, bo w klasycznie rozumianej epistemologii percepcja była zwykle oddzielana od procesów myślowych. Tak pisze o tym Arnheim:

Można uznać, że myślenie polega na czynnościach umysłowych wykonywanych na materiale poznawczym. Materiał ten staje się niepostrzeżeniowy z chwilą, gdy myśl zamienia surowiec spostrzeżeń w pojęcia. Uważa się, że abstrakcyjność pojęć w jakiś sposób je obnaża, uwalniając je od wizualności uzdatniania w ten sposób do dalszej obróbki intelektualnej³⁹.

Arnheim przeciwstawia się traktowaniu myślenia abstrakcyjnego jako oddzielnego od zmysłowości. Pisze, że wzrok jako zmysł pozwala uchwycić i rozumieć najwięcej złożonych relacji przestrzennych oraz czasowych i jest wspomagany przez doznania kinestetyczne i dotyk. Sam zmysł kinestetyczny dotyczy wewnętrznego świata naszych ciał, a nie odczuwania świata zewnętrznego. Dlatego może stanowić odniesienie i uzupełnienie tego, co np. widzimy albo sobie wyobrażamy. Dotyk z kolei nie działa na odległość tak jak wzrok. Bada kształty po kawałku, sumując rozciągnięte w czasie doświadczenia sensoryczne. Wzrok tworzy projekcję odległych kształtów w całej ich różnorodności i złożoności jakby naraz i zapewne jest wtedy też wspomagany przez pamięć przeszłych doznań, np. dotykowych. Znamy chyba wszyscy uczucie zaskoczenia, jakie może wywołać dotknięcie oglądanego przedmiotu, który np. wydawał się być ciężki, zimny i twardy w dotyku, a okazał się ciepły, miękki i lekki.

Dźwięki mają możliwość tworzenia wręcz odrębnego, koherentnego, usystematyzowanego świata. Muzyka w przestrzeni sali

39 R. Arnheim, *Myślenie wzrokowe*, s. 25.

filharmonii albo rozbrzmiewające we wnętrzu świątyni organy sprawiają, że tony i rytmy współgrają ze sobą, tworząc wspaniałe dzieła muzyczne. Nie mogą jednak przekroczyć tego, co słyszalne. Sam dźwięk, jako składnik fizycznej rzeczywistości ludzkich doświadczeń, nie jest w stanie zbudować jej umysłowej reprezentacji. Muzyka jest autoteliczna, zamknięta sama w sobie, stąd jej siła wzbudzania szczególnych przeżyć. Dźwięk może odnosić się jedynie pośrednio do złożonej rzeczywistości fizycznej, w której bytuje człowiek, współdziałając i uzupełniając inne zmysły. Wokalizowane symbole słowne mają oczywiście dźwiękową naturę. Opowiadana historia może wzbudzać wiele doznań i tworzyć w ludzkiej wyobraźni przeróżne wizje i stany psychiczne. Dźwięki stały się słownymi symbolami, a w rezultacie językiem, za sprawą połączenia ich z innymi niż słuchowe doświadczeniami zmysłowymi. Złożoność doznań wzrokowych i wytwarzane przez nie bogactwo informacji o otaczających nas przedmiotach powodują, że jak pisze Arnheim: „wzrok jest głównym narzędziem myśli”⁴⁰. Podobne stwierdzenie sformułował też Arystoteles: „Władza intelektualna [τὸ νοητικόν] ujmuje [...] formy w wyobrażeniach”⁴¹. Nie pisze on konkretnie o wzroku, jednak zapewne dostrzegał potęgę intuicji wzrokowej nadającej sens, chwytającej to, co abstrakcyjne, duchowe, ulotne albo niekonkretne. Każdy z nas przyzna, że wraz z najbardziej abstrakcyjnymi pojęciami pojawiają się w naszej jaźni obrazy. Czy może istnieje jakaś czysta myśl, na przykład na samym początku, u swego zarania, gdy pojawia się w naszej głowie niezmacona przez jakieś wyobrażenie? Arnheim stawia tezę, że już same zmysły na poziomie organizowania spostrzeżeń potrafią „myśleć”.

40 R. Arnheim, *Myślenie wzrokowe*, s. 29.

41 Arystoteles, *O duszy* 431 b, w: Arystoteles, *Dzieła wszystkie*, t. 3: *O duszy. Krótkie rozprawy psychologiczno-biologiczne. Zoologia. O częściach zwierząt*, przeł. P. Siwek, Warszawa 1992, s. 133.

Czynności poznawcze zwane myśleniem nie są przywilejem procesów zachodzących w umyśle poza spostrzeganiem czy ponad nim; uważam bowiem, że są one istotnym składnikiem samej percepcji. Mam tu na myśli takie czynności, jak aktywne badanie, dokonywanie wyboru, uchwytowanie tego, co istotne, upraszczanie, abstrakcja, analiza i synteza, uzupełnianie, poprawianie, porównywanie, rozwiązywanie problemów, a także kojarzenie, rozróżnianie i umieszczanie w kontekście. Czynności te nie są wyłączną domeną żadnej funkcji umysłu; są natomiast sposobem, w jaki umysły ludzi i zwierząt obchodzą się z materiałem poznania na wszystkich jego poziomach. Pod tym względem nie ma zasadniczej różnicy pomiędzy tym, co się dzieje, gdy ktoś bezpośrednio spogląda na świat, a tym, co się zdarza, gdy ktoś zamyka oczy i „myśli”⁴².

Arnheim docieka tego, jak na poziomie organizacji spostrzegania umysł ludzki albo nawet w pewnym sensie zmysły posługują się myśleniem abstrakcyjnym. Ilustracją jego rozważań może być np. wcześniej opisane organizowanie spostrzeżeń, prowadzące do rozpoznawania liczebności małych grup obiektów, czyli subitancja. Refleksja Tomasza z Akwinu i Arystotelesa dotyczy z kolei odwrotnego procesu: kiedy zamykamy oczy i „myślimy” o zupełnie abstrakcyjnych problemach, wydawać by się mogło, że oderwanych od tego, co zmysłowe, jednak „widzimy” coś, co pomaga nam, a może w ogóle umożliwia, posługiwanie się „czystymi” pojęciami, mającymi w pewnym sensie zmysłowy charakter. Zwykle wyobraźnię traktuje się jedynie jako podporę myślenia abstrakcyjnego. W przekonaniu Arnheima sam wzrok jest narzędziem myślenia, jako zmysł umożliwiający uchwycenie wielkiego bogactwa relacji przestrzennych i kształtów oraz powiązanych z nimi jakości, takich jak jasności i barwy. Arnheim posługuje się sformułowaniem „czyste formy” dla takich obrazów, które posiadają stopień ogólności, ale są oparte na wyobrażeniach

42 R. Arnheim, *Myślenie wzrokowe*, s. 23.

związanych z percepcją. Wykraczają one jednak poza te aspekty doświadczeń, z których zostały wyprowadzone. „Czystymi formami” posługujemy się przypadku liczb, teorii naukowych i filozoficznych. Nie odnoszą się one bezpośrednio do swoich znaczeń, lecz są jakby innymi obrazami na bardziej abstrakcyjnym ogólnym poziomie⁴³. Widać tu wyraźnie analogię do tego, jak Lakoff i Núñez piszą o konceptualnej metaforze, jaką są liczby. Pomijając fakt, czy rzeczywiście stoi za nią mechanizm neuronalny związany z motoryką, zwracają uwagę, że rozumienie pojęć arytmetycznych oderwanych od konkretnych obiektów istnieje u człowieka na bardzo wczesnym, jeszcze przedjęzykowym etapie rozwoju. Podobną tezę formułuje Arnheim, według którego nieuzasadniona jest wiara, że nauka arytmetyki na wczesnym etapie powinna polegać na „życiowych” przykładach i konkretnych obiektach. Według niego liczba wcale nie jest trudniejszą abstrakcją niż „czerwień” albo „krzesło”. Odwoływanie się w nauczaniu matematyki do przedstawiania problemów liczbowych na przykładzie realnych sytuacji utrudnia dostrzeganie istot. Tak zwane zadania z treścią rodzą trudności, które niosą pewną wartość w treningu pojęciowym. W przedstawionej jako zadanie sytuacji „z życia wziętej” w poszukiwaniu tego, co istotne, musimy oddzielić wszystko to, co nie jest liczbą, sprowadzając problem do „czystych form”. Natomiast absolutnym błędem jest według Arnheima, gdy przy użyciu konkretnych przedmiotów próbujemy wytłumaczyć pojęcia matematyczne, którymi w gruncie rzeczy już się posługujemy na poziomie zmysłów, nawet bez odwoływania się do jakichkolwiek, np. słownych, symboli⁴⁴. Nauka i rozwijanie matematyki jako dziedziny wiedzy pozwala budować bardziej złożone struktury pojęciowe na podstawie „czystych form” o zmysłowym charakterze. Edukacja matematyczna wydaje się być rodzajem inkulturacji poprzez trening

43 Zob. R. Arnheim, *Myslenie wzrokowe*, s. 247.

44 Zob. R. Arnheim, *Myslenie wzrokowe*, s. 254–255.

intersubiektywności, czyli uzgadnianie zestawu symboli na oznaczenie określonych stanów umysłu czy procedur myślowych z innymi osobnikami „takimi jak ja”. Te podstawowe stany umysłu mają spostrzeżeniowy charakter „czystych form” czy schematów wyobrażeniowych, których tak naprawdę nauczyliśmy się wcześniej i na nich budujemy pełnoprawną symboliczną kulturową matematykę. Tak o wytwarzaniu zmysłowych „czystych form” i o tym, jak służą tworzeniu różnych konceptualizacji rzeczywistości, pisze Arnheim:

Człowiek postrzega złożone formy występujące w naturze, tworzy sobie formy proste, przystępne dla zmysłów i zrozumiałe dla umysłu. Jedno z zadań tych prostych form polega na wytworzeniu fizycznego ekwiwalentu mimetycznych obrazów przechowywanych przez umysł – „abstrakcyjnych” dzieł malarskich, schematów naukowych, pojęć arytmetycznych. Te obiekty i obrazy, choć abstrakcyjne w zestawieniu z bardziej złożonymi sytuacjami, które reprezentują, są postrzeganymi konkretnymi bytami, przystępnymi dla umysłu dziecka⁴⁵.

Powyższy pogląd, traktujący myślenie abstrakcyjne a zwłaszcza poznanie matematyczne jako specyficzny rodzaj spostrzegania, może budzić sprzeciw. Przecież matematyka zajmuje się tym, co idealne. To, co realne, jest niedoskonałe, a percepcja dotyczy właśnie świata fizycznego. Jednak spostrzeżenia są już pewnym kodem, powstałym w wyniku przetworzenia „niedoskonałych” rzeczywistych obiektów. Jeżeli ktoś widzi kwadrat, to nie jest to już ów fizyczny niedoskonały, będący źródłem spostrzeżenia, lecz idealny, czysty. Nawet jeśli widzimy albo jesteśmy świadomi niedoskonałości fizycznego obiektu, to budowane twierdzenia dotyczące „czystej formy” np. prostokąta wynikają z założeń typu: jeżeli te kąty są proste, to np. przekątne też są sobie równe itd. Podobnie jest w kwestii liczb: widzimy parę

45 R. Arnheim, *Myślenie wzrokowe*, s. 256.

nóg czy butów, ale jesteśmy też w stanie widzieć, a w rezultacie rozumieć „dwa obojętne czego” ze wszystkim, co się z „czystą dwoistością” wiąże: porządkiem, strukturą itd. Zdolni jesteśmy też to „idealne” dwa łączyć z innymi „czystymi wielkościami” i wykrywać prawa wynikające z takich operacji, coraz bardziej oddalając się od percepcyjnego pierwowzoru. Na tym polega chyba odkrywanie „dzieł bożych”, o którym pisze Penrose, albo budowanie świata 3 w koncepcji Poppera. Proces oddalania się „czystych form” od percepcyjnych fundamentów Arnheim opisuje następująco:

Tego wymogu wierności fundamentom percepcyjnym nie unieważnia bynajmniej to, że matematyka coraz bardziej się oddala od codziennego doświadczenia. Czyste formy stanowiące percepcyjną podstawę działań matematycznych mogą być coraz bardziej abstrakcyjne, ale twórcze dokonania w tej dziedzinie wciąż się do tej podstawy odnoszą, mimo że procedury formalne niezbędne przy rozwiązywaniu problemów mogą już tej więzi nie ujawniać⁴⁶.

Jestem – podobnie jak Arnheim, ale i Lakoff i Nuñez – przekonany, że matematyka i w ogóle myślenie abstrakcyjne są zakotwiczone w percepcji i zdolnościach przestrzennych naszego umysłu. To właśnie wiąże matematykę ze sztukami wizualnymi. Oparcie sztuki na doświadczeniach zmysłowych wydaje się oczywiste. Ma ona jednak w swej istocie, tak jak matematyka, charakter pojęciowy, co wyraźnie uświadomiły współczesne konceptualne działania artystyczne. Również odczucie ładu czy piękna, związanych tradycyjnie ze sztuką, wynika z podobnych cech naszej zmysłowości, na których opierają się „czyste formy” matematyczne.

46 R. Arnheim, *Myślenie wzrokowe*, s. 265.

4

Sztuka i liczba

Wszystkie populacje ludzkie tworzą sztukę. Dość powiedzieć, że muzyka, jej religijne zastosowania, a także zabawa i przyjemność z nią związana, są uniwersalne dla całego rodzaju ludzkiego¹. Ludzie powszechnie czynią też ozdoby czy dekoracje, podkreślające wyjątkowy charakter jakiegoś dzieła lub wydarzenia. Sztuki wizualne automatycznie utożsamiamy z wykonywaniem przedstawień obrazowych lub ornamentów. Może jedynie współczesna sztuka nie wymaga przedstawiania, co jak wygląda, ale to przecież wyjątek, powszechnie traktowany jako niezrozumiała fanaberia artystów. Obrazy, rytzy, rysunki, tatuaże itd., ukazujące rzeczywiste obiekty, są uniwersalnym kodem całej ludzkości. Różne bywają jedynie gramatyki tego kodu i od tych gramatyk zależą ostatecznie sensy przekazów. Zupełnie niedawno, bo pod koniec XIX wieku, Zachód zetknął się z kulturami „bezobrazkowymi”² i oczywiście je wchłonął. Nie przy pomocy pisma alfabetycznego, ale właśnie przy użyciu przedstawiających obrazków. Niejako „zaraził te kultury wirusem wizerunku” w wizualnym cudzie fotografii i kina. McLuhan może powiedziałby, że Europejscy

1 Por. S. Pinker, *Tabula rasa...*, s. 618–619.

2 Por. J.B. Deręgowski, *Oko i obraz. Studium psychologiczne*, przeł. K. Dudziak, Warszawa 1990, s. 41 i 123.

odkrywcy tych nieznanych dotąd ludów, gdzieś na terenie Afryki, odmienili owe społeczności i przy pomocy obrazów przenieśli je do innej formy plemiennosci. Osobiście określiłbym ją raczej jako inną formę „przedpiśmiennej cywilizacji”. Choć McLuhan cywilizację utożsamiał z posługiwaniem się alfabetem, to przedstawiający obraz też jest rodzajem medium, posiadającym moc odmieniania człowieka.

Patrząc na różne typy aktywności ludzkiej w sferze sztuk wizualnych, widzimy, że nie musi to być wytwarzanie przedstawień mimetycznych. Bliższa znajomość innych kultur uzmysławia fakt, że sformułowanie przez Greków *idei mimesis* i idące za tym przemiany w sztuce dotyczyły jedynie europejskiego kręgu kulturowego. Obecność obrazów iluzyjnych ogranicza się też tylko do pewnych okresów – starożytnej Grecji i Rzymu oraz sztuki po renesansie, co spowodowało, że pozostajemy pod wpływem właśnie takiego sposobu rozumienia przedstawień³. Większość obrazów w historii ludzkości ukazuje ideę, pojęcie, zasadę budowy czy wręcz istnienia przedmiotów. Wynalazek obrazu był ważnym kulturowym osiągnięciem, podobnym chyba do pisma alfabetycznego. Co jest istotne w sztuce, jeżeli nie jest to wykonywanie przedstawień obrazowych?

A. Sztuka: dzieła Boże czy ludzkie

Sztuka zawsze ukazuje sposób ludzkiego doświadczania świata. Nie musi to być świat fizyczny, ale któryś z dwóch pozostałych światów Poppera. Jednak to, co naprawdę istotne w sztuce, odnosi się do doświadczania świata 3, który według Poppera jest przecież obiektywny i autonomiczny. Wielkie dzieła sztuki mogą wywoływać iluzje realnych rzeczy (świat 1) albo odwoływać się do osobistych

3 Por. E.H. Gombrich, *Sztuka i złudzenie. O psychologii przedstawienia obrazowego*, przeł. J. Zarański, Warszawa 1981, s. 121–122.

odczuć i stanów autora (świat 2), lecz w istocie przetwarzają, budują świat 3 i odnoszą się do niego.

Jak pisałem, najbardziej modelowym lokatorem świata 3 jest matematyka. Liczenie i związane z nim podstawowe twierdzenia są wytworem kulturowym. Dzięki temu zaistniały nowe, sztywne struktury, które możemy odkrywać jako składnik świata 3, tak jakby były „stworzone przez Boga”. Kulturowe liczenie i matematyka mają też ewolucyjne podłoże. Możemy rozróżnić kognitywne zdolności, związane z rozpoznawaniem liczby obiektów, umiejętność zapamiętywania położenia obiektów, tworzenie kategorii na podstawie wspólnych cech obiektów, śledzenie ruchu obiektów, również w momencie, gdy przestają być widoczne, a także rozumienie przestrzeni, związane z poruszaniem się w sytuacji odnajdywania drogi naokoło albo jej skracaniem itp.⁴. Te ludzkie predyspozycje mają też związek z organizacją spostrzeżeń, stanowiąc część ewolucyjnej bazy, która umożliwiła zaistnienie również komunikacji wizualnej, a więc i sztuk plastycznych.

Czy również sztuka funkcjonuje w świecie 3 w takim sensie jak matematyka, że dociera do nowych obszarów, czyniąc je „odkrywalnymi”?

Myszę, że tak. Aby to uzasadnić, odwołam się do rozważań platonika matematycznego, jakim jest Penrose. Mają one według mnie charakter introspekcji dotyczącej „przeżyć” w świecie 3. Penrose pisze, że część z matematycznych konstruktów odbiera on jako tylko wymyślone, inne zaś sprawiają wrażenie odkrytych, lecz uprzednio stworzonych przez Boga. Penrose widzi rodzaj tożsamości pomiędzy odbiorem niektórych dzieł sztuki a odbiorem obiektów matematycznych:

Wielkie dzieła sztuki są rzeczywiście „bliższe Bogu” niż prace posłednie. Artyści mają często uczucie, że ich najwspanialsze dzieła

4 Por. M. Tomasello, *Kulturowe źródła...*, s. 25–26.

odkrywają pewne odwieczne, absolutne prawdy, istniejące uprzednio w jakiś eteryczny sposób, podczas gdy prace przeciętne są bardziej arbitralne i mają charakter zaledwie ludzkich śmiertelnych konstrukcji⁵.

Matematyka – tak jak i sztuka – jest częścią kultury. Istnieją one intersubiektywnie, a więc w pewnym sensie niezależnie od ludzkich indywiduów. Kultura, czyli świat 3, jak ją nazywa Popper, jest budowana przez człowieka, a dla Penrose'a jest to świat uprzednio istniejący i możliwy do odkrycia.

Sztuka poszukuje doskonałości idei, które ciągle gdzieś uciekają, nie dają się poznać. Każde wielkie dzieło przekracza horyzont, który – po osiągnięciu go – ukazuje nowe możliwości. Jest w tym właśnie podwójna natura świata 3, świata odkrywanego, a zarazem konstruowanego. Myślę, że jedna z przyczyn odkrywalności i pozoru obiektywności świata 3 wynika ze stałych cech aparatu poznawczego człowieka: naszych ciał, możliwości oczu, uszu i innych sensorów oraz neuronalnych możliwości przetwarzania danych zmysłowych. Sztuka bazuje, podobnie jak matematyka, na możliwościach, które stwarza ucieleśniony umysł. Popperowskie stwierdzenie o obiektywności świata 3 też wyjaśnia pewne cechy sztuki. To, co ma szansę zaistnieć w świecie kultury jako nowy obiekt, musi być – jak pisze Tomasello – intersubiektywne, zdolne do podzielenia się z innymi ludźmi. Dzieło sztuki może być czasem „obiektywnie” niezrozumiałe, zderzając się z kulturowo ugruntowanymi oczekiwaniami i otwartością na nowe wytwory artystyczne. W takim właśnie sensie należy rozumieć obiektywność sztuki jako części kultury, czyli świata 3, zgodnie z ideą Poppera. Znamy przykłady odkrycia wielkich artystów nieuznanych za życia. Także wiele dzieł sztuki odśłoniło nam nowe sensory wraz ze zmieniającą się wiedzą, emocjami, społecznymi potrzebami i nastrojami. Wielkie dzieła sztuki można

5 R. Penrose, *Nowy umysł cesarza...*, s. 118.

oglądać wielokrotnie, za każdym razem konfrontując się z różnymi emocjami, znaczeniami, refleksjami, niezamierzonymi i zupełnie niemożliwymi do przewidzenia w procesie tworzenia. Zmieniają się bowiem czas, wiedza i możliwości poznawcze człowieka jako uczestnika kultury. Zmieniają się intersubiektywny świat, a także pamięć, przeżycia oraz kompetencje każdego z nas. Wielkie dzieła sztuki posiadają wiele warstw, które mogą się osobno ujawniać w różnym czasie i różnych kontekstach. Jest to jedna ze strategii, którą przyjmują, mniej bądź bardziej świadomie, wybitni artyści. Ale tylko niektórzy potrafią wyjść poza zakres swej wiedzy i pójść za jakimś przecuciem czegoś, czego „nie widać”. Takie wielowarstwowe dzieło staje się polem gry artysty z widzem, umożliwiając penetrację i odkrywanie „zasłoniętego” świata. Sztuka jako narzędzie badania „sprawdza” widza i rzeczywistość jednocześnie, odmieńniąc go i rozszerzając świat kultury, a więc i ludzką „obiektywną” rzeczywistość. Dzieła sztuki odsłaniają nowe obszary, tworzą pojęcia, których artyści często nie mieli zamiaru wykreować. Są jak niektóre wzory czy matematyczne formuły, okazują się mądrzejsze, przekraczając zamysł ich twórców. W ten sposób sztuka i matematyka odkrywają nowe obszary świata 3.

Wszelkie dokonania w dziedzinie sztuki stają się częścią wspólnej „biblioteki myśli”. Tych osiągnięć nie należy wiązać jedynie ze słynnymi i uznanymi dziełami sztuki. Gdy ktoś wykonał pierwszy, najprostszy znak, który w sensie symbolicznym coś notował, tworzył zarazem nowy sposób komunikowania się, będący intelektualną własnością wszystkich ludzi, również i nas żyjących współcześnie. Podobnie w momencie powstania pierwszego wizerunku: możliwość przedstawiania rzeczy, ludzi i zwierząt stała się zupełnie oczywista do tego stopnia, że trudno nam pomyśleć, że najprostsze przedstawienie obrazowe było jakimś szczególnym osiągnięciem człowieka. Wiele konwencji artystycznych, takich jak perspektywa linearna, przedstawianie cienia, ukazanie przestrzeni poprzez ograniczoną

przejrzystość powietrza, impresjonizm, abstrakcjonizm, ale i duchampowskie *ready made*s, były przełomami w ludzkich możliwościach badania rzeczywistości. Stały się jakby oczywistościami, które każdy przy odrobinie zdolności może powtórzyć. Były też często rodzajem obaleń, zaprzeczeniem czegoś, co jest już ustanowione i obowiązujące, a w czasach nowszych przeciwnie wobec skostniałego akademizmu. Sztuka stworzyła świat otwarty, bo możliwy do zakomunikowania i dzielenia go z innymi ludźmi, w jakiś sposób utrwalaony, co więcej – odmieniający człowieka. Gdy ktoś pierwszy stworzył wizerunek np. zwierzęcia, to inny człowiek mógł powiedzieć „O! rzeczywiście to bawół”. Odmieniło to ich obydwu i ustanowiło nowy, trwały obiekt w ludzkim intersubiektywnym świecie, obojętnie, czy damy mu numer 3, jak Popper, czy nazwiemy go jakąś galaktyką, choć chyba jeszcze nie Gutenberga, albo powiemy, że jest to „dzieło boże”, jak określał to Penrose. Możliwość utrwalaenia myśli była jednym z czynników pozwalających na zaistnienie kultury. Zapadka kulturowa – jak ją nazywa Tomasello – może być gestem, słownym symbolem, przyjętą metaforą albo materialnym obiektem sztuki. Każda z takich utrwalaonych konwencji może wymagać przełamania, aby móc stworzyć coś nowego i równie trwałego w naszym intersubiektywnym środowisku ludzkiego bytowania, jakim jest „morze kultury”.

Tomasello zwrócił uwagę, że człowiek, w odróżnieniu od np. szympansov, posiada kulturową „historię”, umożliwiającą akumulację modyfikacji, dokonanych wcześniej przez przedstawicieli naszego gatunku. Już nasi odlegli przodkowie stwarzali środowisko kulturowe, w którym żyjemy. Trwałość tego dziedzictwa gwarantuje opisany mechanizm zapadki kulturowej. Wiele wytworów i instytucji kultury służy jej utrwalaeniu: pismo, biblioteki, muzea, struktury władzy, ustrój społeczny, autorytety naukowe, obowiązujące paradygmaty, religia. Na początku ludzkiej historii to język umożliwił tworzenie opowieści, z czasem opartych na rytmie i rymie, utrwalaających czy stabilizujących przekaz, poprzez ułatwienie zapamiętywania.

Tworząc nowe dzieła, teorie naukowe, sposoby komunikowania się, „odkrywając” nowe pojęcia matematyczne, wszystko to czynimy, aby ustanowić kolejną zapadkę kulturową. Musimy wtedy przekroczyć zastane i utrwalone przez kulturę ograniczenia, kształtujące nasze sposoby myślenia – obalić teorię, zaprzeczyć konwencji, przełamać stereotyp.

B. Natura sztuki

Za początek kultury, rozumianej jako strategia rozbudowująca ontogenezę, można przyjąć „eksplozję symboliczną”, która miała miejsce w historii naszego gatunku około 50 tysięcy lat temu. Kulturę i jej wszystkie wytwory, a więc też religię, matematykę i sztukę, należy traktować jako działania poznawcze naszego gatunku, przekraczające ewolucyjne uwarunkowania. W tym sensie kultura jest zjawiskiem naturalnym, posiadającym biologiczną, ewolucyjnie uwarunkowaną bazę. Z tej perspektywy chciałbym spojrzeć przede wszystkim na sztukę, bo – paradoksalnie – nawet w swej nazwie zawiera ona zaprzeczenie natury. To ewolucyjne podłoże własności poznawczych naszego gatunku, które sztuka dzieli z matematyką i religią. Dlatego też sztuka, matematyka i religia w swych początkach przenikały się, a właściwie nie istniały oddzielnie. Połączone razem tworzyły spójne, choć różniące się, opisy świata i człowieka. Również później w historii myśli spotykały się one ze sobą i wzajemnie na siebie oddziaływały. Czasem, np. tworząc Wielką Teorię, matematyką usiłowano wyjaśniać sztukę, dając gotowe recepty albo – jak w średniowieczu – wprzęgnięto je obie w służbę religii. Wtedy to liczby miały symbolizować nadprzyrodzone sensy, a sztuka unaoczniać historię zbawienia. Jednak w refleksji nad matematyką, religią i sztuką może umknąć – wspólna dla nich – kognitywna, ewolucyjnie uwarunkowana baza kultury, powstała jako kolektywne narzędzie poznawcze naszego

gatunku. Również Penrose wskazuje na tożsamość czegoś, co można nazwać „olśnieniem matematycznym”, z „przeżyciem estetycznym”. Gdy mówi o dziełach sztuki i obiektach matematycznych, określając je jako „boże dzieła”, umieszcza je w sferze mistycyzmu. Współczesne działania w obszarze sztuki również mogą nam uświadomić, jak wiele ma ona wspólnego z religią. Sztuka przekracza działania człowieka, które wymykają się systematycznemu opisowi i racjonalności. Uważam, że cała kultura ma ewolucyjnie uwarunkowane podłoże, niezależnie, czy są to nieracjonalne wierzenia, oparta na logicznych dowodach matematyka, systematycznie opisana nią nauka, czy sztuka – również dokonująca opisu świata według swoich wewnętrznych reguł. Tę biologiczną i zarazem kognitywną podstawę stanowią następujące zdolności naszego gatunku:

1. Schematy percepcyjne związane z organizacją spostrzeżeń i motoryką.
2. Proces metaforyzacji, który pozwala na tworzenie pojęć abstrakcyjnych, umożliwiając tym samym myślenie i posługiwanie się symbolami. Proces metaforyzacji ma postawę neuronalną i jest przez nią uwarunkowany. W jego wyniku konkretne doznania mogą być przenoszone na inne dziedziny poznania, co znajduje odbicie w aktywacji neuronów w różnych polach mózgowia. To neurologiczny poligon dla stwarzania abstrakcyjnych bytów w ludzkich umysłach.
3. Zdolność do naśladownictwa (imitacji) zachowań innych *homo sapiens*, co umożliwi uczenie się kulturowe i tworzenie kulturowej historii. Stabilność przekazu opiera się na mechanizmie zapadki kulturowej, pozwalającym akumulować modyfikacje dokonane w przeszłości. Na tym mechanizmie opierają się wszelkie sposoby utrwalania zbiorowej pamięci gatunku, takie jak rytuały, mity, zapis symboliczny, sposoby obrazowania.

Sztuki piękne wydają się zatem mieć więcej wspólnego z myśleniem metaforycznym niż matematyka. Jednak wiele mechanizmów

poznawczych, zwłaszcza związanych z percepcją, a także wywodzące się z nich niektóre metafory, są podstawą dla obu tych dziedzin. Są to doświadczenia służące porządkowaniu doznań, organizacji spostrzeżeń, nadawaniu im sensu i spójności. Sztuka jest możliwa między innymi dzięki temu, co Gombrich nazywa „zmysłem porządku”; umiejętności dostrzegania, poszukiwania, ale i tworzenia ładu. To dzięki temu „zmysłowi” możliwe staje się widzenie i organizowanie spostrzeżeń, zarówno w realnym świecie, jak i w kontakcie z obiektami sztuki. Jeśli metafora jest – według Lakoffa i współpracowników – podstawową władzą poznawczą, kształtującą struktury pojęciowe, to dotyczy ona także sztuki. Sztuka, uwypuklając pewne doznawane zmysłami wymiary rzeczywistości, uświadamia nam ich abstrakcyjne sensory, niemożliwe do wypowiedzenia, a także do zapisu przy użyciu jakiegokolwiek zestawu symboli. Kiedy zadanie sztuki jest rozumiane jako dostarczanie zmysłowej przyjemności, określanej jako „piękno”, to zestawia się je z dobrem i prawdą. Tak rozumiana sztuka jest jedynie „ćwiczeniem estetycznym”, dostarczającym materiału do rozważań filozoficznych, toczących się zwykle w zupełnym oderwaniu od doświadczeń płynących z praktyki artystycznej, polegającej na zmaganiu się z materią i odwołującej się do ludzkich spostrzeżeń.

W przeciwieństwie do sztuki wiele ludzkich dociekań i aktywności oderwało się od zmysłowej bazy poznawczej. Na tym polega istota matematyki, że doświadczenie płynące z podstawowych trosk i ludzkich działań przeniosła na poziom pojęciowy i wydaje się ona rozwijać w oderwaniu od tego, co zmysłowe. Platonicy matematyczni powiedzą, że prawa matematyki wykrywa się jedynie ludzkim umysłem, a obiekty matematyczne istniały zawsze, nie mając z rzeczywistością fizyczną i ludzką percepcją nic wspólnego, i tylko w niepojęty sposób potrafią opisywać naturę. Podobną, jedynie myślową spekulacją, stała się filozofia, a przynajmniej niektóre jej nurty, biorące swój początek w rozważaniach Parmenidesa. Logika, użyta przez niego

jako narzędzie do uprawiania metafizyki, doprowadziła do wniosków przeczących podstawowym obserwacjom fizycznego świata i płynącym z nich intuicjom. To zamknięcie filozofii jakby wewnątrz języka konstruującego logiczne wypowiedzi wyraził w XX wieku Ludwig Wittgenstein:

Poprawna metoda filozofii byłaby właściwie taka: Nie mówić nic poza tym, co się da powiedzieć, czyli poza zdaniami nauk przyrodniczych, a więc nic poza tym, co z filozofią nie ma nic wspólnego; a gdyby potem ktoś chciał powiedzieć coś metafizycznego, wykazać mu, że pewnym znakiem nie dał w swoich zdaniach żadnego znaczenia⁶.

Josef Kosuth, wyjaśniając w swoim eseju współczesność, używa określenia „dzieje człowieka po filozofii i religii”. Pisze on, że współcześnie to sztuka zajmuje się tymi stanami „poza fizyką”, którymi wcześniej zajmowała się filozofia. Sztuka, zaspokajając to, co można nazwać „potrzebami duchowymi”, nie musi niczego udowadniać jak filozofia czy teologia. Sztuka nie wygłasza twierdzeń, nie buduje sylogizmów. Posługuje się właśnie metaforą, budując rozmaite odniesienia, paralele stanowiące dla umysłu zaczepienie czy punkty podparcia, łącząc to, co zmysłowe, z odczuciami i myślami⁷.

Zdolność naśladowania, rozumiana jako imitacja zachowań, umożliwia kulturowe uczenie się i rozumienie, dzielenie pewnych sensów i wspólnoty utrwalonych myśli z innymi ludźmi. Człowiek jest w stanie tworzyć dzięki tej zdolności kulturową historię naszego gatunku. Zarówno sztuka, matematyka, jak i magia, a później religia są: „aktywnym badaniem, dokonywaniem wyboru, chwytniem tego, co istotne, upraszczaniem, abstrakcją, analizą

6 L. Wittgenstein, *Tractatus logico-philosophicus*, tłum. B. Wolniewicz, Warszawa 2004, teza 6.53, s. 82.

7 Zob. J. Kosuth *Sztuka po filozofii*, s. 243–256.

i syntezą, uzupełnianiem, poprawianiem, porównywaniem, rozwiązywaniem problemów, kojarzeniem, rozróżnianiem i umieszczaniem w kontekście”⁸.

Sztuka intensyfikuje zjawiska poprzez ukazywanie regularności i porządków: w ten sposób bada rzeczywistość, upraszczając ją, wyodrębniając to, co istotne, budując w tym celu nowe konteksty. Istniejące w naturze regularności, porządki i wzory matematyka – uogólniając – odrywa od tego, co widzialne, tworząc ich symboliczny i abstrakcyjny opis. Magia, będąca początkiem religii, usiłowała wpłynąć na rzeczywistość przez działanie człowieka, opierając się na związkach i regularnościach, które dostrzegał on w naturze. Magia w jakimś stopniu stanowi zatem początek nie tylko religii, ale i nauki, i ma wiele wspólnego ze sztuką jako narzędziem badania świata.

Przyjemne dla oka motywy wizualne stosowane w sztuce są wybranymi i wyolbrzymionymi wzorami, którymi kieruje się mózg, analizując i porządkując świat. Proste regularności są tym, co wyodrębniamy z natury, z gmatwaniny tego, co nieuchwytnie i nie do zapamiętania. Być może przyjemność, którą czerpiemy z prostych układów, stosowanych np. w dekoracjach, wynika z tego, że percepcja tych wzorów informuje nasz umysł, że układ wzrokowy działa poprawnie⁹. Sztuka może więc sztucznie „nadstymulowywać” korę wzrokową, dając rodzaj specyficznej przyjemności. Tak oprócz prostych układów geometrycznych działają również czyste nasycone barwy, które w środowisku naturalnym wyróżniają się wśród dominujących wokół szarości i zieleni. Stosowanie ochry jako barwnika w całej prehistorii było spowodowane przyjemnością, jaką czerpiemy ze stymulacji układu nerwowego tym, co wyraziste, a więc w warunkach naturalnych alarmujące nasze spostrzeganie. Podobną cechą ma symetria, zwłaszcza dwuboczna. Człowiek – jako istota

8 R. Arnheim, *Myslenie wzrokowe*, s. 23.

9 Por. S. Pinker, *Tabula rasa...*, s. 577.

społeczna – czerpie wiele informacji pozawerbalnych z twarzy innych ludzi. Jeżeli jakiś człowiek lub zwierzę stoi naprzeciw nas „oko w oko”, może to być bardzo ważnym sygnałem, na podstawie którego musimy zinterpretować jego emocje i zamiary. Doskonała symetria twarzy świadczy o zdrowiu i atrakcyjności drugiej osoby. Zniszczona, skrzywiona twarz, liczne znamiona czy blizny to oznaka, że związek z taką osobą może nie doprowadzić do wydania na świat zdrowego potomstwa. Informacje, jakie czerpiemy z symetrii twarzy, nie dotyczą tylko aspektu seksualnego, mogą również oznaczać zagrożenie chorobą. Nakierowanie naszego aparatu percepcyjnego na pewne porządki powoduje, że wiele wizualnych wytworów człowieka, jako „gadżety” do oglądania, „nadstymulowuje” nasz mózg symetrią¹⁰. Makijaż na twarzy ma na przykład symetrię poprawiać. Symetryczne są również różne: ozdoby, budowle, tkaniny itd. Upodobanie do symetrii w sztukach plastycznych ma zatem podłoże ewolucyjne. Symetria jest kolejnym przykładem – obok regularności i „prostoty porządków” – na to, że wiele wspólnych ewolucyjnych uwarunkowań wpłynęło na twory kultury, jakimi są sztuka i matematyka.

Nasze widzenie, ale też inne obszary percepcji, nie są biernym procesem; to umysł nadaje sens różnym bodźcom poprzez swoją aktywność. Tak odnośnie do sfery wizualnej opisuje ten proces Gombrich: „domysł widza sprawdza znaczenie mieszaniny form i kolorów, krystalizując je w kształty po znalezieniu zbiorczej interpretacji”¹¹. Mechanizmy poznawcze, które nadają sens, a więc i ład światu zmysłowemu, umożliwiają też komunikację, np. poprzez słowa, muzykę i obrazy. Nadanie uporządkowania dziełu, np. obrazowi, powoduje, że staje się on czytelny. Te reguły zmysłowego ładu najłatwiej odnieść do zabiegów kompozycyjnych, służących osiągnięciu wewnętrznego

10 Por. P. Boyer, *I człowiek stworzył bogów...*, s. 134–135.

11 E. H. Gombrich, *Sztuka i złudzenie...*, s. 276.

zestrojenia dzieła, ale umożliwiają nam one w ogóle dostrzeżenie czegokolwiek, tak w realnym świecie, jak i na obrazie. Jeśli więc odczucie ładu ma podstawy w zdolności organizowania spostrzeżeń, choć również zapewne w innych mechanizmach poznawczych, znaczy to, że to właśnie one umożliwiają istnienie sztuki.

Odczucia czegoś pięknego i pożądanego nie należy ograniczać do sytuacji tworzenia dzieł sztuki i obcowania z nimi. Towarzyszy nam ono z całą mocą w różnych sytuacjach w codziennym funkcjonowaniu w naszym świecie, np. gdy dostrzegamy jakąś ścisłą prawidłowość i udaje się nam zrozumieć jakąś zależność. Ten rodzaj doświadczeń dotyczy zarówno intelektu, jak i wszelkich naturalnych wymiarów ludzkich doznań zmysłowych, takich jak kształt, kolor, dźwięki. Budują one strukturę naszego codziennego odbioru rzeczywistości, a także tych stanów, gdy obcujemy z dziełami sztuki, tradycyjnie nazywanych „przeżyciem estetycznym”. Tak więc sztuka i umiejętność jej odbioru wyrosła w procesie kulturowym z podstawowych cech naszego aparatu poznawczego, służącego przetrwaniu naszych ucieleśnionych umysłów w środowisku. To ten aparat pozwala nam na podstawie podstawowych doznań tworzyć pojęcia, także pojęcia matematyczne.

Można przyjąć, że stany umysłu, gdy „odkrywamy” jakąś artystyczną albo matematyczną prawdę, są kontaktem ze światem idei, i na tym poprzestać. Tak czynią zwolennicy platonizmu matematycznego. Można istotę tych przeżyć próbować wyjaśniać poprzez sposób działania ludzkiego systemu poznawczego. Tak uczynili Lakoff i współpracownicy, tworząc na gruncie kognitywizmu teorię metafor. Tłumaczy ona tę specyficzną spójność doświadczeń z różnych dziedzin, które możemy określić jako „estetyczne”. Lakoff i Johnson piszą:

Doświadczenie estetyczne nie ogranicza się do uznanego świata sztuki. Może zaistnieć w każdym aspekcie naszego życia codziennego –

zawsze kiedy zauważamy lub tworzymy dla siebie nowe koherencje, które nie są częścią skonwencjonalizowanego sposobu percepcji czy myślenia¹².

Sztuka jest sposobem przekraczania konwencji, tak jak nauka jest ustanawianiem nowych teorii poprzez obalanie starych. Tak jak filozofia jest demaskowaniem stereotypów w naszym myśleniu, a matematyka przekraczaniem dotychczasowych sposobów rozwiązywania problemów wewnątrz określonego systemu aksjomatów. Jednak sztuka, obalając, przekraczając, demaskując, w odróżnieniu od innych dziedzin nie musi niczego udowadniać. Sztuka sprawdza czy próbuje rzeczywistości poprzez artystyczne działania i jednocześnie ją przekształca. Ma ona moc zmieniania wszystkich trzech światów Poppera. Nowe idee z kręgu sztuki ustanowiły nowe obiekty świata 3, co jest dość oczywiste; są one również wyrazem przeżyć i subiektywnej wiedzy artysty i wywołują pewne stany poznawcze u odbiorcy, czyli dotyczą świata 2. Sztuka zmieniła ponadto sposoby komunikowania wiedzy o świecie, tworząc nowe konwencje obrazowania i znakowania. Dzięki sztuce powstało też wiele obiektów fizycznych, stanowiących środowisko naszego bytowania: budowli, układów urbanistycznych, obiektów wzornictwa przemysłowego. Nawet jeśli nie są one bezpośrednio wytworami artystycznymi, to dokonania w dziedzinie sztuki istotnie wpłynęły na ich kształt. Niektóre wybitne dzieła sztuki i architektury zmieniają idee oraz stylistyczne paradygmaty wpływające na to, jak ludzie kształtują swoje środowisko bytowania. W ten sposób sztuka w wielu momentach historii ludzkości zmieniła rzeczywistość, również tę fizyczną, przynależącą do popperowskiego świata 1. To ludzkie działania, w obszarze sztuki w pewnym sensie zupełnie nieracjonalne i niepraktyczne, odmieniły nasze formy myślenia, spostrzeżenia, a więc również to, w jaki sposób świat się nam

12 G. Lakoff, M. Johnson, *Metafory...*, s. 302.

jawi. To poszukiwanie nowych koherencji, będące przełamywaniem konwencjonalnych sposobów spostrzegania i myślenia, jest wyrazem dążenia do odkrywania ludzkich możliwości poznawczych wobec świata. Sztuka ma wiele wspólnego z nauką. Bada świat, ma swoje paradygmaty, zmieniające to, co zastane i ukazujące nowe obszary. Zakres wiedzy, doświadczeń czy prawd, które ukazuje, w przypadku sztuki jest o wiele większy. Co więcej, za pośrednictwem sztuki czy dzięki niej doznajemy pewnych stanów, które istnieją „poza fizyką”, choć posługuje się ona [sztuką] ludzką zmysłowością.

Wszecławiat jest pełen wzorów możliwych do ujęcia przez nasze zmysły i umysł. Nasze rozumne postrzeganie nakierowane jest na wychwytywanie porządków. Zgadza się Arnheimem, że już same zmysły w pewnym sensie myślą. Ludzkie widzenie, jako narzędzie poznawcze chwytające regularności i odstępstwa od nich, może być doskonałe. Uwrażliwia się na pewne cechy czy aspekty rzeczywistości zmysłowej. Władysław Strzemiński pisał o rozwoju oka i widzenia, i wprawie, jaką w wychwytywaniu istot czy porządków albo odstępstw od pożądaných stanów można osiągnąć, trenując i udoskonalając widzenie.

Oko doświadczzonego włóknarza dostrzeże dziesięciokrotnie więcej braków tkaniny niż tak samo sprawne w znaczeniu biologicznym oko człowieka innego zawodu. Lecz to samo oko włóknarza, gdy się znajdzie przed łanem zboża – nic nie zobaczy, nic nie będzie mogło powiedzieć ani o stanie wilgotności gleby, ani o stopniu dojrzewania zboża, ani o parowaniu powietrza, ani o jakości gruntu¹³.

Strzemiński zwracał uwagę na indywidualny trening widzenia. Pisał też o „rozwoju oka” w wymiarze, który miał być wynikiem

13 W. Strzemiński, *Teoria widzenia*, wpraw. I. Luba, przedm. J. Przyboś, Łódź 2016, s. 53.

wpływu czynników ekonomicznych i zmieniającej się struktury społecznej. Był on pod wpływem koncepcji marksistowskich, dlatego ignorował wpływ sztuki – jako dziedziny progresywnej – na rozwój widzenia. To raczej artyści byli – według niego – pod wpływem danej formacji społeczno-ekonomicznej, określającej względnie ustabilizowany sposób widzenia i przedstawiania świata. Strzemiński jako malarz bardzo trafnie przedstawił rozwój społecznego oka. W tym celu analizował w ujęciu historycznym zmiany sposobów przedstawiania. Rozwój widzenia i umiejętności spostrzegania to właśnie umiejętność wychwytywania wzorów i pewnych zasad ustrukturyzowania i działania rzeczywistości. Nasz zmysłowy świat jest zeterminowany wieloma czynnikami środowiskowymi i kulturowymi, a nie jedynie społeczno-ekonomicznymi, jak zakładał Strzemiński.

Tendencja do wychwytywania wzorów wykracza poza sferę zmysłów i wkracza w świat pojęć. Nie można percepcji i rozumowania ściśle rozgraniczać, co uświadamia paradygmat ucieleśnionego umysłu. Nasze ucieleśnione umysły, dokonujące pojęciowej syntezy rzeczywistości, nakierowane są na regularność zjawisk. To właśnie wzory i regularności są w stanie tworzyć owe koherencje, rodzące przyjemne odczucia. Wychwycenie ich można nazwać przeżyciem estetycznym albo olśnieniem czy zrozumieniem. Nie muszą być wcale przyjemne. Gdy dostrzeżemy wzór jako oczy drapieznika kryjącego się w zaroślach, zapewne nie doznamy miłych emocji. Zdolność wyodrębniania wzorów czy koherencji została rozwinięta przez różne dziedziny kultury, np. sztukę, matematykę i religię. Regularność to również myślenie o przyczynach, które wywołują określone skutki. Opierają się na niej czynności magiczne, zakładające, że pewne działania i wydarzenia kształtują rzeczywistość. Przejście od magii do racjonalności, które zostało wywołane – zdaniem McLuhana – przez pismo, umożliwiło powstanie takich kulturowych obszarów, jak religia teoretyczna i nauka, używająca matematyki o strukturze aksjomatyczno-dedukcyjnej. Matematyka poszerza możliwości

naszej władzy intelektualnej w opisywaniu świata. Tego między innymi od niej oczekujemy, jako narzędzia i wytworu kultury. Sztuka ma inne zadania. Może jednak to, co intelektualne, a więc również matematykę, świadomie wykorzystywać do:

1. Budowania określonych doznań, które mają czysto zmysłowy charakter, np. dobierając świadomie proporcje, można uzyskać odczucie harmonii albo celowo ją zaburzać.
2. Osiągania przez artystę spójności wytworzonej rzeczywistości. Nawet w najbardziej fantastycznym wytworze wyobraźni artysta opiera się na doświadczeniu przestrzeni, kształtu i liczby, które wyrosły w realnym świecie.
3. Tworzenia obrazu jako płaskiego wizerunku, gdy artysta musi odwołać się mniej bądź bardziej świadomie do przekształceń geometrycznych.
4. Ukazywania np. budowy wszechświata albo bytów nadprzyrodzonych. W tym celu artyści często sięgali po (czy wręcz tworzyli) symbolikę związaną z liczbami i figurami geometrycznymi. Symbolika ta nie jest całkowicie dowolna, bowiem musi wynikać także z różnych matematycznych własności liczb i figur.

Sztuka sięga więc po matematyczne struktury, aby uzyskać spójność i uporządkowanie, ale również aby rozszerzyć zakres tego, co jest w stanie ująć i przekazać. Związek matematyki i sztuki jest o wiele głębszy. Obie dziedziny łączy ów „zmysł porządku”. Wykształciły je nasze ucieleśnione umysły, zanurzone w przestrzennym świecie i wyposażone przez ewolucję tak, aby umożliwić nam przetrwanie w zmieniającym się środowisku. Nasz mózg zaangażowany jest głównie w widzenie, poruszanie się, ujmowanie przestrzeni, interakcję z innymi osobami oraz język, umożliwiający oddziaływanie i kontakt z przestrzennym środowiskiem. Język jest jakby częścią wielkiego ekosystemu, w którym funkcjonuje człowiek¹⁴. Nasze systemy

14 Por. B. Brożek, M. Hohol, *Umysł matematyczny...*, s. 71.

pojęciowe u swego zarania odnoszą się do relacji przestrzennych. Musimy ustalać kierunki, rozpoznawać i klasyfikować obiekty, szacować ich ilość, kontrolować swoją aktywność motoryczną, odbywającą się w przestrzeni, co buduje podstawę myślenia pojęciowego. Sztuka też ma charakter pojęciowy, choć prawdy, myśli, sensory ukazuje poprzez spostrzeżenia. Właśnie to spowodowało, że opisujemy ją zwykle w kategoriach estetycznych – zmysłowej przyjemności czy gustów.

C. Gusty: sztuka i ewolucja

Wywoływana przez ładne i gustowne rzeczy przyjemność zaczęła być wyjaśniana przez estetykę ewolucyjną. Tłumaczy ona sztukę i jej smak jako adaptację, umożliwiającą przetrwanie i ekspansję naszych genów. To, co lubimy i co się nam podoba, ma wynikać z natury ludzkiej. Denis Dutton, prekursor estetyki ewolucyjnej, pisze, że to nasza biologia ogranicza wszelkie obszary kultury, a więc również matematykę i sztukę:

Natura ludzka, jak podkreśla estetyka ewolucyjna, wyznacza granice tego, co kultura i sztuka mogą osiągnąć dzięki ludzkiej osobowości i jej gustom¹⁵.

Jest to dość wpływowa koncepcja, ponieważ „naukowo” i racjonalnie próbuje wyjaśnić obszar kultury, jakie obecnie nazywamy sztuką. Stoję na odmiennym stanowisku i nie zgadzam się z wyjaśnieniami Duttona. Jak pisałem we wcześniejszych rozdziałach, kultura jedynie bazując na ludzkiej biologii, pozwala nam przekraczać ewolucję. Dutton popełnia dwa błędy: przyjmuje, że istotą sztuki jest dostarczanie

15 D. Dutton, *The Art Instinct: Beauty, Pleasure, and Human Evolution*, New York–London 2010, s. 206.

zmysłowej przyjemności; kontynuuje debatę XVIII-wiecznych empirystów pod zmodernizowanym tytułem „geny a środowisko”. Nie można w ten sposób wyjaśnić „natury sztuki”. To ludzki wysiłek, jakim jest owa sztuka, nieustannie przekształca kulturę symboliczną – środowisko bytowania *homo sapiens*.

Sztukę historyczną zwykle podziwiamy, patrząc niejako z zewnątrz na dawne epoki i kultury, tłumacząc ją w odniesieniu do idei i konwencji właściwego czasu. Właśnie z takiej perspektywy zewnątrz widza Dutton opisał sztukę, poszukując jej istoty i uniwersalnych powodów do jej wytwarzania jako technologii przyjemności. Formy sztuki bardzo się różnią, jednak intuicyjnie wyczuwamy, że np. japońska ceremonia parzenia herbaty jest rodzajem działalności artystycznej, mimo że nie ma ona żadnego odpowiednika w kulturze Zachodu. Dutton podaje też przykład sąsiadujących ze sobą ludów nowogwinejskich. Przedstawiciele jednego z nich, mieszkający w dolinie, mają wręcz obsesję na punkcie rzeźbienia w drewnie, podczas gdy ich żyjący w górach pobratymcy całą swą energię twórczą wkładają w dekorowanie ciał i tarcz bojowych. Innym osobliwym przykładem przytaczanym przez Duttona jest lud Dika z Afryki, prawie niewytwarzający sztuki wizualnej, lecz rozwijający poezję zafascynowaną kolorami i wzorami, jako znakami szczególnymi bydła, od którego zależy ich przetrwanie¹⁶.

Według Duttona przyczyną trwałości i uniwersalności działań artystycznych uprawianych przez rodzaj ludzki jest to, że zdolność do tworzenia dzieł sztuki albo ich posiadanie prowadzi do budowania statusu społecznego. Ostatecznie przekłada się on na atrakcyjność seksualną i powodzenie w rozmnażaniu. Dutton wyszedł z założenia, że jeżeli sztuka jest zjawiskiem uniwersalnym dla gatunku ludzkiego, to jest ona ewolucyjną adaptacją. Według niego kierujemy się mechanizmami reagowania na estetyczną przyjemność, co wynika

16 Zob. D. Dutton, *The Art Instinct...*, s. 30.

z ewolucyjnie uwarukowanych preferencji związanych z wyborem właściwego partnera i poszukiwaniem właściwych siedlisk¹⁷. W ten sposób ludzka miłość do sztuki, a w szczególności do pewnych krajobrazów, ma być determinowana przez ewolucję. Nasze upodobanie do zieleni i jej obfitości w krajobrazie ma wynikać z preferowania przez naszych przodków terenów nadających się do zasiedlenia. Zieleni i woda w pejzażu były dla przeciętnego *homo sapiens* oznaką obfitości i przyjazności terenu, co miało znaczenie dla przeżycia. Wówczas preferencje estetyczne, takie jak zamięłowanie do zielonej trawy, były związane z bardziej praktycznymi potrzebami, takimi jak poszukiwanie miejsca odpowiedniego do zamieszkania i rozwoju. Emocjonalne odczucie towarzyszące człowiekowi, gdy parzył na soczystą trawę w krajobrazie, mogło mieć decydujące znaczenie w procesie ewolucji naszego gatunku. Dlatego – według Duttona – wolimy pejzaże Johna Constable’a od płócien Jacksona Pollock’a. Dutton mówi, że odwrócenie się od sztuki reprezentacyjnej XX wieku było złym zwrotem, a uzasadnia to swoim opisem biologicznych funkcji naszych estetycznych preferencji i gatunkowych tendencji do tworzenia sztuki. Innym wskaźnikiem „piękności” dzieł, obok budzącej sentyment zielonej trawy i szmerzących strumyków, są – według niego – określone cechy związane z seksualną atrakcyjnością przedstawianych postaci. Upodobania te pomagają nam przetrwać i rozmnożyć się, ale też wyjaśniają niektóre z naszych reakcji na sztukę. Skłonność do tworzenia sztuki jest konsekwencją dokonywanej przez naszych przodków świadomej i celowej selekcji seksualnej, która – według fałszywego poglądu Duttona – ukształtowała nasze współczesne skłonności artystyczne. Amerykański filozof sztuki tak tłumaczy to zjawisko:

Każdy plejstoceni mężczyzna decydował się wybrać do łóżka, chronić i zaopatrywać kobietę, która zwróciła jego uwagę jako – powiedzmy –

17 Zob. D. Dutton, *The Art Instinct...*, s. 19–21.

dowcipna, zdrowa i której oczy rozbłyły w obecności dzieci; podobnie czyniła każda kobieta – wybierała mężczyznę ze względu na jego niezwykle zdolności łowieckie, rozkoszne poczucie humoru i hojność. Oboje dokonywali racjonalnego, celowego wyboru, który ostatecznie w znacznym stopniu ukształtował ludzką osobowość, jaką znamy dzisiaj¹⁸.

Człowiek sprawny w artystycznej wirtuozerii i obdarzony wyobraźnią wydaje się atrakcyjny potencjalnym partnerem. Dlatego miał w przeszłości większe szanse przekazać swoją umiejętność robienia przyjemnych, a zarazem niepraktycznych rzeczy przyszłym ludzkim pokoleniom. Zatem upraszczając, według Duttona skłonność do tworzenia sztuki wynika z ewolucyjnych uwarunkowań, związanych z poszukiwaniem dobrego, zasobnego siedliska do życia albo zdrowego, a może tylko zasobnego partnera¹⁹. Tak rozumiana sztuka to jednak przepis na sukces w przemyśle rozrywkowym albo przy tworzeniu kiczu. Zdobytcze sztuki są oczywiście wykorzystywane przy produkcji różnorodnej rozrywki, a tych, którzy na jej rzecz pracują, też nazywa się „artystami”. Teoria Duttona wyjaśnia przekonująco atrakcję, jaką powoduje posiadanie autentycznych wartościowych dzieł, funkcjonowanie rynku sztuki i wielu praktyk kulturowych ze sztuką związanych. Wydaje mi się, że Dutton tylko częściowo dotyka istoty działań artystycznych i tego, czym jest sztuka. Przytaczam jego koncepcję, bo poszukuje ona bezskutecznie ewolucyjnego podłoża sztuki, jednak – w gruncie rzeczy – raczej wyjaśnia podłoże przyjemności zmysłowej, jakiej może dostarczyć człowiekowi tworzenie i obcowanie z niektórymi obiektami artystycznymi. Owa przyjemność bywa i bywała w przeszłości jednym z powodów tworzenia sztuki. Przyjemność ta nie ma jednak charakteru czysto zmysłowego. Nie jest też uniwersalnym powodem do tworzenia sztuki.

18 D. Dutton, *The Art Instinct...*, s. 165.

19 Zob. D. Dutton, *The Art Instinct...*, s. 175.

Nie można utożsamiać rozkoszy seksualnych z satysfakcją czerpaną z kontaktu ze sztuką. Oczywiście, jest wiele dzieł malarskich i rzeźbiarskich, które mają na celu wzbudzenie erotycznego pobudzenia, ale ich czysto artystyczną jakość wyznacza to, co artystyczne, a nie seksualne. Tematy mitologiczne w obrazach Rubensa z pewnością miały dawać goliźnie wstęp na pałacowe ściany. Mają przy tym jednak niemały ładunek sztuki.

Wytłumaczeniu, czym jest sztuka i istota zmagania w jej tworzeniu przed wiekami, może pomóc przyjrzenie się dokonaniom współczesnych artystów zachodniego świata. Stawiają oni przed sobą te same problemy, które od zarania dziejów dotyczyły człowieka, nadając im zmysłową reprezentację. Dzieje się to teraz w naszym rodzimym kręgu kulturowym. Sztuka zawsze dotyczyła naszych nieszczęść i rozterek wpisanych w biologię i nasze władze poznawcze, w zbiorową mądrość, ludzkie ograniczenia i konflikty; a zatem zasad, według jakich funkcjonuje i powstaje nasz świat jako jego umysłowa reprezentacja. Zmienia się tylko kontekst medialny czy cywilizacyjny, który kształtuje ludzkie formy myślenia. Sztuka od czasów jaskiń posiada ciągłość, wynika z tych samych dążeń człowieka i opiera się na tych samych potrzebach komunikowania się z innymi ludźmi. Jednak zawsze to, co istotne w sztuce, musi przełamać istniejące nastawienia i oczekiwania względem niej. Wcześniejsze dokonania stają się oczywiste, ale to, co dzieje się na naszych oczach, zanurzone we współczesności i odnoszące się do nas – tutaj i teraz, uświadamia nam trud wspaniałych dokonań artystycznych, również tych, które powstawały w jaskiniach. Tak tę kwestię tłumaczy współczesny artysta konceptualny Kosuth: „w sztuce ważne jest to, co do niej się wnosi, nie zaś przyswojenie sobie tego, co już istnieje”²⁰. Nasuwa się tu wyraźnie analogia do zapadki kulturowej Tomasella. To, co przekroczone, w sztuce już po prostu jest, choć oczywiście można z tego

20 J. Kosuth, *Sztuka po filozofii*, s. 252.

skorzystać, jednak liczy się kolejna „zapadka”, którą należy odkryć, wymyślić, ustanowić. Nie istnieje więc przepis na sztukę. Oczywiście większość ludzi opracowujących „technologie przyjemności i nazywających siebie artystami produkuje – np. dla kolekcjonerów – rzeczy, które już kiedyś były, są zrozumiałe, akceptowane i nazywane „sztuką”. Przepisem na sztukę w pewnym stopniu była Wielka Teoria, ale usiłuje nim być także przytoczona wcześniej koncepcja Duttona. Problemem wydaje się również to, że o ile intuicyjnie wyczuwamy, czym jest sztuka, o tyle samo pojęcie jest stosunkowo nowe i przyjmowało różny zakres wobec wytworów człowieka w różnych czasach. Dla ludzi plemiennych, jak np. Nowogwinejczycy czy afrykańskiego ludu Dika, o którym pisał Dutton, sztuka – podobnie jak religia – jest częścią codzienności. Należy również pamiętać, że dla starożytnych Greków sztuki piękne zaliczały się do *technē* – τέχνη, czyli do umiejętności rozumianych jako postępowanie według zasad. Sztuka wytwarzania beczek, dzbanów, okrętów czy posągów z marmuru przynależała do tego samego pojęcia²¹. Ale właśnie w starożytności greckiej zaczęły być tworzone teorie sztuki, powoli wskazujące na wyjątkowość pewnych działań ludzkich, które zaczęto nazywać sztuką we współczesnym sensie.

To wzbudzanie poczucia wyjątkowości jest bardzo ważną funkcją sztuki w koncepcji Duttona. Według niego czynienie i posiadanie tak niepraktycznych rzeczy, jakimi są dzieła sztuki, może być ostentacyjnym prezentowaniem zasobności, a poprzez to sposobem budowania prestiżu w społeczności. Sztuce towarzyszył przepych, a sponsorami i mecenasami artystów byli arystokraci albo osoby, które zdobyły majątek i np. kolekcjonując sztukę, chciały zaznaczyć status materialny. Podkreślać swoje znaczenie można na wiele różnych niepraktycznych sposobów, np. kolekcjonując zaszczytne tytuły i odznaczenia, prowadząc ostentacyjnie rozrzutny i hulawczy

21 Por. W. Tatarkiewicz, *Dzieje sześciu pojęć*, s. 22.

tryb życia, aspirując do odpowiedniego towarzystwa, choć może to być też towarzystwo artystów i koneserów sztuki. W pewnych kulturach otyłość jest oznaką zasobności i powodzenia materialnego, a co za tym idzie atrakcyjności seksualnej, a gdzie indziej może być nią sprawność fizyczna i szczupła, umięśniona sylwetka. Sztuka jest tylko jednym z możliwych sposobów, i to nie zawsze skutecznym, podkreślania swoich możliwości i idącej za tym zasobności. Prezentować swój stan posiadania i potencjał można za pomocą większości działań, jakie podejmuje się w społecznościach ludzkich. Czy artyści – jak pisze Steven Pinker, przywołując Duttona – są seksowni?²² Myślę, że nie zawsze. Patrząc na losy wielu z nich, ich życie, prestiż i powodzenie w zdobywaniu partnerów, wyglądało to bardzo różnie, w zależności od czasów, w jakich żyli i różnych indywidualnych predyspozycji, niekoniecznie związanych ze zdolnościami artystycznymi. Podobnie jak artyści, może częściej, seksowni mogą być: biznesmeni, politycy, sportowcy, a nawet bandyci. Zależy to od ich wyglądu i umiejętności prezentacji swoich zalet oraz sukcesu w wybranym obszarze działania.

Czy jednak przepych jest tym, co w sztuce jest istotne? Czy funkcja sztuki, polegająca na podkreślaniu wysokiego statusu społecznego, była funkcją podstawową w ciągu wieków i jest jakoś szczególnie ważna na tle innych powodów do jej tworzenia i obcowania z nią? Sztukę wiązałbym raczej ze statusem przynależności do intelektualnych elit. Zainteresowanie sztuką, szczególnie w środowisku miejskim, jest oznaką tzw. wysokiej kultury, co może wpływać na uznanie, szacunek, nawet podziw. Tacy ludzie stają się często społecznymi autorytetami i z ich zdaniem liczą się inne osoby. Jest to z pewnością mocny powód do satysfakcji. Jest jednak to inna satysfakcja od tej, jaką niesie osobiste obcowanie z dziełem sztuki jako przeżywanie sztuki.

22 Por. D. Dutton, *The Art Instinct...*, s. 175; S. Pinker, *Tabula rasa...*, s. 580.

McLuhan zwrócił uwagę, że mechanizacja w sferze tworzenia i rozpowszechniania różnorodnych treści spowodowała ich inflację. Żyją one bardzo krótko jako coś cennego, godnego zainteresowania. Zjawisko dotyczy także różnych przedmiotów, urządzeń, którymi jesteśmy otoczeni, tracących na naszych oczach prestiżowy, ekskluzywny charakter, a stających się czymś zupełnie powszechnym. To niemy też w wytworach w pewnym sensie artystycznych. Praktycznie każdy może robić zdjęcia, filmy, dokonywać ich skomplikowanej obróbki i rozpowszechniać je np. w Internecie. Mamy wszyscy coraz więcej czasu, powszechny dostęp do muzeów, podróży, edukacji i różnorodnych inspiracji poprzez środki przekazywania informacji. Sztuka jest dostępna jak nigdy w dziejach cywilizacji. Ten proces upowszechniania „sztuki” rozpoczął się wraz z wynalezieniem druku, jednak przybrał na sile w czasach rewolucji przemysłowej, która otworzyła też nowe możliwości przed artystami. Odpowiedzią na tę inflację starych idei, wyzwania, jakie postawiła nowoczesność i wzrost możliwości wytwórczych, był ruch modernistyczny. Ogłosił on hasło, że wszelka dekoracja jest grzechem. W dziedzinie designu przeciwstawił się burżuazyjnym gustom, poszukując wartości obiektów w dostosowaniu do nowych sposobów wytwarzania i w formie przydatnej do celu i funkcji. Zaowocowało to prostą elegancją wytwarzanych przedmiotów, mocno kontrastujących z XIX-wiecznym eklektyzmem i specyficzną kiczowatą dekoracyjnością. Dzięki temu powstało wiele wartościowych dzieł designu, architektury, ale też rzeźb czy malarstwa. Ich wartość nie wynikała z dekoracyjnego przepychu, drogich materiałów i potężnego nakładu ręcznej pracy. Często wręcz przeciwnie, biegłość artystyczna czy designerska zaczęła wynikać z umiejętności koncepcyjnego rozwiązywania problemów przy użyciu tanich, powszechnych sposobów wytwarzania i dostępnych materiałów, możliwych do masowego użycia. Takie prekursorskie przedsięwzięcie jak Bauhaus zakładało kształcenie elit artystycznych poprzez połączenie doświadczeń płynących

ze sztuki z dziedzinami związanymi z projektowaniem; oparcie się na wiedzy o człowieku, a zwłaszcza o jego percepcji rozwijanej w latach 20. XX wieku w ramach nurtu *Gestalt*. Założyciele Bauhausu do swojego programu syntezy i komplementarności sztuki, techniki i projektowania włączyli też studia nad ergonomią i racjonalne analizy rozwoju cywilizacji oraz populacji ludzkich. Modernizm odwoływał się do podstawowych potrzeb człowieka nie tylko w dziedzinie sztuki i designu. Od tej strony wpływ modernizmu na rzeczywistość społeczną był próbą przesunięcia ciężkości idei społecznych od elitarności ku egalitarności. XX wiekowi nadano miano „stulecia zwykłych ludzi”. Rola idei egalitaryzmu w XX wieku jest niewątpliwa. Wątpliwy jest natomiast realny wpływ modernistycznej sztuki na tę społeczną przemianę. Paradoksalnie, to ruch modernistyczny często jest dziś krytykowany za uniformizację i nierespektowanie indywidualnych i głębszych duchowych potrzeb człowieka. Dowodzi to jedynie, że sztuka jest nieustającym poszukiwaniem, a możliwości, jakie daje współczesność, sprawiają, że proces ten znacznie przyspieszył. W pewnym sensie modernizm chciał się oprzeć na tym, co podstawowe i pierwotne w człowieku, czerpiąc również ze zdobyczy nauki, zwłaszcza wspomnianej psychologii percepcji. Sztuka już od pewnego czasu dążyła do samoidentyfikacji, poszukując swego źródła i tego, co w niej pierwotne. Rzeźba i malarstwo zaczęły wracać do bardziej pierwotnych sposobów przedstawiania. Myślę tutaj o poszukiwaniach Paula Cézanne’a i kubistów. Artyści związani z modernizmem sięgnęli do twórczości ludów Afryki i Oceanii, a niektórzy z nich, np. Pablo Picasso, wyrażali zachwyt prehistorycznymi malowidłami. Począwszy od prac Marcela Duchampa, w galeriach i kolekcjach pojawiają się dzieła, w których materiał i kunszt wykonania zupełnie nie ma wpływu na ich wartość. W latach 70. XX wieku pojawiają się filcowe prace Roberta Morrisa, ziemne spirale Roberta Smithsona, kamienne kręgi Richarda Longa, zaliczane do minimal-artu albo sztuki ziemi. Dan Flavin zaślęnął kolorowymi,

świetlnymi instalacjami, wywołującymi wręcz mistyczne odczucia, choć jednocześnie mającymi coś wspólnego z iluminacjami reklamowymi w wielkim mieście. Prawdę o tym, co stanowi wartość w sztuce, tłumaczy na przykładzie jego dzieł Kosuth:

Gdy ktoś „kupuje” Flavina, nie kupuje pokazu świetlnego, gdyby tak bowiem robił, mógłby pójść do pierwszego sklepu z aparaturą i kupić znacznie taniej wszystko co potrzebne. Niczego nie kupuje. Subsyduje działalność Flavina jako artysty²³.

Jesteśmy oczywiście przywiązani do idei „oryginalności” dzieła. Jest ona ważna dla kolekcjonerów i rynku wytworów artystycznych. Tym kwestiom, obok dekoracyjności sztuki, poświęcił Dutton wiele rozważań²⁴. Jednak kolekcjonować można różne rzeczy: osobliwości przyrody, znaczki pocztowe, podkładki pod piwo – wszystkie te zbiory mogą służyć zaspokajaniu podobnych ewolucyjnych potrzeb, co posiadanie obrazów. Myślę, że istotne dla sztuki powody tworzenia i pragnienie obcowania z nią są zgoła inne niż jej wyrażona w pieniądzu wartość i potrzeba budowania statusu społecznego posiadaczy dzieł sztuki. Z pewnością rynek kolekcjonerski i materialna wartość dzieł wpływają na sposób postępowania artystów związanych ze sztukami wizualnymi. Aby dalej prowadzić swą działalność, muszą wytwarzać takie obiekty, które da się spieniężyć, jak np. instalacja świetlna Flavina albo podpisana przez Christo fotografia z opakowania mostu *Pont Neuf* w Paryżu. W przypadku innych dziedzin twórczości, np. nauki, literatury albo muzyki, inaczej rozumiemy wartość dzieła. Owszem, bardzo cenny jest rękopis lub pierwodruk Shakespeare’a, Kopernika czy Mickiewicza albo zapis nut wykonany ręką samego Chopina. Jednak żaden uczony, literat albo kompozytor

23 J. Kosuth, *Sztuka po filozofii*, s. 258, przypis 17.

24 Zob. D. Dutton, *The Art Instinct...*, s. 177nn.

nie tworzy dziś rękopisów, aby je sprzedać jako swoje oryginalne dzieło. Przedmiotem jego pracy jest myśl, a nie jej materialny nośnik. W przypadku sztuk wizualnych powszechnie wyznawane, a zarazem fałszywe poglądy na sztukę, ukształtowane zostały w oparciu o udekorowane kolekcjami obrazów sale muzealne. Kosuth zwraca uwagę, że takie eksponowane dzieła sztuki są niczym historyczne kurioza, a obraz nie powinien być wart więcej niż „oryginalna” paleta malarza, którą też można by wystawić w muzeum, zupełnie jak to się robi czasem z rękopisami poetów²⁵. To podejście może się wydać zbyt radykalne, jednak Dutton nie rozumie, czym jest sztuka, skoro za istotną jej właściwość uważa pożądanie posiadania tak zwanych dzieł. Najlepiej, żeby były to obrazy, bo zajmują mało miejsca w sejfie, nie przeszkadzają też, jak wiszą na ścianie i zawsze ją trochę „dekorują”. Dutton twierdzi, że sztuka służy zmysłowej przyjemności, na dodatek zupełnie niepraktycznej. Wymaga ona smaku, który jest w jakiś sposób uniwersalny, a więc biologicznie uwarunkowany. Dlatego próbuje on powiązane – według niego – ze sztuką piękno i przeżycie estetyczne wytłumaczyć teorią ewolucji i łączy przyjemność, którą sztuka wywołuje, z doborem seksualnym.

To przekonanie Duttona jest strywalizowaniem głębiej zakorzenionego w debacie filozoficznej poglądu, że sztuka ma ukazywać „piękno”, poprzez prezentowanie czy przywoływanie wyglądu różnych rzeczy. Greckie *κόλλος* tłumaczone jako „piękno” oznaczało wszystko to, co wartościowe, tak w sferze myśli, ducha, jak i zmysłowych doznań. Już Arystoteles powiązał przyjemność z pięknem, pisząc o nim: „Pięknem jest to, co samo w sobie jest godne wyboru i jako takie zasługuje na pochwałę, lub to, co jest dobre, i – z tej właśnie racji – przyjemne”²⁶, choć może nie miał na myśli przyjemności

25 Zob. J. Kosuth, *Sztuka po filozofii*, s. 248.

26 Arystoteles, *Retoryka* 1366 a, w: *Retoryka. Retoryka dla Aleksandra. Poetyka*, Warszawa 2004, s. 77.

czysto zmysłowej. Koncepcję *artes voluptuariae* na przełomie XVI i XVII wieku głosił Franciszek Bacon, formułując pogląd, że malarstwo i muzyka służą przyjemności oczu i uszu²⁷. Później Giambattista Vico w pierwszej połowie XVIII wieku w *Scienza nuova* proponuje nazwę „sztuk przyjemnych” dla malarstwa i rzeźby wraz z tańcem, muzyką, teatrem, poezją. Podobny zakres miało pojęcie sztuk pięknych sformułowane kilka lat później przez Charles’a Batteux, a nazwa ta powszechnie się przyjęła²⁸. Tak więc pojęciowe łączenie piękna, przyjemności ze sztuką zostało silnie utrwalone poprzez głoszone i powszechnie wyznawane poglądy. Zafascynowani psychologią ewolucyjną Dutton i Pinker do tej nieaktualnej estetycznej tradycji dołączyli ewolucyjne uwarunkowania odczuwania przyjemności.

Uważam, że wielkie dzieła sztuki, które Penrose określił jako „boże”, są tym, co zaprzecza tradycyjnemu rozumieniu istoty sztuki jako wywoływania doznań zmysłowego piękna i przyjemności. Dzieła takie poszukują tożsamości sztuki, zarazem kwestionując wszystko, co nią było do tej pory. Dlatego artysta i widz mogą mieć odczucie odkrycia jakiejś nowej, nieznannej prawdy. Ten sposób pojmowania sztuki możemy zobaczyć u jej korzeni w czasach prehistorycznych. Wtedy to nadawała ona widzialną reprezentację siłom, według których został stworzony świat i funkcjonuje wraz z człowiekiem rozpoznającym zasady nim rządzące.

D. Prehistoryczne utrwalacze myśli

Pierwsze obrazy, jakie mógł odczytać człowiek, były śladami. Ludzie widzieli to, co zostawiają po sobie różne zjawiska natury, ulewy, pożary, silne wiatry. Człowiek i zwierzęta pozostawiają po sobie ślady

27 Por. W. Tatarkiewicz, *Dzieje sześciu pojęć*, s. 75.

28 Por. W. Tatarkiewicz, *Dzieje sześciu pojęć*, s. 31.

posiadające sekwencyjny, liniowy charakter. Mogą one być zapisem czasu. Rośliny rejestrują zmianę i upływ czasu poprzez przyrost, zapisany w kolejnych rozgałęzieniach i słojach drzew. Ze śladów ludzie zdolni są odczytać przeszłość, a nawet pewną kolejność zdarzeń. Gdy człowiek uczynił świadomie swoje pierwsze już nie ślady, lecz znaki, skierował wiadomość w przyszłość. Przeniósł w ten sposób instynktowną umiejętność odczytywania oznak czegoś na poziom opisu rzeczywistości przy użyciu czynionych znaków. Ten twórca nowej procedury znakowania musiał zakładać intencjonalność i samoświadomość odbiorcy: ktoś w przyszłości musi być podobny do mnie i myśleć tak jak ja. Komunikacja poprzez znaki wymaga świadomości czasu i jego trzech wymiarów. Chodzi o odczucie, że terażniejszość staje się przeszłością, ale zapis tego, co teraz, skierowany jest w przyszłość. Terażniejszy znak stanie się przeszłością i zostanie odczytany przez kogoś w przyszłości. Czas indywidualny, związany z naszym byciem i przemijaniem, odbieramy bardzo subiektywnie. W ten sposób o czasie pisał św. Augustyn: „Obecnością rzeczy przeszłych jest pamięć, obecnością rzeczy terażniejszych jest dostrzeżenie, obecnością rzeczy przyszłych – oczekiwanie”²⁹. Tak rozumiany czas staje się czymś jedynie psychicznym, „myślanym” w sensie kartezjańskim. Można uznać, że jest to – obok czasu fizycznego – inny rodzaj czasu.

Czas istnieje również w wymiarze intersubiektywnym pomiędzy osobami rozumiejącymi go i odczuwającymi „tak jak ja”. Odwoływanie się do tego aspektu czasu jest niezbędne do komunikowania się poprzez znaki, a więc do zaistnienia kultury wraz z językiem, matematyką i sztuką. Słowa „czas” używamy też jako terminu gramatycznego. Najogólniej: czas w sensie komunikacyjnym może być przeszły, terażniejszy i przyszły, z różnymi aspektami i trybami. Aby komunikacja poprzez znaki była możliwa, musimy rozumieć

29 Augustyn, *Wyznania*, przeł. Z. Kubiak, Warszawa 1987, s. 289.

różne konteksty znaków. Gdy coś było terażniejszością np. dla osoby piszącej, musi być rozumiane jako przeszłość dla adresata owych znaków w przyszłości. Dzięki intersubiektywności opartej na teorii umysłu, dotyczącej nie tylko czasu, ale i innych sfer ludzkiego myślenia, doszło do wyjątkowego wydarzenia w dziejach ludzkości, kiedy to człowiek postanowił zostawić niezatarte świadectwo swojego bytu – odbicie dłoni. To nie były przypadkowe ślady, jak te, które zostawiamy, chodząc po piasku. Był to wybór, próba zakodowania swojego istnienia w konkretnym miejscu i czasie. Z tej decyzji narodził się nie tylko fizyczny znak, ale coś głębszego – pierwszy zapisany symbol. Utworzony znak stał się echem rzeczywistości, nie będąc jej dosłownym odwzorowaniem. Powstał materialny symbol, odzwierciedlający fragment rzeczywistości, choć sam w sobie nie był jej częścią. I symbol ten stał się zamiennikiem owej cząstki życia³⁰.

W jaskini Cueva de las Manos w Argentynie nasi przodkowie celowo zostawili ślady własnych dłoni (il. 8). O tych znakach-symbolach czy nawet obrazach myślimy jako o prostym komunikacie: „ja tu byłem”. Nie wiemy dokładnie, co te odciski miały oznaczać dla współplemieńców, jednak z pewnych powodów traktujemy tego rodzaju artefakty jako komunikaty, uczynione przez osoby podobne do nas. Odczuwamy też rodzaj uniesienia czy przyjemności, patrząc na te malowidła i myśląc o ich autorach i otchłani czasu, jaka dzieli moment, kiedy zostały uczynione, od naszej terażniejszości. Widzimy, także oczami wyobraźni, ten akt dotknięcia i nałożenia ochry.

30 Por. D. Bagiński, *Obraz – zagadka wzrokowa...*, s. 223.



8. Ślady rąk w Cuevas de las Manos nad Río Pinturas, ok. 11 000–7000 p.n.e. Są one znakami komunikatami skierowanymi w przyszłość. Być może były też ważnym krokiem w rozwoju przedstawień ikonicznych, ukazując dłonie – malarstwo naskalne w pobliżu Perito Moreno w prowincji Santa Cruz, Argentyna. Źródło domena publiczna.

Pierwsze komunikaty, jakie był w stanie stworzyć człowiek, a które dotrwały do naszych czasów, to proste nacięcia na kamieniach, kościach czy ryty naskalne. Dziś określamy je mianem dzieł sztuki, choć pierwotny człowiek tak o nich nie myślał. Każdy z nas zapewne zrobił kiedyś jakieś trwałe znaki skierowane do innych i nie traktował tej umiejętności jako czegoś szczególnego. Jednak za pierwszym razem musiało to od naszego intelektualnego przodka wymagać pewnego wysiłku. Stworzenie konwencji wykonywania i odczytywania znaków było ważnym krokiem w budowaniu kultury. Po pewnym czasie mogły się one zacząć różnie manifestować – jako ornament, zdobienie, a z czasem jako prosty wizerunek. Zanim nastąpił ten moment „sztuki”, zapewne czyniono różne znaki na piasku, układy patyków, które nie przetrwały do naszych czasów. Wyobrażenia – na czym polegała działalność artystyczna ludzi 20, 30, czy 50 tysięcy lat temu – dostarczają wytwory różnych plemion, które w swej

pierwotności zostały opisane albo nawet dotrwały do naszych czasów. Na tej podstawie można sądzić, że przed wiekami olbrzymia część wytworów artystycznych człowieka wykonywana była na skórze, włosach, z włókien zwierzęcych i roślinnych, nietrwałych barwników. To, czym dysponujemy dzisiaj, to świadectwo bardzo małego wycinka ludzkiej aktywności artystycznej.

Zdolność tworzenia i odczytywania, ale nawet i wyczuwania, że coś jest wykonane w konwencji, wyrosła z umiejętności rozumienia śladów. Różne naturalne zdarzenia, charakteryzujące się regularnością, zostawiają powtarzalne ślady. Z chaosu i szumu natury, nadmiaru bodźców musimy wyodrębnić to, co istotne, uchwytnie przez umysł i kontrastujące z gmatwaniną tła. Tych regularności nie należy rozumieć jedynie w wizualnym sensie. Nasz umysł ujmuje je poprzez nadanie koherencji i uchwycenie jakiegoś porządku. Wszelka regularność: cykle przyrody, ruchy planet, ich położenie na niebie, falująca woda, ślady zwierzęcia, słyszalny rytm; to może zostać uchwycone, zapamiętane i ponownie odczytane. Zdolność tę można określić jako reakcję na ład. Człowiek rozwinął i wykorzystał zdolność widzenia ładu, kształtując różne wytwory kultury. Myślę, że właśnie konceptualizacja wszelkich regularności, dostrzeganych w rzeczywistości, była niezbędna – obok innych zdolności – do wykształcenia matematyki. Regularność i porządek różnych śladów w naturze czytelnych dla wzroku umożliwiły także powstanie sztuk wizualnych. Kiedy człowiek interpretował coś jako ślady czegoś nieobecnego, to tym samym świat zewnętrzny niejako komunikował się z nim. Wymiana ułatwiała mu przetrwanie. Wiedzą o regularnościach i związanych z nimi oznakach można było się dzielić ze współplemieńcami, na przykład ucząc kogoś tropienia zwierząt albo przewidywania pogody. Ten przekaz był możliwy dzięki rozumieniu innych istot ludzkich jako intencjonalnych – „takich jak ja”. Jest to warunek kulturowego procesu uczenia się, ale i tego, że jakiś ślad mógł zostać uczyniony intencjonalnie

przez człowieka i prawidłowo odczytany przez jego współplemieńca. Regularne cechy formalne tego znakowania pozwalały je uchwycić wzrokiem i umysłem. „Regularność jest znakiem intencji”³¹ – pisze Gombrich. Autorzy znaków musieli więc utrzymywać powtarzalność cech formalnych dla podtrzymania dobrej komunikacji. Tak powstawała powoli konwencja, która umożliwiła wykształcenie języka wizualnego, czynienia wizerunków i wypracowania sposobów przedstawiania. Dlatego za początek sztuki należy przyjąć pierwotne nadanie trwałej formy symbolowi.

Na zamieszczonej fotografii (il. 9) widzimy ryty naskalne (petroglify), mogące uświadamiać nam, jak kształtował się język wizualny. Najstarsze z nich powstały około dwa tysiące lat temu w prehistorycznej Ameryce prekolumbijskiej, a ostatnie już w okresie historycznym. Skała, na której znajdują się te ryty, nazwana została *Newspaper Rock*. Znajduje się w Stanach Zjednoczonych, w stanie Utah, w hrabstwie San Juan. Petroglify te zostały wykonane przez ludzi z kultur Anasazi, Fremont, Anglo, Pueblo i Navajo. Ci ostatni nazywają ten artefakt w sposób, który można przetłumaczyć jako „opowiadająca skała”. Znajduje się na niej ponad 650 wrytych rysunków, powstałych w ciągu kilkunastu wieków, przedstawiających zwierzęta, postacie ludzkie. Ta koncentracja wizerunków nie jest wyjaśniona. Zawierają one zarówno przedstawienia, jak i symbole. Mimo tak długiego czasu ich tworzenia i różnego charakteru rysunków, cechują się stabilnością cech formalnych. Już sama nazwa tej skały w języku ludu Navajo świadczy o tym, że możemy ją traktować jako początek „biblioteki myśli”, czyli świat 3. Pewną częścią tego świata jest zarówno konwencja, pozostająca czytelna przez wieki, jak i treści, jakie była w stanie utrwalić, stając się w jakimś sensie zapisem zbiorowej pamięci ludów, które tworzyły te wyobrażenia.

31 E. H. Gombrich, *Zmysł porządku...*, s. 7.



9. Petroglify na Newspaper Rock, w stanie Utah, USA. Powstawały przez wiele wieków jako wyraz zbiorowej pamięci i rozbudowywania konwencji znaków w wyniku kumulatywnego rozwoju kultury. Źródło: domena publiczna.

Elementy geometryczne, takie jak proste linie, pojawiają się często w budowanym przez człowieka porządku, stając się środkiem formalnym konwencji. Są one rzadkie w naturze, dlatego umysł ludzki wybiera je jako przejaw regularności. Znaki powinny bazować na uchwytniej wyrazistości, dającej moc „nadstymulowania” mózgu. Muszą być intersubiektywne w tym sensie, że dzielimy ich sens z innymi ludźmi. Takie znaki mogły stać się symbolami, a więc początkiem zarówno pisma ideograficznego, alfabetycznego, jak i pełnoprawnej matematyki wiele wieków później. Jeśli wspólnota przyjęła określoną konwencję znaków, mogła się rozbudowywać w wyniku kolektywnego wysiłku i kumulatywnej ewolucji kulturowej. Znako-
wanie i związana z nim konwencja odmieniły człowieka. Początek sztuki był w pewnym stopniu początkiem świata 3 Poppera. Mogły się w nim znaleźć wyobrażone i utrwalone poprzez znak pojęcia. Sztuka była czymś, co łączyło zbiorowość ludzi poprzez przyjętą

konwencję komunikacji symbolicznej. Nowa idea w sztuce – taka jak znak – staje się intersubiektywnie trwała dzięki mechanizmowi zapadki kulturowej. Co więcej, otwiera nowe obszary, budując symboliczny świat człowieka. Konwencja wizualna stawiała się nieopóźnienie językiem wizualnym, kształtując sposób widzenia różnych sytuacji w rzeczywistości. Ryte na skałach znaki pomagały utrzymać w zbiorowej pamięci legendy utrwalające wiedzę przez wiele pokoleń, „dopisywać” następne i następne, czyniąc z tych rytów jakies prapismo. Ono właśnie utrzymywało porządek tych narracji, niczym spisu treści w naukowej księdze.

Konwencje znakowe ukazały nowy wymiar rzeczywistości, a właściwie go tworzyły. Zwiększyły też możliwości poznawcze ludzkich społeczności. Sztuki wizualne z każdym nowym wytworem otwierają nowe obszary do penetracji, zwiększając sumę możliwości i doświadczeń człowieka. Widać tu wyraźnie analogie do matematyki w popperowskim świecie 3, gdzie nowe pojęcia, wzory, twierdzenia stwarzają obszary do odkrywania. Warto przypomnieć sobie stwierdzenie McLuhana, że gdy pojawia się nowe medium, odmienia ono człowieka, i ukazuje mu się nowy, zaskakujący świat. Zarówno refleksja Poppera, jak i McLuhana dotyczyła bardziej zaawansowanych twórców człowieka, jednak wcale nie bardziej odkrywczych czy wyrafinowanych, jeśli porównamy je z pierwszymi obiektami sztuki. Popper widział moc rozszerzania świata przede wszystkim w naukowych hipotezach, twierdzeniach, sporach i obaleniach, a McLuhan skupił się na roli pisma i nowej elektronicznej „niepiśmienności” współczesnej kultury. Świat 3 to również świat sztuki, mającej moc rozszerzania tego, co i jak poznajemy, sztuki otwierającej przed nami zupełnie nowe obszary i dalsze drogi rozwoju człowieka.

Pierwsze znaki i powstałe na ich podstawie przedstawienia obrazowe miały magiczny czy religijny charakter. Wizerunek nawet dla współczesnego człowieka niesie wielki ładunek emocjonalny. Przykro byłoby nam patrzeć na fotografię przyjaciela, uszkodzoną

np. poprzez wydrapanie oczu. Tak więc i my nie jesteśmy wolni od myślenia magicznego, dotyczącego figuralnych przedstawień, a co dopiero ludzie ledwo co przeniesieni do „cywilizacji” obrazu. Być może pierwsze malowidła czy ryty naskalne były komunikatami skierowanymi do duchów czy bóstw, skoro umieszczano je bardzo głęboko w jaskiniach i raczej nieczęsto współplemieńcy mieli szansę je zobaczyć. Człowiek zawsze traktował wszelkie istoty nadprzyrodzone jako kierujące się „ludzkimi” intencjami – „takie jak ja”, choć obdarzone specjalnymi mocami. Inne rozumienie duchów czy bogów nie mieściłoby się w systemach kojarzeniowych religijnych wyobrażeń. Wierzenia jako składnik kultury również tworzą świat 3, w którym porusza się człowiek, a sztuka zapewniała im spokojną stabilność, zanim pismo umożliwiło – poprzez utrwalanie prawd wiary – powstanie religii teoretycznych.

To, co wiemy o prehistorycznych umiejętnościach matematycznych, jest rekonstrukcją, zbudowaną na bardzo skąpej liczbie informacji. Możemy coś jedynie domniemywać na podstawie wiedzy o naturze poznania matematycznego zgromadzonej przez nauki kognitywne, dociekań językoznawczych i badań antropologicznych niektórych współczesnych kultur. Rudman, badacz historii poznania matematycznego, przyjął, że system wierzeń i myślenie kontemplacyjne obejmujące całą kulturę były niezbędne do przejścia od intuicji liczebności do konceptu liczby. Koncept liczby musiał być też częścią wspólnego systemu przekonań dzielonego z innymi współplemieńcami. System ten obejmował wiele sfer życia i wymagał dobrej komunikacji. Dlatego najstarsze malowidła i inne intencjonalne znaki są dowodem na wystarczające kompetencje ludzi do tego, aby posiadli koncept liczby oraz wykształcili kilka słów-symboli na ich określenie. Malowidła czy inne formy znakowania mają – według Rudmana – świadczyć, że liczenie i nazywanie liczb rozpoczęło się przed 30 tysiącami lat przed naszą erą. Zastrzega jednak, że umiejętność ta mogła pojawić się o wiele wcześniej. Tłumaczy to praktycznymi

potrzebami posługiwania się prostymi rachunkami przez łowców-zbieraczy i tym, że ich mózgi były na pewno wystarczająco uformowane, aby wykształcić koncept liczby. O gotowości ludzkich umysłów do myślenia kontemplatywnego i intencjonalnego świadczą wyrafinowane obiekty o charakterze artystycznym, które byli w stanie stworzyć. Według Rudmana znalezienie kolejnych artefaktów z tego okresu i ustalenia antropologii nie będą już w stanie wiele powiedzieć o początkach arytmetyki. Natomiast badania, dotyczące kognitywnych własności umysłu być może przesuną datę początków matematyki o wiele lat wstecz³².

Na podstawie badań psychologii rozwojowej i analiz językoznawczych możemy uświadomić sobie, jak wyglądały te pierwsze fazy rozwoju poznania matematycznego. Piątkowe systemy liczenia, których świadectwo pozostało w różnych językach, sugerują, że liczenie na palcach odegrało ważną rolę w przejściu między odpowiedniością, kiedy ważna jest bezpośrednia liczebność obiektów, a reprezentacją symboliczną, gdy poszczególne palce reprezentują różne obiekty. Liczenie na palcach odbywa się w pewnej ściślejszej sekwencji, bo palce mają stałą kolejność. Tym sposobem jeden konkretny palec może sam – jako taki – stać się symbolem konkretnej liczby. W ten sposób „piąty” palec może reprezentować pięć przedmiotów. Wymaga to już pewnej kulturowej konwencji, polegającej na kolejności odliczania na palcach. Współczesne badania potwierdzają odmiennosc postępowania różnych społeczności pod tym względem. Zwykle nie mamy świadomości, że sekwencja odliczania na palcach zależy od konkretnej kultury, podobnie jak pewne gesty, które wydają się być uniwersalne dla całej ludzkości. Kolejność palców-symboli, które zawsze mają dłonie, pomagała nam w dzieciństwie, tak jak i naszym przodkom, opanować rozumienie porządkowego aspektu liczby. Na podstawie śladów językowych, obserwacji pierwotnych

32 Zob. P.S. Rudman, *How Mathematics Happened...*, s. 52–53.

plemion, dzieci i dorosłych przyjmuje się pogląd, że tworzenie liczb jako pojęcia rozpoczęło się od liczenia na palcach, a następnie towarzyszyło mu wypowiedzianie nazw³³.

Rozwój arytmetyki w plemionach zbieracko-łowieckich wynikał z praktycznych potrzeb komunikacyjnych, ale – jak pisałem wcześniej – świat prehistorycznego człowieka przepełniony był myśleniem magicznym. Stworzenie trwałych znaków, np. w twardym kamieniu albo kości, wymagało więcej wysiłku niż np. układanie na stosie kamieni reprezentujących liczebność. W praktycznych sytuacjach stosowano też zapewne wiele innych nietrwałych technik znakowania związanych z liczebnością. Można robić znaki na piasku czy innym podłożu, łamać patyczki itd. Dlatego obiekty materialne, świadczące o umiejętnościach matematycznych, które miały szansę dotrzeć do naszych czasów, mają z pewnością bardzo szczególny charakter. Związane są raczej z magią, kultami lunarnymi, a nie na przykład z praktycznym odliczaniem zasobów. W Jaskini Cosquera na południu Francji odkryto malowidła naskalne o przypuszczalnie magicznym charakterze (il. 10). Mogą one świadczyć o posługiwaniu się palcami przy liczeniu. Patrząc na tę wiadomość sprzed około 27 tysięcy lat, widzimy odciski dłoni ze zgiętymi palcami, tak jakby ktoś chciał pokazać nam dwa, trzy, pięć, albo jeden – pokazując kciuk.

O ile w liczbowy charakter przedstawionych malowideł można powątpiewać, o tyle znaki nacięcia np. na kościach są z pewnością pierwszymi matematycznymi komunikatami, które dotarły do naszych czasów³⁴. Przykładem takiego obiektu jest kość z Ishango (il. 11). To pewien wysiłek intelektualny i działanie człowieka sprawiły, że nie jawi się ona jako przypadkowy wytwór, a jest wyrazem kontroli na tle gmatwaniny przypadkowej natury. Sprawiała to regularność nacięć.

33 Por. K. Cipora, M. Szczygieł, M. Hohol, *Palce, które liczą...*, s. 61, 67; zob. P. S. Rudman, *How Mathematics Happened...*, s. 53nn.

34 Por. G. Ifrah, *Dzieje liczby...*, s. 79–81.



A



B

10 A – Negatywowe odciski rąk z czarnym pigmentem z brakującymi palcami; malarstwo naskalne w Jaskini Cosquera w Marsylii, Francja, górny paleolit; B – Detal. Być może są to gesty związane z reprezentacją liczebności. Źródło: domena publiczna.



11. Kość z Ishango, górny paleolit. Zestawienie fotografii wykonanych z czterech stron. Royal Belgian Institute of Natural Sciences w Brukseli. Regularność nacięć świadczy o intencjonalności autora, a pogrupowane znaki sugerują numeryczny charakter tego artefaktu. Źródło: domena publiczna.

Dlatego można było odnaleźć tę kość nad Jeziorem Edwarda w Afryce w 1960 roku, czego dokonał Jean de Heinzelin de Braucourt. Stała się ona w ten sposób komunikatem sformułowanym również i do nas, przez kogoś żyjącego w górnym paleolicie około 20 tysięcy lat temu. Patrząc na nią wyczuwamy, że została wykonana z jakąś intencją, przez osobę myślącą w sposób podobny do naszego. Przekaz tego człowieka jest tajemnicą, którą próbujemy dzisiaj rozwikłać, myśląc o autorze tego dzieła jako o istocie „takiej jak my”. Hipotezy dotyczące przeznaczenia kości odnoszą się do matematyki. Mógł być to zapis systemu liczbowego albo narzędzie do prostych działań matematycznych. Bardziej prawdopodobne wydaje się, że nacięcia te stanowią notację liczby rzeczy czy upływających dni³⁵. Być może przedmiot ten był rodzajem rękojeści, o czym świadczy kawałek krzemienia osadzony w kości. Wtedy nacięcia miałyby gwarantować pewniejsze chwytanie ręką. Jednak nikt nie wątpi w to, że jest dziełem człowieka, bo dyscyplina, ograniczenie i regularność zagwarantowały mu osiągnięcie ładu. Obcowanie z tym przedmiotem budzi rodzaj przyjemności, wynikającej z pomysłowości i pewnego rodzaju biegłości jego twórcy, niezależnie czy jest to tylko uchwyt, czy zapis obserwacji astronomicznych.

Regularność nacięć na kości z Ishango spowodowała liczne spekulacje dotyczące kompetencji matematycznych ludzi żyjących w górnym paleolicie. Rozpoczął je sam Heinzelin. Liczba zadrapań w wierszu pierwszym przyjął jako dowód na posługiwanie się dziesiątką jako podstawowym „pęczkiem” przy odliczaniu. Można je zinterpretować jako: $10-1$, $20-1$, $20+1$ i $10+1$. Jest to mało przekonujące. W ten sposób każdą liczbę znaków około dziesięciu albo dwudziestu można traktować jako posługiwanie się dziesiątną bazą.

35 Por. P. S. Rudman, *How Mathematics Happened...*, s. 62–64; A. Marshack, *The Roots of Civilization. The Cognitive Beginnings of Man's First Art, Symbol and Notation*, Mount Kisco–New York 1991, s. 22–26.

W rzędzie drugim liczba nacięć miała – według odkrywcy kości – sugerować znajomość pojęcia liczb pierwszych (il. 12). Wymagałoby to umiejętności dzielenia liczb naturalnych i rozumienia, że jakaś liczba jest niepodzielna. Rudman zwrócił uwagę, że jest to absolutnie niemożliwe, bo dzielenie jako praktyka rachunkowa pojawiło się dopiero ok. 10 tysięcy lat temu w kulturach pastersko-rolniczych, a definicję liczb pierwszych zawdzięczamy greckim matematykom z około 500 roku przed naszą erą. Grupy nacięć po 3 i 6; 4 i 8; 5 i 10 w rzędzie trzecim miałyby być zapisem mnożenia przez dwa. Tylko dlaczego jest tam również 7 znaków, a grupa pięciu znaków jest powtórzona?³⁶

Wnioski o specyficznych arytmetycznych zastosowaniach kości są mało przekonujące. Heizelin poddał się magii liczb i usiłował w liczbie nacięć znaleźć jakieś związki i sensy. Jest to zrozumiałe – każdy odkrywca archeologicznego artefaktu chce, by jego znalezisko stało się przełomem w nauce. Co więcej, jako ludzie wszędzie poszukujemy związków i regularności, a kulturowo nabyte kompetencje matematyczne mają nam w tym pomóc. Chcemy traktować innych ludzi jako istoty „takie jak my”, jednak kultura wraz z matematyką zmieniła nasze możliwości poznawcze. Nie ma nic zaskakującego w tejże kości, jeśli przyjmiemy, że nasze kompetencje matematyczne są większe niż człowieka z Ishango. Mógł on z pewnością czynić znaki dla małych liczebności, reprezentujące symbolicznie inne obiekty, a że kolejne zestawy nacięć stanowią liczby pierwsze, bądź są ich podwojeniami, to kwestia przypadku. Pozostaje pytanie, co odliczał człowiek z Ishango, czy tylko rzeczy związane z codziennością i jakimiś gospodarczymi praktykami?³⁷

Przekonującą interpretację kości z Ishango oraz wielu innych paleolitycznych i mezolitycznych obiektów pochodzących z terenu

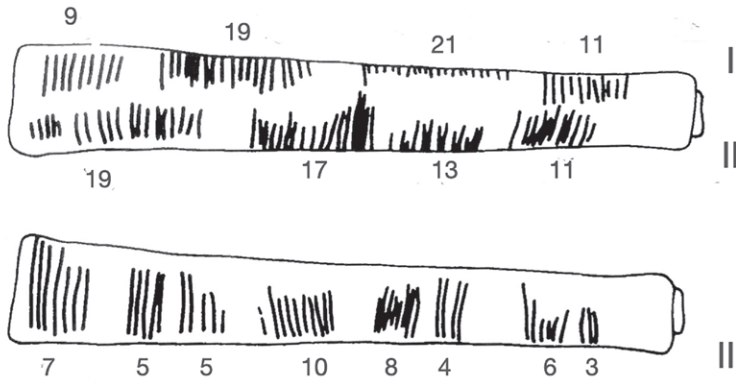
36 Zob. P. S. Rudman, *How Mathematics Happened...*, s. 62–63.

37 Por. P. S. Rudman, *How Mathematics Happened...*, s. 64–65.

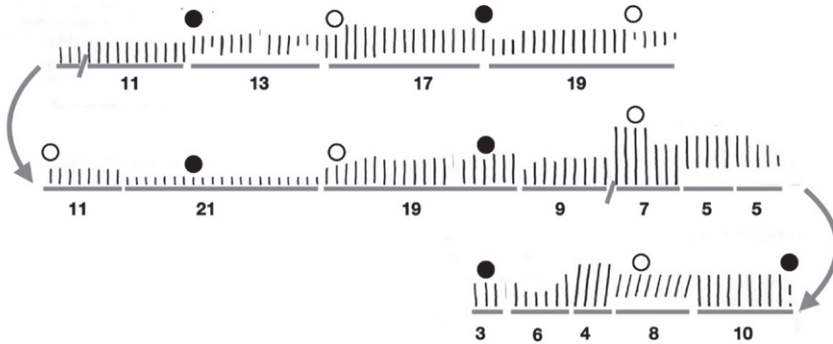
Europy przedstawił Alexander Marshack. Na początku swych analiz – podobnie jak Rudman – skrytykował ustalenia Heizelina³⁸. Dokonał szczegółowej analizy obiektu w powiększeniu mikroskopowym. Na schemacie, powstałym w wyniku tych badań, widać wyraźnie charakter poszczególnych linii (il. 13). Uwagę zwraca zróżnicowanie znaków, niektóre zestawy są dłuższe i pochylone w określonym kierunku, co musiało nieść jakieś znaczenie. Rozbija to grupy nacięć wstępnie wyodrębnione przez Heizelina na mniejsze „pęczki”. Z faktu, że w dwóch pierwszych rzędach jest po 60 nacięć, Marshack uczynił wstępne założenie, że jest to zapis dwóch miesięcy księżycowych. Jednak dwa miesiące księżycowe to 59 dni i jak zinterpretować trzecią linię, gdzie jest 47 albo 48 znaków? Postawił hipotezę, że nie jest to ścisły kalendarz, tylko zapis dość prostych obserwacji. W takim przypadku długość zapisu w ciągu dwóch miesięcy może być dłuższa o dwa dni, natomiast 40 kilka znaków w trzecim rzędzie nie musi oznaczać jakiegoś domkniętego cyklu. Podstawowa trudność w obserwacji cykli Księżyca polega na tym, że po nowiu pierwszy widoczny księżyc może być trudny do zauważenia. Nie jest też możliwe zaobserwowanie 29,5 dnia jako długości miesiąca księżycowego. Taki wynik można uzyskać poprzez uśrednienia wielu miesięcy obserwacji. Od nowiu do pełni jest około 15 dni, ale jeśli obserwator zrobi znak w pierwszym dniu, kiedy księżyc jest niewidoczny, i będzie znakował kolejne dni, to postawi 14, 15 lub 16 kresek do momentu pełni. Marshack przeprowadził testy kości z Ishango, polegające na nakładaniu cykli księżycowych na znakowanie kości. Ważne było określenie kierunku zapisu i przypisanie znaczenia w cyklu księżycowym krótkim sekwencjom po 4 i 5 znaków, które mogły być przypadkowe. Ostatecznie Marshack przyjął interpretację znakowań na kości z Ishango przedstawioną na schemacie (il. 13)³⁹.

38 Zob. A. Marshack, *The Roots of Civilization...*, s. 21nn.

39 Zob. A. Marshack, *The Roots of Civilization...*, s. 27–32, 364–365.



12. Schemat nacięć na kości z Ishango. Opracowanie graficzne: autor.



13. Interpretacja znakowania na kości z Ishango jako kolejnych dni z zaznaczonymi momentami pełni i nowiu. Opracowanie graficzne: autor, wg A. Marshack, *The Roots of Civilization...*, s. 30.

Poszczególne rzędy znaków nie są zapisem całkowitych cykli. Stanowią one ciąg znaków odpowiadających stanowi księżyca kolejnej nocy. Znaki przechodzą do kolejnych rzędów, jak litery długiego zdania do kolejnej linijki tekstu. Wątpliwość mogą budzić nieco zagramowane kierunki zapisu tej lunarnej notacji. Kolejność i przepływ linii przestają wydawać się przypadkowe, gdy zapomnimy o współczesnej konwencji zapisu znaków w kolejnych liniach od lewej do prawej.

Słuszność interpretacji kości z Ishango jako notacji obserwacji Księżyca potwierdza wiele innych obiektów poddanych analizie przez Marshacka. Przykładem może być artefakt, niewątpliwie przedstawiający cykliczności zjawisk kosmicznych (il. 14 A, B). Jest to kość znaleziona w jaskini Blanchard na południu Francji. Na podstawie badań przy użyciu mikroskopu Marshack stwierdził, że ryty na tej kości renifera, pochodzące sprzed około 30 tysięcy lat, przedstawiają zmiany faz Księżyca w ciągu 69 dni. Analiza mikroskopowa ukazała ikoniczne podobieństwo kształtu tarczy Księżyca w różnych okresach cyklu lunarnego⁴⁰.

Warto zwrócić uwagę na specyficzną spiralę obrazującą przepływ czasu – zapewne rozumianego cyklicznie. My zapisujemy dni w kalendarzu od lewej do prawej, tak wyobrażony czas jest ciągiem dyskretnych znaków, a kolejność zapisu wynika z kulturowej konwencji i posługiwania się pismem.

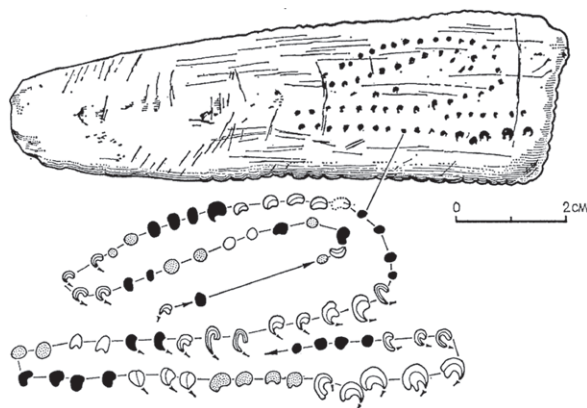
Marshack przedstawia wiele obiektów, znalezionych głównie na terenie Francji, posiadających piękne ornamenty, a także przedstawienia ssaków i ryb. To, co traktujemy jako ornament, według jego interpretacji okazuje się być notacją, związaną z cyklami lunarnymi⁴¹. Przedstawienia obrazowe świadczą o powiązaniu obserwowanych zjawisk biologicznych z obserwacjami świata astronomicznego (il. 15). Miało to zapewne magiczne wyjaśnienie i wiązało się z różnymi

40 Zob. A. Marshack, *The Roots of Civilization...*, s. 44–49.

41 Zob. A. Marshack, *The Roots of Civilization...*, s. 147–234.

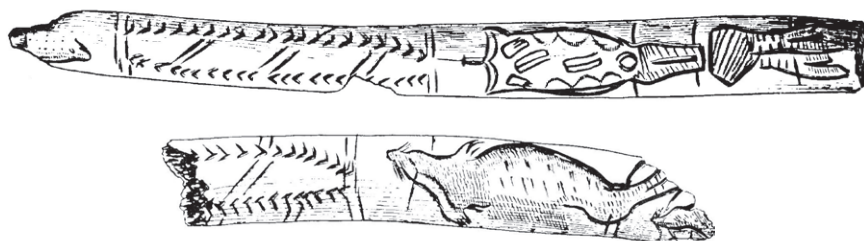


A



B

14 A – Kość z Blanchard, ok. 30 000 p.n.e. Musée d'Archeologie Nationale et Domaine, St-Germain-en-Laye; B – Schemat kości z Blanchard z przebiegiem zmian kształtów Księżyca wg A. Marshack, *The Roots of Civilization...*, s. 48. Źródło: domena publiczna.



15. Ciągi notacyjne postaci Księżyca z przedstawieniami figuralnymi, okres magdaleński. Autor tego dzieła widział związek cykli kosmicznych z obserwowanymi przez niego rytmem przyrody ożywionej. Kość z Abri Mège, Teyjat (Dordonia), wg A. Marshack, *The Roots of Civilization...*, s. 166. Źródło: domena publiczna.

aktywnościami łowieckimi, podlegającymi cyklom biologicznym i lunarnym.

Księżyc zdaje się rządzić rytмами przyrody ożywionej, będąc jej częścią. Do dziś ludowa mądrość każe podporządkowywać nowiom i pełniom czasy siewu, sadzenia i zbiorów. Sam Księżyc zdawał się być żywą istotą, która w niezmiennych cyklach rodzi się, wzrasta, a potem obumiera. Polskie słowo „księżyc” pierwotnie oznaczało młodego syna starego miesiąca⁴². Świadczy to o postrzeganiu związków Księżyca z rytмами życia i śmierci, płodności i narodzin ludzi, zwierząt i roślin. Dlatego kształt niektórych obiektów ze znakami notacji lunarnej sugeruje związek z kultami płodności⁴³.

Wszelkie obszary aktywności człowieka w prehistorii były zjednoczone i dlatego sztuka, praktyczna działalność i wierzenia o charakterze magicznym przeniknęły się wzajemnie. Były to czasy jedności i współgrania ze sobą wszystkich doznań. Znak, znakowanie i symbol to największe osiągnięcie prehistorii. Pierwsze znaki – jak ślad dłoni – były, być może, prototypem przedstawień ikonicznych. Podobieństwo dłoni i śladu ukazuje nowe możliwości: można obrazowo przedstawiać inne obiekty. Inny kierunek to upraszczanie i zestawianie znaków ze sobą. Wymaga to wypracowania konwencji, prowadzącej do specyficznego języka wizualnego znaków. Bardziej złożone ikoniczne przedstawienia mogły ulegać uproszczeniu, tracąc podobieństwo do pierwowzoru. W ten sposób w czasach historycznych, czyli tych, kiedy dana kultura wykształciła pismo, większość znaków zupełnie straciła swój ikoniczny charakter. Stały się dyskretnym ciągiem znaków w matematycznych formułach albo w zapisie mowy, jak np. dzisiejsze pismo chińskie. Obrazy oddzieliły się

42 Por. A. Gieysztor, *Mitologia Słowian*, wstęp K. Modzelewski, posłowie L. P. Słupecki, opracowanie na podstawie rękopisu A. Pieniądz, Warszawa 2006, s. 183.

43 Por. A. Marshack, *The Roots of Civilization...*, s. 288–296.

od znaków, a zmysłowe doświadczanie świata stało się jakby obok myślenia, które można zapisać.

Okresy domknięcia cykli przemian w przyrodzie mają różne trwanie. Lecz obserwowalne zmienności postaci Księżyca i zmiany pozycji ciał niebieskich są dość stabilne w czasie. Pozwalały więc odmierzać zwłaszcza ludzką egzystencję, ale człowiek dostrzegł zapewne synchronizację np. faz Księżyca z różnymi zjawiskami w swoim otoczeniu. Odliczanie cyklicznych zdarzeń prowadzi do myślenia abstrakcyjnego. Nie jest to już liczenie przedmiotów, które widzę, tylko czegoś, co było albo dopiero będzie. Przy użyciu systemu notacji w postaci zestawu prostych znaków można czynić symbole przeszłych dni, zmiany kształtu Księżyca i oczekiwać konkretnych zjawisk w przyszłości. Następuje też grupowanie w określonym porządku dni składających się na kolejne cykle księżycowe i roczne przy użyciu prostej notacji. W czasach historycznych zapis cykli kosmicznych, a później budowa na ich podstawie kalendarzy i rachuby czasu, były ważnymi czynnikami, wpływającymi na rozwój matematyki i nauki, ale też inspirującymi artystów.

E. Stworzyć wieczne. Kanon jako ideał rzeczywistości

Termin *kosmos* na określenie ładu świata pochodzi od pitagorejczyków. Dzisiaj, gdy mówimy o harmonii przyrody, odnosimy ją do opisu natury przy pomocy naukowych praw i twierdzeń, raczej nie szukamy jej związku z pięknem w sztuce i muzyce, z religią, duchowością czy porządkiem społecznym. Harmonia starożytnych wiązała się z zachowaniem właściwych stosunków między częściami. Owe stosunki miały liczbowy, ilościowy charakter i dotyczyły człowieka, jego duszy, a także wytworów ludzkiego umysłu i rąk, jakimi była sztuka, a nawet poezja. Harmonia, oparta na matematycznym porządku, przenikała jedność człowieka, *kosmosu* i sztuki. Pojęcie

kosmosu jest fundamentalne dla naszego wyobrażania sobie materii i rzeczywistości przyrodniczej, jednak straciło swój pierwotny, metafizyczny sens. Niewystarczające jest tu stwierdzenie, że *kosmos* pierwotnie oznaczał ład o matematycznym charakterze. Ów ład, który został odkryty przez Greków, trywializujemy poprzez nasze nowoczesne myślenie o matematyce, zastosowanej do rachowania stosunków ilościowych w świecie przyrody.

Dziś odczucie harmonii świata przyrodniczego rozumiane jest jako zwykła zmysłowa przyjemność. Piękne krajobrazy czy fascynujące zdjęcia z teleskopów dostarczają niezwykłych przeżyć estetycznych, czasami może i duchowych. Jednak źródła owych pozytywnych i przyjemnych odczuć nie upatrujemy zwykle w metamatematycznych ideach, będących podstawą tego, czego doświadczamy, patrząc na piękno wszechświata. Przyroda, a więc i *kosmos*, są dla nas czymś odrębnym od człowieka, co można i należy poznać i podbić, i co da się opisać przy użyciu metod ilościowych.

Filozofia przedsokratejska jawi się z dzisiejszej perspektywy jako słabsza, nie w pełni dojrzała, poprzedzająca jedynie klasyczną filozofię attycką. Nie zajmuje się bowiem człowiekiem, lecz przyrodą, do której opisu i podboju bardziej skuteczna jest metoda naukowa, jaką dzisiaj dysponujemy, niż namysł i refleksja filozoficzna. W istocie problemami tej filozofii były *fisis* i *genesis*, a dzisiejsza fizyka ma zupełnie inny obszar zainteresowań. Presokratejskie *fisis* należy rozumieć raczej jako metafizykę. To byt jako taki jest obszarem zainteresowania jońskich filozofów przyrody. Spoglądanie w niebo przez starożytnego myśliciela wynikało z oddania się bezinteresownej wiedzy i kontemplacji, oderwania się od tego, co przyziemne, służące zyskowi. Mędrzec wiecie życie zwane *bios teoretikos*. Może i wydawało się ono czymś dziwnym i niezrozumiałym, jednak z czasem zaczynała budzić podziw postawa człowieka wpatrzonego w to, co wielkie i niezmiennie postawa człowieka wpatrzonego w to, co wielkie i niezmiennie, zaczynała budzić podziw. Anaksagoras

podobno wskazywał na niebo i odpowiadał: „tam jest moja ojczyzna”, gdy zwracano mu uwagę, że nie dba o swoją rodzinę i państwo⁴⁴. Kontemplacja przyrody miała więc dla pierwszych filozofów nie tylko aspekt racjonalny, ale mityczny i duchowy, a służyła między innymi poszukiwaniom – w metafizycznym sensie – miejsca człowieka we wszechświecie. Pochwała życia kontemplatywnego, opartego na rozumowym poszukiwaniu prawdy, ukształtowała filozofa jako powołanie, a później jako profesję, polegającą na doskonaleniu siebie i innych ludzi poprzez nauczanie owej postawy. Starożytne odkrycie *kosmosu* jako obszaru poznania było odejściem od ludowych religijnych wyjaśnień dotyczących *genesis*.

Jednak pierwsi filozofowie nie wygnali ducha z gwieździstego nieba. Dopiero nowożytne podejście do badań przyrody spowodowało, że *kosmos* tracił metafizyczną naturę. Pytanie o początek wszechrzeczy zmuszało do wyjścia myślą poza to, co zmysłowe, choć na podstawie gromadzenia danych doświadczalnych. Zerwanie z ludowymi, mitologicznymi wyjaśnieniami początku i istoty świata prowadziło do głębokiego odczucia boskości bytu. Matematyka, jako coś, co nosimy w sobie i której prawa można odkrywać samym tylko myśleniem, zaczęła zajmować miejsce mitu, wyjaśniając i przekształcając w boskie to, co dostępne w obserwacji nieba i ziemskiej przyrody. W mitach wszystko wyjaśniają ludzkie charaktery i namiętności. Wzoru do rozważań na temat procesów i przemian dziejących się w przyrodzie dostarczyła filozofom – co może zaskakiwać – rzeczywistość relacji międzyludzkich. Początek tej myśli można zauważyć u Anaksymandra, którego Jager uważa za twórcę pojęcia *kosmos*. Anaksymander rozciąga nieuchronność sprawiedliwości na cały świat. Sprawiedliwość staje się powszechnym prawem natury, któremu podlegają również ludzie, jak i cały *kosmos*. Dokonał więc ekstrapolacji praw

44 Por. W. Jager, *Paideia...*, s. 231–232.

społecznych na cały byt⁴⁵. Pojęcie symetrii jako równowagi można też rozumieć jako sprawiedliwość. Tutaj należy upatrywać początków koncepcji, które traktują *kosmos* jako model społeczeństwa i model człowieka jako mikro-*kosmosu*. Dusza człowieka (*pneuma*) już we wcześniejszych koncepcjach stała się częścią przyrody, jako posiadająca z nią wspólne *arche* – powietrze w koncepcji Anaksymenesa. Jednak to właśnie w myśli Anaksymandra byt staje się *kosmosem* w tym sensie, że ma charakter matematyczny, a ściślej – geometryczny⁴⁶. Znajdzie to kontynuację u pitagorejczyków, którzy to ostatecznie sformułują termin *kosmos*. Według Anaksymandra *Apejron* – bezkres jest czymś zupełnie metafizycznym, nie jest wodą czy powietrzem, jak we wcześniejszych jońskich koncepcjach. Podobną więc do bezkresu naturę mają pitagorejskie liczby jako tworzywo świata.

Wyraźnie religijne nastawienie do matematyki – jako wręcz prawdy objawionej – jest cechą pitagorejskiej myśli. Pitagorejczycy, dostrzegając matematyczny porządek *kosmosu*, rozciągają panowanie liczby na cały byt, w tym i duszę człowieka. W ich filozofii prawdy matematyczne stają się objawieniem o charakterze religijnym. Potwierdzeniem tego stanowiska jest nie tylko geometryczny ład *kosmosu*, ale i odkrycia z dziedziny akustyki. Harmonia muzyczna dotyczy zachowania właściwych stosunków między częściami, podobnie jak harmonia świata, duszy czy społeczeństwa (*polis*). W muzyce z dobrze zestrojonych dźwięków powstaje akord harmoniczny. Pitagorejczycy zaobserwowali, że struny dźwięczą harmonijnie, czyli przyjemnie, pięknie, gdy ich długość odpowiada prostym stosunkom liczbowym 1:2, 2:3. To zjawisko harmonii tłumaczyli proporcją, czyli matematycznym stosunkiem składników. Muzyka nadawała się lepiej do matematycznego opisu niż plastyka i wiele zjawisk przyrody. Myśl o objawionym matematycznym porządku świata znajduje swą kontynuację

45 Por. W. Jäger, *Paideia...*, s. 238–239.

46 Por. W. Jäger, *Paideia...*, s. 235.

w mitycznych i religijnych koncepcjach. Takim mitem jest opis kształtowania świata przez demiurga w *Timaiosie* Platona, który stosuje do tego zadania dwa szeregi liczb 1 2 4 8... i 1 3 9 27...⁴⁷ Owe szeregi wynikają z zasad harmoniki, odkrytych przez pitagorejczyków. Mają być źródłem boskiej proporcji we wszechświecie, odbiciem idei. Jednak obserwacja świata zmysłowego, fizycznego, przyrody, zwykle nie potwierdza tej idealnej zależności. Jednym z wyjątków jest właśnie harmonia muzyczna, która zdawała się być idealna. Ma ona oczywiście fizyczne podłoże, ale starożytni nie byli tego świadomi. Myślenie mistyczne o liczbie jako zasadzie ładu znalazło wszakże w harmonice muzycznej empiryczne potwierdzenie. Systemy symboli o religijnym charakterze, opartych na liczbach, były wcześniej obecne w Egipcie i Babilonii. Nie były to jednak koncepcje poszukujące jakiegoś pozazmysłowego piękna, ładu czy harmonii. W greckiej filozofii są one uogólnione i rozciągnięte na cały byt, i mimo religijnego charakteru są w jakiś sposób racjonalne, a nawet czasem bezpośrednio doświadczane, np. w muzyce jako ślady tego, co idealne i doskonałe, czyli harmonijne, piękne, pożądane, dobre. Źródło tej zmysłowej przyjemności zostało zinterpretowane przez pitagorejczyków, a później Platona jako coś idealnego i boskiego. *Kosmos* (κόσμος) jest więc ładem, porządkiem naturalnym, dotyczy świata idei, ale rządząca nim zasada liczbowa została zaczerpnięta z obserwacji tego, co zmysłowe.

Spuścizna Greków w zakresie matematyki to coś więcej niż poszukiwanie religijnej symboliki i mistycyzmu w liczbach – przenieśli oni kompetencje ludzkości na nowy, wyższy poziom myślenia abstrakcyjnego. Nadali matematyce strukturę dedukcyjną będącą wzorem dla gromadzenia i porządkowania wszelkiej wiedzy w postaci ogólnych praw. To właśnie prawdziwe dokonania Greków na polu matematyki uwiarygodniły i utrwaliły jej zastosowania w sztuce.

47 Platon, *Timaios* VIII 36, w: Platon, *Timaios. Kritias*, przeł. W. Witwicki, Kęty 2002, s. 32–33.

Grecy byli narodem pasterzy, odmienionym poprzez pismo i kontakty z wielkimi, stabilnymi organizmami państwowymi. Zafascynowali się umiejętnościami matematycznymi i zapisami obserwacji astronomicznych, uczynionymi przez Egipcjan i Babilończyków. Pisał o tym Arystoteles:

To samo o innych gwiazdach świadczą Egipcjanie i Babilończycy, którzy obserwowali gwiazdy od bardzo wielu lat i którym zawdzięczamy wiele wiarygodnych wiadomości o każdej z gwiazd⁴⁸.

Wypowiedź ta świadczy o podziwieniu Greków dla ciągłości rejestracji zjawisk niebieskich od dawnych czasów, dokonanych przez te wielkie cywilizacje. Owe prastare zapisy dotyczące koniecznych zjawisk niebieskich pozostają w kontraście do przygodnego życia nomadów, pasterzy, którymi byli Grecy, zanim zaczęli funkcjonować w małych wspólnotach tworzących *polis*. Nie posiadali oni również wielkiej religii państwowej, utrwalającej ustrój ich państw-miast. Dzieje tych organizmów politycznych to nieustanna konkurencja między różnymi formami rządów, rodząca wiele napięć. Jak już wcześniej pisałem, Grecy musieli odczuwać wielkie rozterki i brak stabilności w związku z przyjęciem cywilizacji za sprawą pisma alfabetycznego. Zanim to nastąpiło, lud ten żył w ruchliwości, związanej z nomadycznym trybem życia. Powodowało to zapewne niepokój i niepewność jutra. Pasterski czy koczowniczy tryb życia wymusza też codzienne zaangażowanie w rozumowanie i używanie kategorii związków przyczynowo-skutkowych. W sytuacjach stabilnych, a w takich żyli Egipcjanie i Babilończycy, człowiek posługuje się regułami, które

48 Arystoteles, *O niebie* 292 a, przeł. P. Siwek, w: Arystoteles, *Dzieła wszystkie*, t. 2: *Fizyka. O niebie. O powstawaniu i niszczeniu. Meteorologika. O świecie. Metafizyka*, przekłady, wstępy i komentarze K. Leśniak, A. Paciorek, L. Regner, P. Siwek, Warszawa 1990, s. 291.

są „wszystkim wiadome”. Nie musi np. poruszać się po bezdrożach w poszukiwaniu trawy dla stada kóz. Wystarczy jedynie pamiętać drogę albo jak coś zrobić w danej sytuacji. Tymczasem przygodny tryb życia nomadów zmusza do ciągłego wyciągania wniosków, dotyczących wycinkowych aspektów obserwowanego świata przyrody. Na podstawie bardzo subtelnych danych na niebie i ziemi trzeba podjąć decyzję, ustalając kierunek marszu tak, aby odnaleźć schronienie, pożywienie i wodę. Żeby wiedzieć, w którą noc ruszyć na polowanie, należy spojrzeć na gwiazdy i księżyc⁴⁹. Zdolności różnych kultur dotyczące opisu przestrzeni wynikają z ich środowiska bytowania i specyficznych potrzeb⁵⁰. To zróżnicowanie wyjaśnia koncepcja matematyki ucieleśnionej – matematyka jest kulturową konwencją, wykształconą do rozwiązywania problemów, które przynosiło człowiekowi codzienne bytowanie. Grecy byli jednak wyjątkiem wśród pasterskich ludów, bo to oni zapoczątkowali cywilizację Zachodu, dając jej matematykę wraz z metodą dedukcyjną i ideę *kosmosu* jako matematycznego ładu. Inne koczownicze ludy nie rozwinęły w takim stopniu swych refleksji nad otaczającym światem ani nie wykształciły symbolicznej matematyki o strukturze dedukcyjnej. Starożytna Grecja była kulturową hybrydą, łączącą pewne zalety nomadycznego sposobu życia z wiedzą zgromadzoną przez wielkie cywilizacje, żyjące w dolinach rzek. Greków nie krępowały więzy oficjalnej religii, jakaś ortodoksja, na straży której stałaby kasta kapłańska, jak w Mezopotamii i Egipcie. Dysponowali oni jednak wieloma umiejętnościami otrzymanymi od starszych cywilizacji. Potrafili je rozwinąć dzięki aktywnie używanemu i wyćwiczonemu rozumowaniu przyczynowo-skutkowemu. Dlatego uświadomili sobie, że pozorną przypadkowością zjawisk rządzą jakieś uporządkowane prawa.

49 Por. M. Kordos, *Wykłady z historii matematyki*, s. 47–48.

50 Por. Yi-Fu Tuan, *Przestrzeń i miejsce*, przeł. A. Morawińska, wstęp K. Wojciechowski, Warszawa 1987, s. 28–29.

Pierwszym wytworem helleńskiej cywilizacji jest religijna poezja Homera. Już w niej można odnaleźć przesłanki zapowiadające wykształcenie pojęcia *kosmosu* jako uniwersalnej konieczności i związanego z nim matematycznego ładu. Homeryccy bogowie są pełni różnych przywar. Jedynie to, że są nieśmiertelni, odróżnia ich od ludzi. Tym, co u Homera stanowi prawdziwą siłę w religijnym sensie, godną czci, lęku czy respektu, jest Los. Podlegają mu nawet bogowie. Nasze umysły doszukują się przyczyn, używając fizyki intuicyjnej i systemu wykrywania celów, co było pierwotnie podstawą działań magicznych i różnych religijnych wyjaśnień aktualnego stanu rzeczy. Grecy te własności naszego poznania zawarli w idei Losu, a ich olimpijscy bogowie mogli się zająć intrygami, walkami i uctami, zamiast stwarzać świat i ludzi, by potem wpływać na ich dzieje. Myślenie o konieczności przebiegu zdarzeń, którymi kieruje Los, było – według Russella – prawdopodobnie tylko etapem porzucania wiary w plemienne bóstwa, na rzecz poszukiwania konieczności tkwiącej w prawach natury. To jednak orfizm, a nie kultury olimpijskie, połączył subtelny mistycyzm z matematyką i głęboką refleksją nad ogólnymi prawami rządzącymi rzeczywistością, tworząc koncepcję filozofii jako sposobu życia.

Filozoficzne ujęcie *kosmosu* otworzyło drzwi ku nowatorskiemu spojrzeniu na boskość bytu. Regularność i nieubłagana konieczność cykli wszechświata budziły w ludziach wzniosłe uczucia, na granicy mistycznego zachwytu. Nieskończoność czasu i przestrzeni, ta niepojęta dla starożytnych Greków tajemnica, jawiła się jako coś tak onieśmiałającego i nieuchwytnego, że graniczącego z przerażeniem. W takim kontekście twórcy antycznej matematyki omijali pojęcie nieskończoności, traktując je jako formę absurdu niedającego się zgłębić rozumem⁵¹. A jednak po nocy następował dzień, cykl dobowy łączący się z kolejnym cyklem, do liczby można dodać kolejną

51 Por. J.D. Barrow, *Książka o niczym*, s. 85–86; M. Kordos, *Wykłady z historii matematyki*, s. 65.

jednostkę, każdy odcinek można przedłużyć, i tak w nieskończoność. Procesy te, jak wieczne obroty, mogły być przedmiotem rozważań jako coś niezmiennego, bo trwającego w swych powtórzeniach wiecznie. Cykliczny ruch po okręgu był doskonałością niezakłóconą przez żadną zmianę. Matematyka, która wykiełkowała w Grecji, mająca swe źródła w starszych tradycjach, tym się od nich między innymi różniła, że ściśle splatała się z filozofią.

Odrzucenie nieskończoności nie obyło się bez konsekwencji. Prowadziło do trudności w wyjaśnieniu zjawisk kontinuum i płynnych przejść. Wyłoniło się to z głębokiego przeświadczenia, że nieskończoność – jako coś paradoksalnego – nie mogła być stosowana do analizy wielkości nieskończenie małych czy płynnych transformacji. To właśnie stąd wywodzą się znane aporie eleatów, takie jak ta o strzale, która nie może trafić w cel, czy o Achillesie, który nigdy nie dogoni żółwia. Zmiana i wieczność, te dwa metafizyczne bieguny, na których w opozycji stanęli Heraklit i Parmenides, stały się centralnymi punktami rozważań. Próby pogodzenia tego, co wieczne i niezmienne, z tym, co płynne i przemijające, przeniknęły zarówno filozofię, jak i ówczesne rozumienie liczb. W tym kontekście nie można pominąć wpływu, jaki miało odkrycie niewspółmierności boku i przekątnej kwadratu, przypisywane szkole pitagorejskiej. Ta konstatacja wpłynęła na całokształt antycznego sposobu myślenia o liczbie jako kontinuum geometrycznym. Niewspółmierność odnaleziono nie w jakichś przypadkowych obiektach, ale w foremnej, idealnej figurze – kwadracie. Ten fakt i eleackie aporie spowodowały, że greccy uczeni napotkali poważne przeszkody w opisie matematycznego pojęcia ciągłości, niewymierności i ruchu. Matematyka, uprawiana jako rodzaj kontemplacji, była zdolna przynieść rozwiązanie o bardzo trwałych konsekwencjach. Uczeń Platona, Eudoksos z Knidos (ok. 408–355 p.n.e.), dokonał przełomowego odkrycia liczb niewymiernych, wyrażając je jako proporcje. Dzisiaj liczby niewymierne zapisujemy, wykorzystując zwykle ułamki dziesiętne, będące

w swej istocie również rodzajem proporcji. Stosując notację dziesiętną, musimy uciekać się jednak do przybliżenia, w zależności od ilości cyfr zapisanych po przecinku. Liczby takie można też przedstawić za pomocą geometrycznych konstrukcji, kreśląc odcinki w określonych stosunkach. W efekcie, zamiast obliczać wartość $\sqrt{2}$, wystarczyło zbudować kwadrat i narysować jego przekątną. Jej stosunek do boku kwadratu to właśnie $\sqrt{2}$. Linia i cyrkiel stały się w ten sposób narzędziami rachunkowymi. Eudoksos zaproponował definicję równości proporcji, umożliwiającą porównywanie stosunku dwóch wielkości jednego typu do stosunku dowolnych wielkości innego rodzaju. Dzięki temu można było na przykład stwierdzić, czy stosunek kątów jest równy stosunkowi odcinków. Proporcje zaczęły stanowić klucz do wyrażania i badania wszelkich zjawisk ilościowych – wszystko zaczęło być postrzegane jako proporcja. Do radzenia sobie z niewymiernością pomocne stało się stosowanie *continuum* geometrycznego, rozumianego jako podstawa miary⁵².

W konsekwencji matematyka wraz z liczbami staje się widzialna jako geometria. Kreślenie dowodów na piasku albo papirusie było nie tylko intelektualnym wyzwaniem, ale i rodzajem medytacji. Zatem był to dobry impuls i motywator rozwoju greckiej geometrii i specyficznego sposobu rozumienia liczb. W starożytności jedynka nie była traktowana jako liczba. Jedność, jednostka albo monada była miarą wielkości jednorodnych rzeczy, np. mórg ziemi czy stadionów odległości albo korców ziarna. Zatem liczba to krotność i daje się mierzyć za pomocą jedności, a wtedy staje się stosunkiem⁵³. Proporcje, wyrażone są jako wzajemne stosunki długości odcinków, mogą więc ujmować też wartości niewspółmierne. Wszystko jest proporcją,

52 Por. M. Kordos, *Wykłady z historii matematyki*, s. 69; B. Russell, *Dzieje filozofii Zachodu...*, s. 254, 255; L. Russo, *Zapomniana rewolucja. Grecka myśl naukowa a nauka nowoczesna*, przeł. I. Kania, Kraków 2005, s. 62–65.

53 Por. J. Świderek, *Rozważania matematyczne...*, s. 98.

a zatem wszystko daje się opisać liczbami, jeśli przyjmiemy – jak Grecy – że proporcje to liczby. Tak rozumianą liczbę ukazuje się jako np. relację dwóch długości, które można zobaczyć narysowane. Matematyka stała się „widzialnym dowodem filozofów” na prawdziwość niewidzialnego świata idei, którego odbiciem jest ład *kosmosu*. Dlatego zaczęto konstruować ludzkie dzieła według abstrakcyjnego porządku, opierając się na matematycznych zasadach, i to stało się niejako kanonem kultury Zachodu. Zastosowanie liczby w sztuce sprowadzone zostało do twierdzenia, że zmysłowy ład można osiągnąć przez właściwe proporcje.

Samo słowo „kanon” ma swoje korzenie w języku greckim, *κανών* pierwotnie oznaczało miarkę, pręt pomiarowy, dziś występuje w wielu językach i w różnych kontekstach, odnosząc się do standardów, wytycznych i reguł. Zasady sztuki, architektury, osiągania piękna ludzkiego ciała zaczęły być związane z odmierzaniem. Rzecz piękna ma mieć właściwe proporcje – do tego można sprowadzić greckie poszukiwania wytycznych, określających, jak mają być kształtowane dzieła sztuki. Ta wynikająca z kanonu zasada miała być odwieczna jako wynikająca z praw i proporcji istniejących w *kosmosie*. Przekonanie, że z proporcji wyjaśnionej poprzez matematyczne reguły można osiągnąć nieprzemijalną świetność dzieł ludzkich, było źródłem Wielkiej Teorii. W ten sposób artysta miał wypełniać postulaty filozofów. Takie podejście wynikało z wcześniej opisanych cech kultury Zachodu – poprzez piśmienność, prowadzącą do umiejętności myślenia dedukcyjnego, doszła ona do stanu, w którym wszelkie teorie starały się spójnie opisać całość doświadczenia ludzkiego. Tym samym piękno wpleciono w kosmiczny porządek dostrzegalny przez rozum. To myślenie dedukcyjne, splecione z kontemplacją wiecznego liczbowego porządku, miało dowodzić przyczyn zmysłowej przyjemności. Tym samym zmysłowa przyjemność zostaje wyjaśniona i ma coś wspólnego z pozazmysłową ideą „samego Piękną”. Helleńska koncepcja kanonu została przyjęta na wiele wieków jako kluczowy

element kultury Zachodu. Niezależnie od tego, czy źródło kanonu było uważane za system rządzący się porządkiem boskim czy racjonalnym, przedstawiano je jako zbiór abstrakcyjnych zasad i reguł, które służyły do modelowania i opisu rzeczywistości⁵⁴. Wierziono bowiem, że celem sztuki jest naśladowanie natury, i to nie tylko jej zewnętrznych wyglądom. Świat idei najłatwiej ukazać zmysłom poprzez liczbę obecną w rytmach, proporcjach i krotnościach przedstawianych rzeczy.

Nie jest moim celem przedstawienie opisów proporcji uważanych za idealne, ani przemian poglądów na ten temat i historii kształtowania się kolejnych kanonów. Nurtuje mnie głębsze pytanie, dotyczące ludzkiej natury – jakie cechy systemu kognitywnego człowieka warunkują odbiór pewnych stosunków wielkości jako przyjemnych albo – jak powiedzieliby zapewne antyczni filozofowie – harmonijnych? Dlaczego koncepcja matematycznych proporcji jako kanonu była tak trwała w kulturze? Pisałem już o działaniu systemów kojarzeniowych, wpływających na strukturę wierzeń. Poszukują one w bardzo szczególny sposób przyczyn, celów, związków, analogii itd. Co może wydawać się paradoksem, te same władze poznawcze konstruujące wierzenia religijne, odpowiadają też za wszystko to, co powszechnie nazywamy racjonalnością. Tłumaczy to siłę splotu myślenia opartego na dedukcji i religijnej kontemplacji uprawianej przez pitagorejczyków. Odkrywane przez nich podobno pozaświatowe i niezmiennie własności liczb miały wyjaśniać ogólne prawa, dotyczące wszystkiego, co istnieje. Takie podejście jest praktykowane z dobrym skutkiem przez licznych współczesnych naukowców, a wielu z nich nawet wierzy w podobny do platońskiego świat idei matematycznych.

54 Por. D. Bagiński, *Obraz – zagadka wzrokowa...*, s. 250.

Jedno ze szczególnych starożytnych odkryć, dokonanych – jak się wydawało – tylko myśleniem, dotyczyło boskiej proporcji⁵⁵, nazwanej początkowo złotym podziałem. W XX wieku proporcja ta została nazwana liczbą ϕ (fi) na cześć Fidiasza, w którego rzeźbach w wyniku analiz można odnaleźć tę, podobno boską, zależność. Ta konstatacja badaczy sztuki greckiej wydaje się słuszna, gdyż proces rzeźbienia zaczyna się od nałożenia na blok skalny uproszczonego, zazwyczaj geometrycznego płaskiego szkicu. Fidiasz, operując w swojej metodzie wykreślnej, mógł bazować na znanym współczynniku złotego podziału. Ten matematyczny parametr był stosowany głównie w celu osiągnięcia odpowiednich proporcji pomiędzy kluczowymi częściami dzieła. Świadczy to o tym, że Fidiasz był zaznajomiony ze złotą proporcją już w połowie V wieku przed naszą erą. Złoty podział opisany jest formułą $\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$. Ma ona niezaprzeczalnie rodzaj intelektualnej elegancji. Jak pisałem, Grecy definiowali liczby jako stosunki jednostki do jakiejś wielkości. Można wyrazić to tak: $\frac{a}{b}$. Zapis ten oznacza, że b jest miarą wielkości a . Jest to, inaczej mówiąc, stosunek wymiaru między różnymi wielkościami jednorodnymi. Tymczasem, jak pisałem, proporcja jest równością dwóch stosunków $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Grecy nazywali ją analogią (*ἀναλογία*), co można przetłumaczyć jako odpowiedniość albo podobieństwo. Szczególnym rodzajem są proporcje „ciągłe” albo stałe⁵⁶, a można je wyrazić tak $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$. Wyobraźmy sobie sytuację, gdy dzielimy chleb na np. dwie części, a potem jedną z powstałych połówek znowu na pół itd. Porównując ze sobą kolejne wielkości powstałe w wyniku dzielenia, zauważamy, że utworzyliśmy ciąg stałych proporcji. W odróżnieniu od wcześniej zaprezentowanej proporcji „rozłącznej” o czterech różnych wyrazach, proporcja ciągła

55 Termin „boska proporcja” został nadany przez zakonnika Fra Lukę Piaciolego z Borgo, który napisał traktat na jej temat, zatytułowany *Divina proportione*, wydany 1509 roku. Por. M. C. Ghyka, *Złota liczba. Rytuały i rytmy pitagorejskie w rozwoju cywilizacji zachodniej*, przeł. I. Kania, Kraków 2014, s. 28.

56 Por. M. C. Ghyka, *Złota liczba...*, s. 26–27.

potrzebuje ich tylko trzy. Idąc dalej, zgodnie z tą zasadą ekonomii możemy stworzyć proporcję ciągłą, wymagającą do wyrażenia jedynie dwóch wielkości, którą można opisać następująco:

Stosunek sumy dwóch rozważanych wielkości do jednej z nich (większej) jest równy stosunkowi wielkości większej do mniejszej⁵⁷.

Jest to definicja złotej proporcji. Możemy posługiwać się nią jak każdą inną proporcją ciągłą, dzieląc jakąś wielkość albo powiększając. Przybliżone podziały możemy znaleźć w wielu obiektach spotykanych w naturze. Z punktu widzenia geometrii, jak i algebry, złote cięcie jako podział asymetryczny jest najlogiczniejsze i posiada wiele zaskakujących własności matematycznych, odkrywanych nawet po dziś dzień. Boską proporcję odnaleźć można na przykład w stosunku przekątnej pięciokąta foremnego do jego boku. Zaczęła ona pełnić podobną funkcję w formułowanych kanonach sztuk wizualnych, co odkrycie liczbowego charakteru harmonii muzycznej. Niektórzy kompozytorzy zainteresowali się również własnościami liczby ϕ , jako przydatnymi dla struktury ich dzieł. Nad złotą proporcją debatowali nie tylko matematycy, artyści, filozofowie, mistycy, psychologowie, biologowie, ale i inżynierowie oraz architekci. Ostatnia ważna teoria estetyczna oparta na złotej liczbie była sformułowana przez Le Corbusiera w stworzonym przez niego w 1948 roku kontrowersyjnym systemie modułów do wymiarowania otoczenia człowieka. Co więcej, koncepcja ta – nazwana *Modulor* – znalazła praktyczne zastosowania⁵⁸.

Opis wszelkich inspiracji i dziejów sztuki związanych z liczbą ϕ wykracza poza zakres podjętych przeze mnie rozważań. Liczba ϕ nie jest też uniwersalnym przepisem na sztukę. Boska proporcja

57 Por. M.C. Ghyka, *Złota liczba...*, s. 27.

58 Zob. Le Corbusier, *Modulor 2*, Londyn 1958, s. 105–123.

staje się bardzo ludzka, gdy spojrzysz na nią poprzez to, jakie funkcje pełni aparat poznawczy człowieka w naszych zmaganiach z rzeczywistością, w której mamy przetrwać jako „kulturalny gatunek”. Do tego zmysłowego aspektu złotego cięcia powrócę w dalszej części pracy.

F. Ukazać wieczne.

Symbole matematyczne jako ślady niewidzialnego

Działający na przełomie I i II wieku naszej ery Nikomachos z Gerazy dokonuje podziału teorii liczb na trzy obszary. Czyni to we wstępie do traktatu *Teologia arytmetyczna*. Pierwszy obszar dotyczy liczby naukowej, rozważanej przy pomocy sylogizmów, podobnie jak w metodzie Euklidesa. Drugi to główny obszar dociekań tego traktatu, czyli *arytmologia* (ἡ ἀριθμολογία), wiedza o Liczbie Czystej – „mistyka liczby”. Dla dziedziny dzisiaj nazywanej arytmetyką Nikomachos używał określenia *logistyke* (ἡ λογιστική). Były to praktyczne rachunki dla ludzi interesu. *Logistyke* zajmowała się – według niego – przedmiotami policzalnymi, nie zaś prawdziwymi liczbami⁵⁹. Ten podział jest znamienity. Najprawdziwsza jest Liczba Czysta, i to – a nie dowody dotyczące proporcji – wpłynęło istotnie na obecność bytów matematycznych w późniejszej, średniowiecznej sztuce.

Starożytne podejście do ukazywania tego, co pozaświatowe jako proporcji przestało w istotny sposób wpływać na kształt i kompozycję dzieł w średniowieczu. Przekonanie o mocy liczby i jej przydatność jako artystycznego tworzywa były wtedy modyfikowane w stosunku do pierwotnej koncepcji. Już Plotyn podkreślał, że „i także dusza jest liczbą”⁶⁰, a piękno to nie tylko proporcje, układ części i liczby.

59 Por. M. C. Ghyka, *Złota liczba...*, s. 22.

60 Plotyn, *Enneady*, t. 2, przeł. A. Krokiewicz, Warszawa 1959, s. 217.

Tę myśl kontynuował Pseudo-Dionizy, uznając, że natura piękna to także dobro i światło⁶¹. Następcy Plotyna pojęcia *claritas* i *consonantia* niemal na równi zestawiali z ważnością liczb, a ich istotę doceniano aż do czasów scholastycznych, o czym świadczą pisma np. Ulryka ze Strasburga i Tomasza z Akwinu⁶². W okresie wczesnochrześcijańskim podkreślano wagę liczb w duchu platonizmu matematycznego. Wiedza matematyczna była dla św. Augustyna jednym z powodów odejścia od manicheizmu. W *Wyznaniach* zapisał:

Zachowywałem jednak w pamięci wiele trafnych opinii wypowiedzianych przez owych naukowców o świecie stworzonym. Ich obliczenia potwierdzała matematyka, regularne następstwo pór roku, jak też podległe obserwacji ruchy gwiazd. Porównywałem te teorie z koncepcjami Menesa, który o tych samych sprawach pisał wiele i zupełnie bez sensu. W jego pismach nie znajdowałem przekonującego wytłumaczenia takich zjawisk, jak przesilenie dnia z nocą, zrównanie dnia z nocą, jak zaćmienia i inne tego rodzaju fenomeny, o jakich czytałem w książkach należących do nauki świeckiej. Wymagano jednak ode mnie wiary w to, co napisał, chociaż było to całkowicie niezgodne z zasadami matematyki i ze wszystkimi moimi własnymi obserwacjami⁶³.

Wiedza matematyczna dla Augustyna stanowi drogę do poznania Boga. W napisanym w 386 roku traktacie *O porządku* czytamy, że umiejętność zastosowania związków liczbowych do obliczania ruchów ciał niebieskich to argument w wierze⁶⁴. Natura liczb jest boska

61 Zob. Pseudo-Dionizy Areopagita, *Imiona Boskie* IV, 7, w: Pseudo-Dionizy Areopagita, *Pisma teologiczne*, s. 249–251.

62 Por. W. Tatarkiewicz, *Dzieje sześciu pojęć*, s. 145.

63 Augustyn, *Wyznania* V, 3, https://www.zwola-old.karmelicibosi.pl/p/z/formacja/wyznania/ksiega_piata.pdf [dostęp 5.07.2024].

64 Za: W. Sady, *Dzieje religii, filozofii i nauki. Od Talesa z Miletu do Mahometa*, Kęty 2010, s. 554.

i wieczna, a wszystko ukształtowało się dzięki ich pomocy. Liczby rządzą również muzyką. Zgodnie z platonizmem matematycznym pisał, że rozum stworzył geometrię dzięki zmysłowi wzroku, który dostrzegł liczbę:

Przeniósł się rozum w dziedzinę zmysłu wzroku i rozglądając się po niebie i ziemi, dostrzegł, że podoba mu się tylko piękno, w pięknie zaś – kształty, w kształtach proporcje, a w proporcjach – liczby. Zastanawiał się, czy linie, koła i inne kształty lub figury są same w sobie takie, jakimi przedstawiają się w świadomości ludzkiej, czy inne⁶⁵.

Zmysłowy zachwyty Augustyna nad liczbą przewija się niemal przez całą jego twórczość. Liczba jest wszechobecna i jest mistyczna. W *Soliloquiach* uznał, że Boga poznajemy rozumem, podobnie jak twierdzenia geometryczne⁶⁶, że figury geometryczne zawierają się w prawdzie⁶⁷. Liczby mają zatem dla niego ogromne znaczenie w drodze do poznania prawdy! Zdolność do zrozumienia geometrii jest dowodem na niematerialność duszy⁶⁸.

W dowodzie na istnienie Boga opierał się na spostrzeżeniu istnienia zmysłów zewnętrznych, zmysłów wewnętrznych oraz rozumu. To rozum obcuje z czymś wyższym, co objawia się poznaniem prawd matematycznych, które są wieczne, w odróżnieniu od rzeczy doświadczanych przez zmysły. Pisał:

Bardzo chciałbym wiedzieć, czy te dwie rzeczy, to jest mądrość i liczba, należą do bytów tego samego rodzaju. Jak wspomniałeś, nawet

65 Św. Augustyn, *O porządku* XV–42, przeł. J. Modrzejewski, w: Św. Augustyn, *Dialogi filozoficzne*, oprac. W. Seńko, Kraków 1999, s. 222.

66 Zob. Św. Augustyn, *Soliloquia* VIII–15, przeł. A. Świderkówna, w: Św. Augustyn, *Dialogi filozoficzne*, s. 253.

67 Zob. Św. Augustyn, *Soliloquia* XVIII–32, s. 301.

68 Por. W. Sady, *Dzieje religii, filozofii i nauki...*, s. 556.

Pismo Święte umieszcza je razem. Może jedno wywodzi się z drugiego, na przykład liczba z mądrości. [...] Bywa, że rozważam sam z sobą niezmienną prawdę liczb. [...] Wtedy wybiegam myślą daleko poza świat cielesny. [...] To samo zdarza mi się także, kiedy myślę o mądrości⁶⁹.

Augustyn prowadził rozważania o tym, że zarówno mądrość, jak i liczba mają podobne wartości, zawarte są w sferze tajemniczej prawdy. Potwierdza to Pismo Święte, wymieniając je obok siebie. Nie tylko w tekstach filozoficznych doktor Kościoła dał wykład o znaczeniu i istocie liczb zawartych w Piśmie Świętym. Tym zagadnieniom poświęca uwagę w traktacie *De doctrina christiana*. Liczba stała się myślą Boga. Pisał, że „nieznajomość liczb przeszkadza w zrozumieniu wielu wyrażeń stosowanych w Piśmie Świętym w formie przenośni i symboli”⁷⁰. Według Augustyna Bóg objawia się poprzez liczby i wszystkie je zna. Aby zatem poznać i lepiej zrozumieć Boże objawienie, należało znać symbolikę i znaczenie liczb:

Przypatrz się niebu i ziemi, i morzu, i temu wszystkiemu, co w ich granicach jaśniej w górze, pełza na dole, lata lub pływa. To wszystko ma kształty, ponieważ ma liczbowe wymiary. Odbierz je, a nic nie zostanie z tych rzeczy. Od kogo więc pochodzą, jak nie od Tego, kto stworzył liczbę? Przecież liczba jest warunkiem ich istnienia⁷¹.

W liczbach zakodowana jest cykliczność czasu. Augustyn wyjaśniał to między innymi na podstawie czterdziestodniowego postu Jezusa. Liczba 40:

69 Św. Augustyn, *O wolnej woli* XI–30, przeł. A. Trombala, w: Św. Augustyn, *Dialogi filozoficzne*, s. 557–558.

70 Święty Augustyn, *De doctrina christiana. O nauce chrześcijańskiej*, Ks. II, XVI–25, przełożył, wstępem i komentarzem opatrzył J. Sulowski, Warszawa 1989, s. 77.

71 Św. Augustyn, *O wolnej woli* XVI–42, s. 568.

zawiera [...] cztery razy po dziesięć, czyli niejako poznanie wszystkiego, co podlega prawu zmian czasowych. To w czworakim rytmie dokonuje się bieg dnia i roku. Dzień obejmuje godziny ranne, wieczorne i nocne. Rok toczy się w miesiącach wiosennych, letnich i zimowych. Tak więc dopóki żyjemy w czasie, mamy obowiązek wyrzekać się przez post i powściągliwość przyjemności, jakie niesie czas⁷².

Augustyn wyjaśniał, że „liczba 10 oznacza poznanie Stwórcy i stworzenia, trójka należy do Stwórcy, siódemka zaś wskazuje na stworzenie ze względu na życie i ciało”, następnie znaczenia te wiązał z treściami teologicznymi. Zrozumienie znaczeń symbolicznych liczb pomaga wiernym zrozumieć przypowieści oraz wydarzenia zapisane w Ewangeliach⁷³.

W związku z pismami Augustyna liczba stała się podwaliną pod porządek bytów, średniowieczna teologia liczb pretendowała do bycia *scientia*. Umiejętność obserwacji ruchów Księżyca wykorzystywano do obliczania corocznych świąt Męki Pańskiej. To pozytywna strona astronomii, negatywną zaś były horoskopy, które Augustyn ganił⁷⁴.

Matematyczne reguły rządziły muzyką, ponieważ to one pannały nad światem dźwięków. Boecjusz w muzyce poszukiwał praw liczbowych. Kontynuowali to potem Honoriusz z Autun i Jan Szkot Eriugena. Piękno dźwięków wywodziło się z harmonii, a *kosmos* zbudowany jest na kształt cytry, w której różne rodzaje strun brzmia harmonijnie⁷⁵.

Po upadku Cesarstwa Rzymskiego, w okresie wczesnego średniowiecza, nauka stała na dość niskim poziomie. Powszechny

72 Święty Augustyn, *De doctrina christiana...*, Ks. II, XVI–25, s. 77.

73 Zob. Święty Augustyn, *De doctrina christiana...*, Ks. II, XVI–25, s. 77–78.

74 Zob. Święty Augustyn, *De doctrina christiana...*, Ks. II, XXIX–46, s. 97–99.

75 Por. U. Eco, *Sztuka i piękno w Średniowieczu*, przeł. M. Kimula, M. Olszewski, Kraków 2006, s. 50.

analfabetyzm, niedostatek dóbr materialnych, niekorzystny porządek ekonomiczno-polityczny sprawiły, że sfera kultury rozwijała się głównie w kręgu kościelnym. Organizacja szkół kościelnych obejmowała dwa stopnie: *trivium* i *quadrivium*. Dyscypliny, które nas interesują w związku z liczbami, obecne były na wyższym poziomie (*quadrivium*), a należały do nich: arytmetyka, geometria, astronomia i muzyka. Najważniejszym podręcznikiem do arytmetyki było dzieło napisane na początku VI wieku przez Boecjusza, zatytułowane *De institutione arithmetica*, stanowiące dość powierzchowny zbiór przepisów zaczerpniętych z dzieł greckich. Podręcznik ten, mimo zacofania w stosunku do rozwijającej się matematyki arabskiej, obowiązywał do XII wieku. W późniejszych kopiach tego dzieła możemy odnaleźć iluminacje, zawierające oprócz treści matematycznych także symboliczne. Przykładem może być karta z manuskrypty angielskiego z trzeciej ćwierci XII wieku, zawierającego tablicę mnożenia przy użyciu cyfr rzymskich!⁷⁶ Tablica wpisana jest w symboliczne koło, zaś kwadratowe pole otaczają cztery ryby. Na kole znajdują się wizerunki trzech psów goniących zająca (il. 16). Każde z tych zwierząt ma swoją określoną symbolikę, rozwijaną w średniowiecznych bestiariach chrześcijańskich.

76 Zob. Boethius, *De institutione arithmetica*, 3. ćw. XII w., manuskrypt w zbiorach British Library, Harley MS 549, f. 14r., <https://www.bl.uk/catalogues/illuminatedmanuscripts/ILLUMIN.ASP?Size=mid&IllID=24482> [dostęp 24.09.2022].



16. Iluminacja z tablicą mnożenia zapisaną w rzymskiej notacji, w: Boethius, *De institutione arithmetica*, 3 ćw. XII w., manuskrypt w zbiorach British Library, Harley MS 549, f. 14r. Źródło: <https://www.bl.uk/catalogues/illuminatedmanuscripts/ILLUMIN.ASP?Size=mid&IllID=24482>.

We wczesnym średniowieczu matematykę rozwijali wyłącznie Arabowie. Przed powstaniem pierwszego uniwersytetu w Bolonii (1119) i zanim świeccy zaczęli zgłębiać osiągnięcia Arabów, na temat liczb myślano niemal zawsze w sposób mistyczny. Tak więc o początkach matematyki średniowiecznej możemy mówić dopiero od 1202 roku, kiedy to Leonardo z Pizy napisał książkę *Liber abaci*, zawierającą dokonania matematyków arabskich⁷⁷.

Możemy zatem uznać, że w kulturze średniowiecznej liczbom przypisywano szczególne znaczenia symboliczne i zmysłowe. Było to spowodowane wieloma czynnikami: niskim poziomem wiedzy

⁷⁷ Por. M. Kordos, *Wykłady z historii matematyki*, s. 115–116.

matematycznej, brakiem powszechnego kształcenia, ale i szcątkowym przenikaniem dokonań arabskich uczonych do kultury Zachodu. W okresie wczesnochrześcijańskim i romańskim w liczbach wyrażała się harmonia świata stworzonego przez Boga. Podstawą do takiego pojmowania rzeczywistości stało się Pismo Święte, przepełnione wręcz liczbami i ich symboliką. Z liczbami ściśle łączono figury geometryczne. W Księdze Mądrości czytamy, że świat jest uczyniony według miary, liczby i wagi⁷⁸. Motyw ten, zwany sapiencjalnym, ma swoje korzenie w greckiej filozofii: pitagorejskiej i platońskiej. Władysław Tatarkiewicz zwrócił uwagę, że włączenie tej myśli do Pisma Świętego sprawiło, że „matematyczna teoria stała się jedną z głównych teorii estetycznych religijnego okresu”⁷⁹.

Z kolei w Księdze Izajasza, w której mowa jest o wielkości Boga, czytamy: „Kto zmierzył wody morskie swą garścią i piędzią wymierzył niebiosa? Kto zawarł ziemię w miarce? Kto zważył góry na wadze i pagórki na szalach?”⁸⁰. Bóg objawiający się poprzez liczby uznawany był za najwyższego matematyka. Liczby mogły odkrywać tajemnicę Zbawienia, będąc kodami typologii biblijnej. Jonasz przebywał trzy dni w brzuchu ryby, a po tym czasie został wypłuty na zewnątrz jako żywy. Podobnie Chrystus trzy dni przebywał w grobie, zanim zmartwychwstał... i tak dalej.

Jedną z podstawowych cech piękna nie jest już tylko liczba, ale harmonia (*consonantia*), którą w XI wieku przypisał wszelkiemu stworzeniu Otloh ze św. Emmerama⁸¹. Obok matematycznej koncepcji

78 „Sed omnia in mensura, et numero, et pondere disposuisti” (Sap. 11, 21).

79 W. Tatarkiewicz, *Historia estetyki*, t. 2: *Estetyka średniowieczna*, Warszawa 1989, s. 17. Tatarkiewicz, posługując się terminem „motyw sapiencjalny”, powołuje się na badania Edgara de Bruyne’a. Zob. E. de Bruyne, *L'esthétique du moyen âge*, Louvain 1947.

80 Iz 40, 12.

81 Por. U. Eco, *Sztuka i piękno...*, s. 37.

piękna istniała także metafizyczna koncepcja światła. Scholastycy zmysłowe piękno widzieli już nie tylko w liczbach. Albert Wielki w *Super Dionysium de divinis nominibus* pisał, że piękno polega na blasku formy ponad proporcjonalnymi częściami materii, ale też, że do pojęcia powszechnego piękna, objawiającego się we wspaniałej formie, wymagana jest wzajemna proporcja. Forma natomiast jest określana według rozmiaru, ilości i miary⁸². Szczególnym uznaniem cieszyła się również wywodząca się od presokratyków estetyka proporcji, oparta na zgodności, proporcji i liczbie. Szukano doskonałych proporcji w ludzkiej postaci. Teorie Witruwiusza rozwijał w XIII wieku Wincenty z Beauvais w *Speculum Maius*. Według niego proporcja oparta jest na organicznej harmonii, nie zaś na liczbie⁸³. Scholastycy systematyzowali triadę pojęć wymienionych w Księdze Mądrości: liczba (*numerus*), miara (*mensura*) i waga (*pondus*). Wilhelm z Auxerre wciąż odwoływał się do Augustyna: „Dobro i piękno są w substancji tym samym... W tych trzech, mianowicie: kształcie, liczbie i porządku tkwi piękno, które, jak powiada Augustyn, tworzy dobro rzeczy”⁸⁴.

Dzieła sztuki starano się budować według zasad symetrii, dlatego też w ikonografii często dodawano lub odejmowano postacie, co niekoniecznie było zgodne z przekazem biblijnym. Uprzywilejowaną liczbą jest cztery, zarówno ze względu na symbolikę, jak i harmonię w niej zawartą. Czwórka była wiązana ze stronami świata, ramionami Krzyża Świętego, rzekami rajskimi, żywiołami itd.

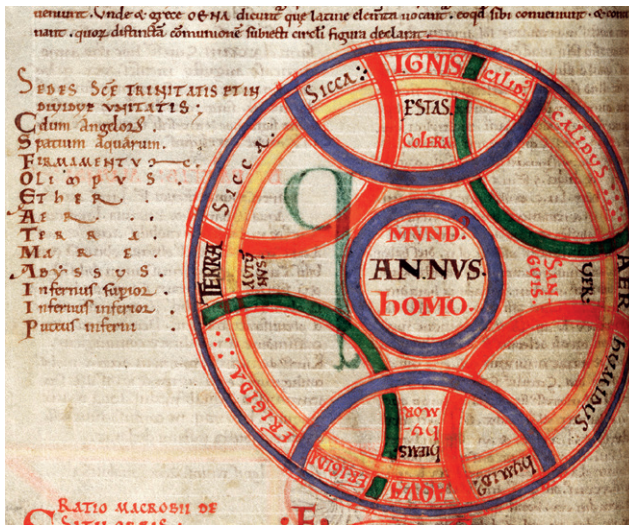
Średniowieczną wiedzę na temat uniwersum ukształtowanego według liczb oraz żyjącego w nim człowieka starano się ukazywać za pomocą prostych schematów rysunkowych, uzupełnianych inskrypcjami. Najczęściej miały one formy koncentryczne, ponieważ koło niemające początku ani końca – podobnie jak Bóg – było

82 Por. U. Eco, *Sztuka i piękno...*, s. 42–43.

83 Por. U. Eco, *Sztuka i piękno...*, s. 47.

84 Cyt. za: U. Eco, *Sztuka i piękno...*, s. 33.

uważane za figurę idealną. Interesujący diagram obrazujący harmonię czterech elementów, pór roku i temperamentów został zamieszczony w manuskrypcie MS 17 (f. 39v), powstałym pomiędzy 1102 a 1113 rokiem, przechowywanym w St. John's College w Oxfordzie (il. 17)⁸⁵.



17. Iluminacja obrazująca schemat powiązań między czterema elementami, czasem i człowiekiem. Izydor z Sewilli, *De natura rerum*, 1102–1113, St. John's College, Oxford, MS 17 f. 39v. Źródło: domena publiczna.

Miniatura stanowi kompilację wcześniejszych rękopisów encyklopedycznych, a wspomniana iluminacja odnosi się do XI rozdziału traktatu *De natura rerum* autorstwa Izydora z Sewilli. Na miniaturze zobrazowano cztery żywioły wszechświata. Poszczególne natury

85 Por. F. Wallis, *Visualizing Knowledge in Medieval Calendar Science: A Twelfth-Century Family of „Graphic Glosses” on Bede’s „De temporum ratione”*, w: *The Visualization of Knowledge in Medieval and Early Modern Europe*, eds. M. Kupfer, A. S. Cohen, J. H. Chajes, Turnhout 2020, s. 306.

żywiołów, a także same żywioły mieszają się ze sobą lub też są od siebie oddalone według schematu geometrycznego: ogień jest rzadki, przenikliwy, ruchomy; powietrze jest ruchome, przenikliwe, gęste; ziemia jest gęsta, delikatna, nieruchoma, a woda gęsta, delikatna, ruchoma⁸⁶. Izydor z Sewilli, powołując się na św. Ambrożego, uznał, że każdy z żywiołów ma swoje właściwości, które umożliwiają harmonię wszechświata w oparciu o liczbę cztery, ponieważ niektóre z nich są wspólne dla różnych żywiołów. W ten cykl wpisane jest życie ludzkie. Ziemia jest wysuszona i zimna, z kolei woda także jest zimna, ale i wilgotna. Właściwość zimna jest zatem tożsama dla dwóch różnych żywiołów. Powietrze jest ciepłe i wilgotne, podobnie ciepły jest ogień, a ponadto suchy⁸⁷.

Za pomocą liczb można było lepiej zrozumieć prawdy wiary, zapamiętać i połączyć ze sobą konkretne tematy biblijne. Przykładem może być iluminacja z *Libellus capitulorum* (il. 18) przechowywana w Württembergische Landesbibliothek⁸⁸. Na karcie widać wpisany w prostokąt karty krzyż, którego ramiona obrazują jednocześnie cztery rzeki rajske, wypływające z figury Baranka, ukazanego na przecięciu się belek krzyża. Ramiona krzyża wyznaczają cztery strony świata, a ich centrum stanowi jakby oś świata (*axis mundi*). Krzyż wpisany w prostokąt wyznacza cztery pola, w których przedstawiono czterech ewangelistów. Z kolei w narożach prostokąta ukazano personifikacje czterech cnót kardynalnych.

Inną ważną liczbą była dwunastka. W chrześcijaństwie ma ona istotne znaczenie ze względu na: liczbę apostołów Chrystusa, ale

86 Zob. Izydor z Sewilli, *O naturze rzeczy (De natura rerum)*, przeł. P. Skowroński, „Vox Patrum” 65 (2016), s. 843.

87 Zob. Izydor z Sewilli, *O naturze rzeczy*, s. 842.

88 *Libellus capitulorum*, XII w., manuskrypt w zbiorach Württembergische Landesbibliothek, nr inw. Cod. brev.128, f. 10r., [https://dfg-viewer.de/show/?set\[mets\]=https://digital.wlb-stuttgart.de/mets/urn:nbn:de:bsz:24-digibib-bsz33972076X7.xml](https://dfg-viewer.de/show/?set[mets]=https://digital.wlb-stuttgart.de/mets/urn:nbn:de:bsz:24-digibib-bsz33972076X7.xml) [dostęp 5.07.2024].



18. Przykład poczwórności różnorodnych symboli. Krzyż Chrystusa, iluminacja w *Libellus capitulorum*, XII w., manuskrypt w zbiorach Württembergische Landesbibliothek, Cod. brev.128, f. 10r. Źródło: [https://dfg-viewer.de/show/?set\[mets\]=https://digital.wlb-stuttgart.de/mets/urn:nbn:de:bsz:24-digibib-bsz33972076X7.xml](https://dfg-viewer.de/show/?set[mets]=https://digital.wlb-stuttgart.de/mets/urn:nbn:de:bsz:24-digibib-bsz33972076X7.xml).



19. Porządek ułatwia uchwycenie liczebności. Autor nieznany, *Christus na Majestacie*, obraz z 2 ćw. XII w., Museo Nacional de Arte de Cataluña, Barcelona. Źródło: archiwum autora.

także dwunastu synów Izraela (wcześniej Jakuba) dających początek dwunastu pokoleniom Narodu Wybranego; dwanaście źródeł w Elim; dwanaście drogich kamieni na efodzie arcykapłana; dwanaście kamieni wybranych z Jordanu przez Jozuego. Interesującą kompozycję zawiera panel ołtarzowy, pochodzący z katedry w La Seu d'Urgell (il. 19) datowany na drugą ćwierć XII wieku, a obecnie przechowywany w Museo Nacional de Arte de Cataluña w Barcelonie⁸⁹. Apostołowie zostali na nim ukazani w dwusymetrycznej kompozycji: sześciu po prawej i sześciu po lewej stronie Chrystusa na Majestacie. Bardzo łatwo jest ich policzyć, gdyż malarz wybrał kompozycję w formie piramidy, w której podstawę tworzą trzy głowy apostołów, nad nimi kolejne dwie, a ponad nimi jedna. Patrząc na szóstkę apostołów, widzimy zarazem trójkąt, łatwo wiązany z Trójcą Świętą. W kompozycji jednak głęboko uwydatniona została symbolika liczby 6, uważanej za doskonałą. Już matematycy greccy uznali, że jest ona równa sumie swych dzielników: $1+2+3=6$. Euklides podał nawet wzór liczb doskonałych⁹⁰. Liczba 6 była traktowana jako miara w poszukiwaniach idealnych proporcji człowieka, np. wielkość stopy stanowi $1/6$ wielkości człowieka.

Liczbę 12 wiązano także z obrazem niebiańskiej Jerozolimy opisanej w Apokalipsie św. Jana. Do miasta rozlokowanego na planie czworoboku, posadowionego na dwunastu fundamentach wykonanych z drogocennych kamieni, prowadziło dwanaście bram. Liczbę tę zestawiano zarówno z pokoleniami Izraela, jak i z apostołami. Ciekawe, że bramy zgrupowane zostały po trzy od każdej z czterech stron świata.

Nie jest moją intencją prezentacja licznych wariacji ikonograficznych niebiańskiej Jerozolimy, gdyż temat ten pod względem

89 Por. M. Castineiras, J. Camps, *Romanesque Art in the MNAC Collections*, Barcelona 2008, s. 89.

90 Por. W. Tatarkiewicz, *O doskonałości*, s. 22–24.

symbolicznym jest znany w literaturze przedmiotu, głównie za przyczyną prac Stanisława Kobielusa⁹¹. Uzupełnieniem rozważań ikonograficznych poprzednich badaczy niech będzie podkreślenie, że najbardziej powszechne są dwa typy obrazowania tego tematu. Pierwszym jest miasto widziane z góry, w perspektywie topograficznej. Przykładem może być iluminacja z *Commentarius in Apocalypsin* autorstwa Beatusa z Liebany (il. 20). Manuskrypt pochodzi z około 1072 roku i jest przechowywany w Bibliothèque Nationale de France⁹². Na dwóch kartach (207v i 208r) iluminator ukazał czworokąt, do którego prowadzi owych 12 bram, a w każdej z nich postać apostoła, zgodnie z duchem średniowiecznej typologii. Dostrzeżenie symboliki liczby 12 jest tu dość łatwe.

Drugi sposób obrazowania to ukazanie miasta z próbą przedstawienia przestrzennego. Przykładem może być manuskrypt z około 1000 roku, zwany Apokalipsą z Bambergu (il. 21)⁹³. Zarówno w pierwszej, jak i w drugiej konwencji obrazowej centrum kompozycji stanowi baranek.

Troistość bram ułatwia szybką identyfikację i rozpoznanie liczby dwanaście, która ma szeroki wachlarz znaczeń. Jest zaliczana do liczb podziału przestrzeni i czasu. Dzieli niebo na dwanaście sfer, w których znajduje się dwanaście znaków zodiaku. Wskazuje na cykliczność dwunastu miesięcy.

Liczba ta w Piśmie Świętym wskazuje także na Niewiastę Apokaliptyczną, która ma koronę z gwiazd dwunastu. Z kolei 12 podniesione do kwadratu daje 144, a ta liczba pomnożona przez tysiąc daje liczbę

91 Por. S. Kobielus, *Niebiańska Jerozolima. Od sacrum miejsca do sacrum modelu*, Ząbki 2004.

92 Beatus a Liebana, *Commentarius in Apocalypsin*, sygn. Latin 8878, <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b52505441p/f433.item> [dostęp 5.07.2024].

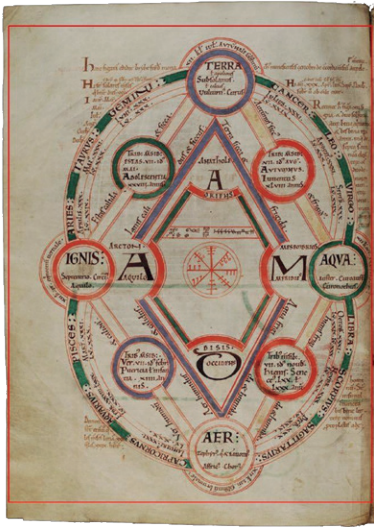
93 *Apokalipsa z Bambergu*, manuskrypt w zbiorach Staatsbibliothek Bamberg, nr inw. MS A. II. 42, f. 55r.



20. Klarowność ukazania liczebności wymusiła specyficzne przedstawienie przestrzeni miasta. *Niebiańska Jerozolima*, iluminacja w manuskrypcie Beatusa z Liebany, *Commentarius in Apocalypsin*, ok. 1072, Bibliothèque Nationale de France, Latin 8878 f. 207v i f. 208r. Źródło: <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b52505441p/f433.item> [dostęp 5.07.2024].



21. Grupowanie bram po trzy ułatwia liczenie. *Niebiańska Jerozolima*, iluminacja w manuskrypcie *Apokalipsa z Bambergu*, ok. 1000 r., Staatsbibliothek Bamberg, MS A. II. 42, f. 55r. Źródło: domena publiczna.



22. Iluminacja obrazująca wiedzę geograficzną, numeryczną, kosmologiczną, teologiczną i fizyczną. Diagram Byrhtfertha, iluminacja w manuskrypcie *Computus MS 17*, ok. 1102–1113, St John's College Oxford. MS 17, f. 7v. Źródło: https://digital.library.mcgill.ca/ms-17/folio.php?p=7v&showitem=7r_2ComputusRelated_20ByrhtferthsDiagram#sec02 [dostęp 5.07.2024].

wybranych do nieba według Janowej Apokalipsy. Zatem dwanaście może reprezentować Kościół triumfujący. W Apokalipsie mowa jest także o liczbie 24. To liczba starców zasiadających na osobnych tronach po dwóch stronach Boskiego tronu. Ten model istnieje do dzisiaj. Przyjęto go dla Wielkiej Rady w amerykańskich sądach. Składają się na nią dwie dwunastoosobowe rady – rada karna i rada cywilna.

Jednym z popularniejszych w średniowieczu diagramów, w którym za pomocą liczb obrazowano wiedzę na temat świata, był diagram stworzony przez mnicha z Ramsey o imieniu Byrhtferth (ok. 970–1020), często kopiowany w późniejszych manuskryptach o tematyce kosmologicznej i encyklopedycznej. W manuskrypcie przechowywanym w St John's College w Oksfordzie (il. 22), określanym jako *Computus MS 17*, znajduje się iluminacja symboliczna, łącząca wiedzę

geograficzną, numeryczną, kosmologiczną, teologiczną oraz wiedzę o fizyczności świata⁹⁴. Taki sposób obrazowania wykształcił się w epoce karolińskiej. Na diagramie Byrhtfertha wiedza została zaprezentowana w układzie przestrzennym w oparciu o symbolikę liczb 4, 8 i 12. Na zielonej linii w kształcie ósemki znajdują się inskrypcje zawierające nazwy dwunastu miesięcy. Poniżej w białych polach widzimy odpowiadające miesiącom znaki zodiaku wraz z liczbą dni słonecznych i długością faz Księżyca oraz nazwami wiatrów. Ósemka symbolizuje nieskończoność tego czasu. W ósemkę został wpisany romboidalny czworokąt, informujący o czterech żywiołach i stronach świata, połączony z imieniem pierwszego człowieka – Adam. Ojcowie Kościoła wskazywali, że każda litera w tym imieniu odpowiada greckim słowom określającym kierunki świata. W diagramie zawarto także etapy życia ludzkiego, centrum stanowi starożytny akrostych – koło, w które wpisane są greckie litery IXΘΥΣ. Przekaz tego diagramu łączy wiedzę o świecie z prawdą teologiczną. Centrum świata stanowi nowy Adam – Jezus Chrystus, który jest łącznikiem między mikro- a makrokosmosem.

Dla umysłowości średniowiecznej liczby i matematyka nie były językiem zdolnym do opisu widzialnego świata. To zainteresowanie się metafizycznym wymiarem światła i bogactwo wizualnych zjawisk z nim związanych sprawiły, że zaczęło ono być badane przy użyciu metod geometrycznych. Stało się to w XIII wieku wraz z empiryzmem średniowiecznym. W ten sposób optyka stawała się powoli tym obszarem fizycznego świata, który zaczął być opisywany przy użyciu linii i figur geometrycznych, co w późniejszym okresie zmieniło sposoby opisywania rzeczywistości, rewolucjonizując najpierw sztukę, a potem naukę.

94 Diagram Byrhtfertha w *Computus*, 1102–1113, manuskrypt w zbiorach St John's College Oxford, https://digital.library.mcgill.ca/ms-17/folio.php?p=7v&showitem=7r_2ComputusRelated_20ByrhtferthsDiagram#sec02

G. Matematyczna przestrzeń perspektywistów

Renesans jest przede wszystkim epoką ciekawości. Nauka zaczyna testować prawdziwość filozoficznych i teologicznych wyjaśnień przyrodniczej wiedzy o świecie, zaś sztuka zaczyna eksperymentować z obrazami widzialnej rzeczywistości. To czas największego w historii zbliżenia obydwu dziedzin. Artyści nie traktują już sztuki jako rzemiosła, które należy wykonywać według wzorów i zasad przekazanych przez poprzednie pokolenia. To właśnie łączyło te pierwociny nauki ze sztuką, a przede wszystkim z malarstwem. Artystów, po średniowiecznych zmaganiach w ukazywaniu „nie-widzialnego”, zainteresował świat zmysłowy, bezpośrednio przeżywany. Doprowadziło to do nowej metody obrazowania, opartej na obiektywnych przesłankach. Tym samym obraz renesansowy stał się modelem rzeczywistości widzialnej, budowanym przy pomocy geometrii rzutowej, wyprowadzonej z wiedzy optycznej i geometrii Euklidesa.

Wpływ zarówno pism arabskich, jak i rozwoju empiryzmu średniowiecznego, był bardzo istotny dla rozwoju wiedzy optycznej w renesansie, co zaowocowało sformułowaniem zasad perspektywy. Ważny był tu przykład optyki jako nauki, która zjawiska fizyczne nie tylko stwierdza, lecz i modeluje matematycznie, używając geometrii, a co więcej, ma ścisły związek z widzeniem. Innym ważnym czynnikiem była postawa badacza, przyjęta przez malarzy *quattrocenta*. Chcieli stać się uczonymi traktującymi obraz jako rodzaj optycznego eksperymentu. W tym „optycznym” sensie renesans zaczyna się wraz z empiryzmem średniowiecznym. Warto tu wymienić takich uczonych, jak Roger Bacon i Robert Grosseteste.

Dla Grosseteste’a fizyka światła niewiele miała jeszcze wspólnego z optyką. Jego teoria była raczej próbą połączenia fizyki z metafizyką. Arystotelesowskie formy miały rozprzestrzeniać się za pomocą

światła, stając się tym samym pierwszą „formą cielesną”⁹⁵. Jego ważnym spostrzeżeniem było jednak to, że matematyka pomaga znaleźć przyczynę obserwowanych faktów fizycznych⁹⁶. Grosseteste pisał też, że linie, kąty i figury, a więc obiekty matematyczne, działają na zmysł wzroku.

W XIII wieku również Roger Bacon przyjmuje teorię Arystotelesa o *multiplicatio speciorum*, wyjaśniającą mechanizm widzenia⁹⁷. Pisze on o możliwościach, jakie może dać optyka zajmująca się soczewkami, w zmniejszaniu i powiększaniu przedmiotów. Wielkie znaczenie miało to, że często korzystając z przekazów arabskich, optycy czasów średniowiecza zaczęli odzyskiwać wiedzę, która była wcześniej obecna w nauce hellenistycznej. Dzięki temu malarze z okresu *quattrocenta* mogli opracować zasady przedstawiania przestrzeni, które nazwali perspektywą. Przyjęcie tych zasad prowadziło stopniowego eliminowania arystotelesowskiego podziału na opis świata fizyczny i matematyczny. Według Alistaira Camerona Crombiego proces ten został zainicjowany przez scholastyków w późnym okresie średniowiecza⁹⁸. Uczony uważa, że przewyciężenie podziału świata na fizyczny i matematyczny było zmianą kluczową dla rodzącej się nowożytnej nauki. Dokonało się to głównie za sprawą neoplatonizmu i badań nad światłem. Siłą napędową tej zmiany był wpływ neoplatonistycznej myśli o naturze jako ostatecznie opartej na matematyce. Już średniowieczni empirycy starali się spojrzeć na świat, traktując doświadczenie zmysłowe jako dowód prawdy. „gdy jakaś

95 Por. M. Rzepińska, *Leonarda elementy nauki o malarstwie*, w: *Leonarda da Vinci „Traktat o malarstwie”*, przeł. i oprac. M. Rzepińska, Wrocław–Warszawa 1984, s. XXXIV.

96 Por. A. C. Crombie, *Nauka średniowieczna i początki nauki nowożytnej*, t. 2: *Nauka w późnym średniowieczu i na początku czasów nowożytnych w okresie XIII–XVII w.*, przeł. S. Łypacewicz, Warszawa 1960, s. 32.

97 Zob. R. Bacon, *Opus majus*, ed. J. H. Bridges, Oxford 1900, s. 544–545, Pars sexta, capitulum I.

98 Zob. A. C. Crombie, *Nauka średniowieczna...*, s. 111.

rzecz zmysłowa została uchwycona przez zmysły, intelekt również może ją zrozumieć” – napisał Wilhelm Ockham⁹⁹. Były to przesłanki do nowego sposobu przedstawiania świata w odrodzeniu. To spoglądanie – niejako z zewnątrz – na rzeczywistość ma szerszy wymiar, nie tylko wizualny. Człowiek nowoczesny postawi przed sobą byt i stanie się jego obserwatorem, a zarazem punktem odniesienia. Człowiek starożytny i średniowieczny – inaczej, był tym, na kogo spoglądał byt, był odbiorcą bytu. Ludzie odrodzenia zaczynają więc patrzeć na świat, opisywać go, porządkować aktywnie swoim umysłem i tworzyć jego modele, i to modele matematyczne.

Perspektywa jest wiedzą pojęciową i matematyczną, zbudowaną w oparciu o geometryczny model widzenia. Nie jest ona intuicyjna ani tylko praktyczna. Artyści dokonali przełomu w obrazowaniu, a polegał on na naukowym opracowaniu i dowiedzeniu legalności perspektywy. Posługiwali się określeniem *construzione legittima* na przeprowadzenie konstrukcji rzutu środkowego z przestrzeni na płaszczyznę. W zwykłej praktyce malarskiej zazwyczaj wystarcza jedynie pewna intuicja perspektywy. *Construzione legittima* była więc rodzajem malarskiego dowodu. Artyści-uczeni *quattrocenta* dążyli do budowania obiektywnego i prawdziwego obrazu. Oznaczało to zastosowanie metody dedukcyjnej do geometrycznego modelowania widzenia. W ten sposób w XV wieku na terenie Italii została odkryta optyka geometryczna jako wiedza przydatna w malarstwie. Za pierwszy obraz, w którym zastosowano perspektywę, uważa się fresk Masaccia *Święta Trójca* w kościele Santa Maria Novella we Florencji (il. 23). Źródłem perspektywy jest nauka, a malarz przestaje być rzemieślnikiem. Było to możliwe między innymi dzięki wykorzystaniu nauki optycznej Euklidesa, odzyskanej w średniowieczu przez uczonych arabskich, a następnie rozwiniętej przez empiryków z XIII wieku.

99 Cyt. za: A. C. Crombie, *Nauka średniowieczna...*, s. 43.

W renesansie nastąpiło też przesunięcie zainteresowania artystów z kategorii religijnych czy mitologicznych na konkretne życie, zmysłowy świat człowieka oraz wszystko, co jest „tu i teraz” na ziemi¹⁰⁰. Zmiana tematu wymagała innych środków i sposobów przedstawiania. Klimat do eksperymentów sprzyjał poszukiwaniu nowości, a była nią perspektywa. Człowieka renesansu już mniej interesują bogowie, a bardziej wszystko, co można zobaczyć. Co więcej, artyści mają bardzo określone techniczne zadanie – malowanie obrazów. Z tego powodu znamy rozprawy tylko nielicznych artystów renesansu, którzy spisali tok swoich dociekań. Są to przede wszystkim: Piero della Francesca – artysta, geometra, autor *De prospectiva pingendi*¹⁰¹, Leone Battista Alberti – autor *O malarstwie (De pictura)*¹⁰². Osiągnięcia naukowe i inżynierskie Leonardo da Vinci są powszechnie znane, ale ważniejsze są jego refleksje w dziedzinie istoty ludzkiego poznania i filozofii przyrody. Uważał on, że „[ż]adne badanie ludzkie nie może zwać się wiedzą prawdziwą, o ile nie przeszło próby doświadczenia matematycznego”¹⁰³. Napisał też: „Niech nie czytają moich prac zasadniczych, kto nie jest matematykiem”¹⁰⁴, parafrazując maksymę umieszczoną przez Platona na bramie Akademii. W podobnym duchu wypowiedział się Alberti, powołując się na przykład ze starożytności:

Chciałbym, żeby malarz posiadał w miarę możliwości wykształcenie w zakresie wszystkich sztuk wyzwolonych, lecz ażeby przede wszystkim znał geometrię. Zgadza się bowiem z Pamfiliusem, znakomitym

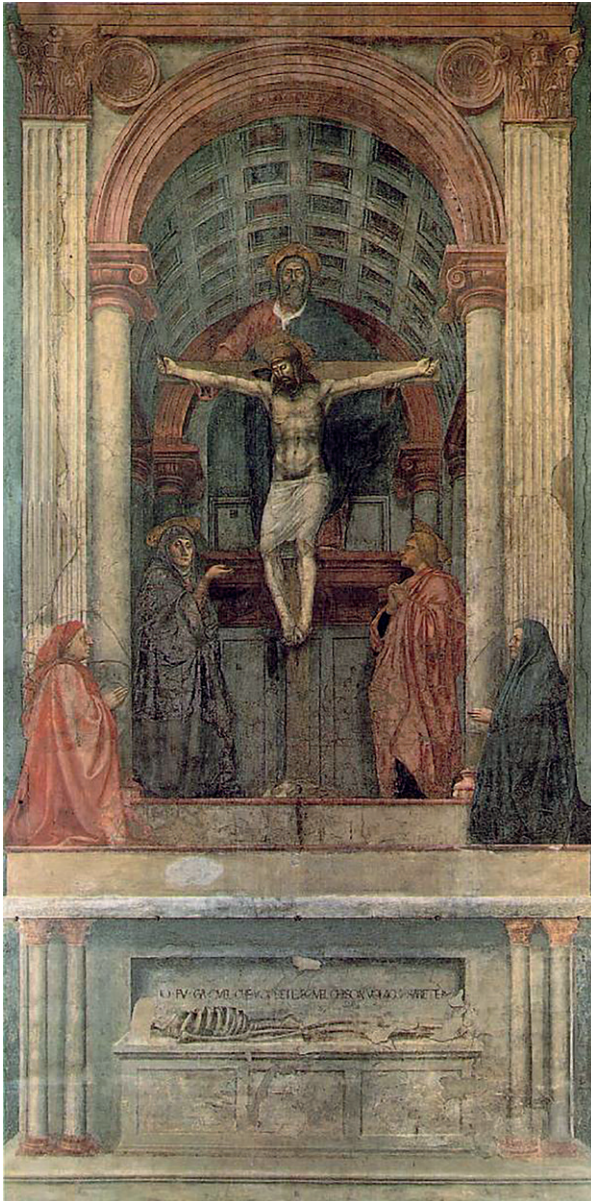
100 Por. L. Russo, *Zapomniana rewolucja...*, s. 244.

101 Piero della Francesca, *De prospectiva pingendi*, edizione critica a cura di G. Niccofasola, Firenze 1942.

102 L. B. Alberti, *O malarstwie*, oprac. M. Rzepińska, przeł. L. Winniczuk, Warszawa 1963.

103 Leonardo da Vinci „Traktat o malarstwie”, s. 3, [1].

104 Leonardo da Vinci, *Pisma wybrane*, przeł. L. Staff, Warszawa 1958, s. 50.



23. Pierwszy obraz z zastosowaniem perspektywy linearnej. Masaccio, *Święta Trójca*, 1425, fresk w kościele Santa Maria Novella we Florencji. Źródło: domena publiczna.

malarzem starożytności [...], którego zdaniem nie może zostać w przyszłości dobrym malarzem ten, kto nie będzie znał geometrii¹⁰⁵.

Zanim doszło do owego zaufania do matematyki przy konstruowaniu obrazu, powstał problem relacji obiektów matematycznych do rzeczywistości widzianej, gdyż – jak pisze Alberti – matematycy „mierzą wygląd i kształt rzeczy samym tylko rozumem, odrzucając całą ich materię”¹⁰⁶. Aby sobie poradzić z tym problemem, podaje on definicję punktu, stwierdzając, że jest to znak, którego nie można już podzielić na części:

Znakiem nazywamy w tym wypadku to, co mieści się na powierzchni tak, że może być widziane, a nikt nie przeczy, że malarza nie obchodzi nic, co nie podpada pod wzrok; malarz bowiem stara się odtworzyć to, co jest widziane przy świetle¹⁰⁷.

Piero della Francesca przyjmuje bardzo podobne stanowisko i tłumaczy wszystko z większą świadomością matematyczną:

Punktem jest coś, czego część nie istnieje, zgodnie z tym geometrzy mówią, że jest imaginatywny; o linii mówią, że posiada długość bez szerokości. [Przytacza tu dosłownie definicję punktu i linii Euklidesa] I dlatego, że są one widoczne tylko dla intelektu – a ja mówię, że będę traktować o perspektywie z przedstawieniami, które chcą być przyjęte przez oko – konieczną rzeczą jest dać inną definicję. Będę mówił, że punkt to jest rzecz tak bardzo mała, jak tylko możliwe, żeby ją oko dostrzegło¹⁰⁸.

105 L. B. Alberti, *O malarstwie*, s. 49–50.

106 L. B. Alberti, *O malarstwie*, s. 5.

107 L. B. Alberti, *O malarstwie*, s. 5.

108 Piero della Francesca, *De prospectiva pingendi*, s. 65 (tłum. M. Jesiotr).

Leonardo da Vinci poddaje głębszej refleksji istotę wielkości fizycznych i matematycznych:

Najmniejszy punkt naturalny jest większy od wszystkich punktów matematycznych i na to jest dowód, gdyż punkt naturalny jest ilością ciągłą, a każda rzecz ciągła jest podzielna w nieskończoność, a punkt matematyczny jest niepodzielny, ponieważ nie jest ilością¹⁰⁹.

To dążenie do ustalenia teorii obiektów świadczy dobitnie o naukowych ambicjach artystów, którzy metodą dedukcyjną pragną dowieść obiektywności perspektywy. Problem rozróżnienia wielkości fizycznych i matematycznych ma swoje źródło w poglądach Arystotelesa. Jest wielce charakterystyczne, że poruszają go wszyscy znani renesansowi teoretycy perspektywy. Konieczne staje się bowiem wyjaśnienie zależności tego, co fizyczne i matematyczne, od tego, co istotne dla malarza.

Teoretycy perspektywy nie rozwijają fizjologii widzenia, która zajmowała tyle miejsca w dziełach średniowiecznych filozofów przyrody. Alberti tak tłumaczył te kwestie, konsekwentnie dążąc do celu, jakim jest wyjaśnienie istoty malarstwa:

Nie tutaj miejsce na rozważania, czy obraz powstaje na spojeniu wewnętrznego nerwu, jak niektórzy utrzymują, czy też obrazy tworzą się na powierzchni oka, jak gdyby na ruchomym zwierciadle; tutaj nawet nie miejsce na omawianie wszystkich zadań wzroku; wystarczy bowiem w tym traktacie przedstawić w krótkości to, co wiąże się ściśle z tematem¹¹⁰.

109 Leonardo da Vinci, *Pisma wybrane...*, s. 85.

110 L. B. Alberti, *O malarstwie*, s. 9.

Podobnie jest z naturą światła. Interesuje ona teoretyków perspektywy w zakresie potrzebnym do kreślenia perspektywy. Alberti nawet twierdzi, że dla malarza nie ma znaczenia, w którą stronę biegnie promień wzrokowy:

Zacznijmy od poglądu filozofów, którzy twierdzą, że powierzchownie mierzy się pewnymi promieniami, które są na usługach wzroku, i dlatego nazywa się je „promieniami widzenia”, ponieważ przez nie uzyskuje się obrazy przedmiotów; te właśnie promienie rozpięte między okiem a widzianą powierzchnią z natury swej z niezwykłą jakąś dokładnością zbiegają się ze sobą. Lecz nie mało zastanawiali się starożytni nad tym, czy promienie wypływają z powierzchni czy z oka; kwestię tę, niewątpliwie trudną, lecz dla nas bez znaczenia, pominiemy¹¹¹.

Podobnie Piero della Francesca¹¹² i Leonardo da Vinci¹¹³ mówią tylko o liniach wzrokowych, co oznaczało geometryczną drogę światła od źródła do oka. Kluczowym pojęciem w renesansowej teorii perspektywy jest piramida widzenia opisana przez Albertiego:

Piramida jest to bryła kształtu podłużnego, od której podstawy wyprowadzone w górę linie proste zbiegają się ze sobą w jednym wierzchołku. Podstawą tej bryły jest widziana powierzchnia, a ściany boczne piramidy tworzą owe promienie widzenia [...]. Wierzchołek tej piramidy tkwi w oku, gdzie zbiegają się punkty wszystkich rozciągłości¹¹⁴.

Dalej, wykorzystując pojęcie piramidy, Alberti tłumaczy ideę obrazu perspektywicznego:

¹¹¹ L. B. Alberti, *O malarstwie*, s. 8.

¹¹² Zob. Piero della Francesca, *De prospectiva pingendi*, s. 64 (tłum. M. Jesiotr).

¹¹³ Zob. *Leonarda da Vinci „Traktat o malarstwie”*, s. 11 [17].

¹¹⁴ L. B. Alberti, *O malarstwie*, s. 10.

Obraz więc będzie pewnym przecięciem piramidy widzenia, utworzonej na danej powierzchni za pomocą linii i kolorów przy stałym oddaleniu i przy ustalonym promieniu centrycznym¹¹⁵.

Piero della Francesca również stara się nadać swojemu dziełu bardziej teoretyczny ton. Dlatego wymienia kolejne działy perspektywy, którą najpierw traktuje jako jeden z działów malarstwa. Działy te, to w istocie różnorodne definicje pojęć, potrzebnych do zrozumienia teorii perspektywy i jej praktycznego wykreślenia. Pierwszy dział – *Oko* – jest to „punkt widzenia” albo „środek rzutu perspektywicznego”. Autora interesuje ono tylko w tym geometrycznym sensie, jako punkt potrzebny do konstrukcji perspektywicznej. A tak zostało zdefiniowane dla potrzeb budowy obrazu przez Piera:

A zatem mówię, że oko jest pierwszym działem, ponieważ jest tym, w czym przedstawiają się [są obecne] wszystkie rzeczy widziane pod różnymi kątami; to znaczy, kiedy rzeczy widziane są jednakowo odległe od oka, rzecz większa przedstawia się pod większym kątem niż mniejsza, i podobnie, kiedy rzeczy są równe, a nie są w równej odległości od oka, najbliższa przedstawia się pod największym kątem, co nie dotyczy najdalej, przez takie różnice [*deversita'*] ma się na myśli zmniejszanie rzeczy¹¹⁶.

Drugi dział nie jest definicją, lecz raczej refleksją na temat tego, jak rozpoznajemy widziane rzeczy. Piero pisze:

Drugim [działem] jest kształt [forma] rzeczy, ponieważ bez niego intelekt nie może osądzić ani oko pojąć tej rzeczy¹¹⁷.

115 L. B. Alberti, *O malarstwie*, s. 15.

116 Piero della Francesca, *De prospectiva pingendi*, s. 64 (tłum. M. Jesiotr).

117 Piero della Francesca, *De prospectiva pingendi*, s. 64 (tłum. M. Jesiotr).

Następny dział dotyczy warunków widzialności obrazowanych obiektów związanych z odległością od oka, czyli środka rzutu perspektywicznego. Tak tłumaczy tę kwestię autor:

Trzecim jest odległość od oka do rzeczy, ponieważ, gdyby nie było odległości, rzecz przylegałaby do oka albo z nim graniczyła, i gdyby rzecz była większa od oka, nie bylibyśmy zdolni jej dostrzec¹¹⁸.

W kolejnych dwóch działach Piero wyjaśnia istotę pomysłu na obraz perspektywiczny. Pisz o liniach tworzących to, co Alberti i Leonardo da Vinci nazywają piramidą widzenia z wierzchołkiem w punkcie O – czyli w środku rzutu perspektywicznego. Tłumaczy tę kwestię o wiele bardziej przejrzyście, pisząc o liniach biegnących z krawędzi obrazowanych obiektów do oka. Jego opis jest bardzo zwięzły:

Czwartym są linie, które przedstawiają się z krawędzi rzeczy, a kończą się w oku, poniżej których oko je dostrzega [*receve*] i rozróżnia¹¹⁹.

Kolejno Piero wyjaśnia pojęcie nazywane we współczesnej teorii perspektywy „tłem”¹²⁰ albo „płaszczyzną obrazu”¹²¹. Używa określenia *termine*, co można przetłumaczyć jako „granica”. Na tej powierzchni promienie wzrokowe ułożone w piramidę widzenia z wierzchołkiem w oku konstruują rysunek w perspektywie.

Piątym jest granica [*termine*] pomiędzy okiem a widzianą rzeczą, gdzie chce się umieścić rzeczy¹²².

118 Piero della Francesca, *De prospectiva pingendi*, s. 64 (tłum. M. Jesiotr).

119 Piero della Francesca, *De prospectiva pingendi*, s. 64 (tłum. M. Jesiotr).

120 Por. K. Bartel, *Perspektywa malarska*, t. 1, Warszawa 1960, s. 9.

121 Por. W. Witwicki, *O widzeniu przedmiotów. Zasady perspektywy*, Warszawa 1954, s. 30–31.

122 Piero della Francesca, *De prospectiva pingendi*, s. 65.

Płaszczyzna obrazu to nowe pojęcie wprowadzone przez renesansowych „zdobywców przestrzeni”, toteż nie znajdziemy go we wcześniejszych teoriach widzenia. Ma ona bowiem znaczenie jedynie dla praktyki malarskiej. Tak w innym miejscu wyjaśnia to Piero della Francesca:

granica, na której oko opisuje proporcjonalnie swoimi promieniami rzeczy i może w niej osądzić ich miarę: gdyby nie było granicy, nie można by zrozumieć, jak rzeczy się zmniejszają; oczywiście, że [malarz] nie mógłby ich przedstawić¹²³.

Ostatnia definicja Piera della Francesca dotyka istoty renesansowego pomysłu na obraz. Został on umieszczony w przestrzeni pomiędzy okiem a przedstawionymi obiektami. Obraz niejako dematerializuje się, staje się przezroczysty, przestaje być przedmiotem, a zaczyna być medium, które ukazuje widok obiektów. Leonardo będzie porównywał obraz do szklanej ściany, bardzo trafnie oddając, jak płaskie wizerunki zaczęły być konstruowane przez malarzy i rozumiane przez odbiorców. Przemiana, która dokonała się w epoce renesansu w sposobie obrazowania i sposobie patrzenia, sprowadza się do tego, że obraz jako płaszczyna znalazł swoje miejsce w przestrzeni wobec oka i wobec wirtualnych obiektów, stojących jakby za nim. Cała teoria zbudowana na podstawie optyki geometrycznej służyła uprawomocnieniu traktowania wizerunku jako szklanej szyby pomiędzy okiem a rzeczami, które stoją w iluzyjnej głębi obrazu. Procedura budowania obrazu w perspektywie została więc wywieńczona z podstawowych definicji i twierdzeń geometrycznych. Punktem wyjścia był teoretyczny model widzenia jednym okiem z określonego punktu. Obraz staje się więc czymś obiektywnym, może być dowodem w rozumieniu naukowym. Tu należy upatrywać źródła

123 Piero della Francesca, *De prospectiva pingendi*, s. 64–65.

przekonania, które żywili artyści renesansu, że malarstwo jest nauką i jako takie może służyć obiektywnemu opisowi świata. Leonardo sławił możliwości malarstwa w badaniu natury między innymi w astronomii nazywanej przez niego astrologią:

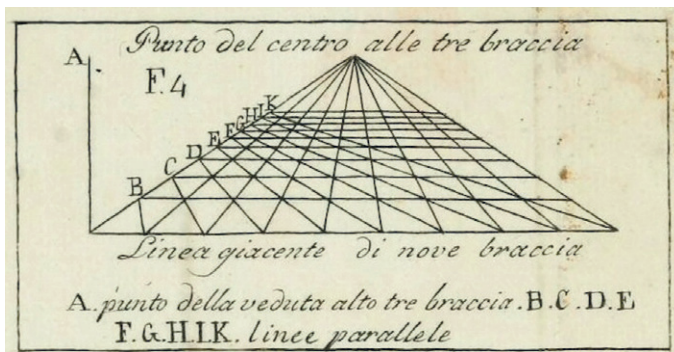
Nie ma działu astrologii, który by się obywatel bez linii wzrokowych i perspektywy – córki malarstwa, malarz bowiem, czyniąc zadość potrzebom swojej sztuki, dał początek perspektywie – i niczego nie można [w niej] pojąć bez linii, które zamykają w sobie wszelkie najrozmaitsze kształty ciał stworzonych przez naturę. Bez nich sztuka geometry jest ślepa¹²⁴.

Metoda *costruzione legittima* opisana przez Piera pozwalała znaleźć na płaszczyźnie obrazu odwzorowanie każdego punktu istniejącego w trójwymiarowej przestrzeni. W swym traktacie autor stopniowo przechodzi od wykreślania prostych brył aż po wykreślanie głów ludzkich. Traktat ma dowodzić, że wszystko można wykreślić w perspektywie. Perspektywa zakłada koncepcję jednorodnej przestrzeni, w której „pozawieszane” są punkty. Odbiega to znacznie od arystotelesowskich i scholastycznych koncepcji budowy świata. Metoda wykreślania perspektywy jest zadaniem technicznym, a nie koncepcją przestrzeni. Stanowi jednak krok w kierunku innego rozumienia świata i *kosmosu*. Matematyczna koncepcja natury musi zakładać jednorodność przestrzeni. Przestrzenność, założona przez wizję perspektywiczną, dąży do praw powszechnych, obowiązujących dla każdego miejsca. Takie jednorodne kontinuum musi prowokować też do pytań o nieskończoność.

W traktatach *quattrocenta*, a zwłaszcza w dziele *De prospectiva pingendi*, możemy odnaleźć techniki kreślenia perspektywy, które odbijają niezwykle, geometryczny pogląd na świat. W przekonaniu

124 Leonarda da Vinci „Traktat o malarstwie”, s. 11 [17].

perspektywistów świat nie był zredukowany wyłącznie do zbioru obiektów materialnych, lecz obejmował także relacje geometryczne i wielkości, które były możliwe do przedstawienia i zanalizowania za pomocą narzędzi matematycznych. W kontekście tworzenia przedstawienia perspektywicznego cała procedura może być opisana jako projekcja punktów na płaszczyznę obrazu. Położenie tych punktów było określone w odniesieniu do jednego określonego punktu obserwacji – O, oraz wyznaczonej osi widzenia, co przez Albertiego było nazywane „promieniem centrycznym”¹²⁵. Procedura konstrukcji perspektywicznej, stosowana w pewnych sytuacjach, obejmuje etap kreślenia kratownicy na płaszczyźnie podstawy oraz podział wysokości na równe odcinki. Działania te prowadzą do stworzenia w przestrzeni siatki, która może składać się, na przykład, z sześciennów (il. 24). Alberti zalecał, aby jako jednostkę miary, którą dzieli się przestrzeń, przyjąć odcinek o długości łokcia¹²⁶.



24. Rysunek konstrukcji siatki na płaszczyźnie podstawy. Procedura podziału przestrzeni na sześciennie moduły była być może prototypem kartezjańskiego układu współrzędnych. Rycina z *Della pittura* Leone Battisty Albertiego, wydanie z 1804 r. Źródło: domena publiczna.

125 Zob. L. B. Alberti, *O malarstwie*, s. 8.

126 Zob. L. B. Alberti, *O malarstwie*, s. 19.

Przypomina to bardzo układ współrzędnych zwany kartezyjskim. Został on opisany w aneksie do *Rozprawy o metodzie* pt. *Géométrie*. Układ, który zastosował Kartezjusz, nie był dokładnie tym samym układem współrzędnych prostokątnych, jakim dziś się posługujemy. Jego innowacja polegała na opisanu przestrzeni za pomocą liczb, co umożliwiło zastosowanie algebry w geometrii. Był to fundamentalny krok w kierunku nowoczesnej nauki, prowadzący do stworzenia geometrii analitycznej, która łączy opis przestrzeni, typowy dla geometrii, z arytmetyką. Kartezjusz wprowadził tylko jedną oś z punktem zero, druga liczba (współrzędna), opisująca punkt na płaszczyźnie, wyrażała jego odległość od tej prostej. Gdy trzeba było opisać punkt w przestrzeni, to liczba wyrażała odległość punktu od płaszczyzny¹²⁷. Takie odniesienie położenia punktów do osi znajdziemy również w teorii perspektywy. Promień centryczny z punktem O – okiem, to oś, wobec której opisuje się przedmioty w przestrzeni. Miara, ciągłość, dla umysłowości renesansowej, mogła być wyrażona jedynie geometrycznie (łokiec Albertiego pozostawał odcinkiem). Opisanie położenia punktów liczbami nie było malarzom potrzebne. Tym różni się przestrzeń perspektywistów od kartezyjskiej. Trudno doszukiwać się bezpośredniej inspiracji teorią perspektywy w tworzeniu geometrii analitycznej, ale sposób myślenia o przestrzeni jest w obu przypadkach bardzo podobny.

Dzieło Albrechta Dürera (1471–1528) *Vier Bücher von Menschlicher Proportion* [Cztery księgi o proporcjach ludzkich] zostało wydane w 1528 roku. W pierwszej księdze odkrywamy pięć zróżnicowanych typów postaci, obejmujących zarówno męskie, jak i żeńskie figury, z każdą częścią ciała precyzyjnie wyrażoną w proporcjach w stosunku do ich całkowitej wysokości. Autor łączy w swoim podejściu wpływy klasycznych nauk Witruwiusza z dokładnymi empirycznymi obserwacjami, które obejmują od dwóch do trzystu żyjących osób.

127 Por. M. Kordos, *Wykłady z historii matematyki*, s. 149.

Wysokość ludzkich sylwetek wymiaruje krotnością głowy, a więc wyraźnie czerpie z antycznego sposobu poszukiwania i opisywania struktury ludzkich ciał w ich doskonałości. Druga księga traktatu Dürera rozszerza to badanie, prezentując osiem dodatkowych typów ludzkich postaci, co stanowi fascynujące studium nad ludzką formą i jej złożonością¹²⁸.

Dürer przyjął koncepcję piękna opartą na różnorodności. Stało się to zapewne po części za sprawą empirycznych studiów natury, polegających na antropometrycznych pomiarach rzeczywistych sylwetek ludzkich. Podejście Dürera traktujące liczbowe wyrażenie wyniku rzeczywistych pomiarów zwiastuje nadejście nowożytnej nauki. To już nie doskonała proporcja wywiedziona ze świata idei ma nadawać idealny kształt rzeczywistości. Dürer nie postępuje jak filozof czy natchniony artysta tworzący teorię sztuki, lecz staje się po części nowożytnym badaczem przyrody. Traktuje on byty matematyczne podobnie jak twórcy perspektywy – jako narzędzie do opisu rzeczywistości i procesów fizycznych. Wynikiem tej – chyba już naukowej procedury – mogła być opisana liczbami struktura ciała przeciętnego człowieka albo rzut geometryczny przestrzennych obiektów na płaszczyznę, będący modelowaniem procesu widzenia. To nowe podejście w badaniu rzeczywistości przez artystów było zapewne ważnym krokiem do wykształcenia się metody naukowej w nowożytności.

Malarze z całą pewnością zapoczątkowali nowy dział matematyki, znany jako geometria rzutowa¹²⁹. Tym różni się ona od spuścizny greckiej, że nie skupia się na bryłach stereometrycznych, lecz na samej przestrzeni. Geometria antyczna zajmowała się problemami

128 Por. E. Panofsky, *The Life and Art of Albrecht Dürer*, Princeton–New Jersey 1955, s. 266–267.

129 Por. R. Courant, H. Robbins, *Co to jest matematyka?*, przeł. E. Vielrose, Warszawa 1967, s. 220.

podobieństwa i przystawania figur. Aż do renesansu w geometrii kluczowe były przekształcenia, w wyniku których figury były przystające, podobne lub symetryczne. Renesansowe odwzorowanie figury poprzez rzutowanie zwykle nie tworzy podobnej do pierwowzoru. Każdy to widzi, patrząc na kwadrat w ujęciu perspektywicznym. Kwadrat widzimy wtedy najczęściej jako nieregularny czworokąt z dwoma kątami rozwartymi i dwoma ostrymi. Jednak pierwotny kształt oryginału, jakim jest kwadrat, nadal rozpoznajemy, tyle że jako kwadrat w przestrzeni, w obrazie perspektywicznym. Figury w przestrzeni zachowują swe własności geometryczne tylko wtedy, gdy są oglądane na wprost. Geometria rzutowa zajmuje się badaniem tych własności figur, które są bardziej ogólne niż długości, równoległości i kąty.

Można sądzić, czytając pisma wspomnianych quattrocentystów, że perspektywa była spełnieniem starożytnych postulatów o konieczności zastosowania matematyki w kształtowaniu formy dzieł sztuki. Jednak matematyka nie tylko została użyta przez artystów, lecz także w pewnych aspektach przez nich rozwinięta.

Geometria rzutowa koncentruje się na badaniu specyficznej klasy przekształceń. W 1872 roku Felix Klein¹³⁰ podczas klasyfikacji przekształceń geometrycznych dostrzegł, że geometria rzutowa wpisuje się w ramy geometrii nieeuklidesowej, podczas gdy przekształcenia sztywne, związane z symetrią przystawania i podobieństwa, zawierają się w obrębie geometrii Euklidesa. Choć przestrzeń rzutowa wyraźnie różni się od euklidesowej, jej korzenie w malarstwie oraz pewne zastosowania sprawiły, że matematycy przez długi czas nie byli w pełni świadomi tej różnicy. Z czasem jednak zaczęli gromadzić dowody na ich odmienność, co pozwoliło na głębsze zrozumienie tej dziedziny matematyki.

130 Por. R. Courant, H. Robbins, *Co to jest matematyka?*, s. 219.

W *O horyzoncie*, będącej ostatnią księgą *Traktatu o malarstwie* Leonarda da Vinci, znajdują się pewne przesłanki wskazujące, że był on bliski przekroczenia tradycyjnych ram geometrii euklidesowej¹³¹. W swoich analizach koncentrował się na specyficznym zagadnieniu różnicy między horyzontem ziemskim a horyzontem optycznym, co ma bezpośredni związek z perspektywą w malarstwie. W świetle tych obserwacji ostatnia księga jego traktatu może sugerować pewne rozbieżności między tradycyjnym podejściem do geometrii a tym, co wynika z jego artystycznych analiz. Dotyczą one rozróżnienia horyzontu ziemskiego i optycznego, czyli malarskiego. W owej ostatniej księdze, napisanej pod koniec życia artysty, harmonia sztuki i nauki się rozpada. Nowożytność stawia bowiem przed nimi odmienne wyzwania.

Po renesansowym przełomie obrazy ignorujące perspektywę zaczęły się jawić jako nieudolne, nieharmonijne czy po prostu brzydkie. Ale perspektywa nie okazała się jakimś ciasnym gorsetem dla sztuki. Artyści zaczęli eksperymenty z zastosowaniem wielu punktów zbiegu, niskim położeniem punktu widzenia, deformacjami itd. Aby sobie to uświadomić, wystarczy przypomnieć obrazy Paula Ucella, El Greca, Jacopa Tintoretta czy Caravaggia. Innym kierunkiem było tworzenie iluzji w manierystycznych kwadraturach, gdzie realność zobrazowanych obiektów podbijały prawdziwe detale architektoniczne i rzeźbiarskie, znajdujące swą kontynuację za płaszczyzną obrazu. Perspektywa była prototypem fotografii, która uwolniła ostatecznie malarstwo od obowiązku prezentowania „prawdziwych” widoków rzeczy. Świadome badanie przestrzenności ludzkich spostrzeżeń stało się znowu obszarem eksplorowanym przez ważnych artystów awangardy.

131 Zob. *Leonarda da Vinci „Traktat o malarstwie”*, s. 313–316 [936]–[935]; zob. komentarz tamże: s. 356–357.

5

Matematyka zobrazowana

Posługiwanie się realnymi albo wyobrażonymi modelami wizualnymi ułatwia rozwiązywanie różnych abstrakcyjnych problemów. Na przykład gdy planujemy czas, wyobrażamy sobie często tarczę zegara ze wskazówkami albo musimy zajrzeć do kalendarza. Narzędzia do pisania ułatwiają, a czasem wręcz umożliwiają rozwiązywanie matematycznych zadań. Takich wizualnych obiektów potrzebujemy, aby „skomunikować” się z samym sobą albo przekazać coś innym ludziom. Możemy oczywiście używać wypowiedzianych albo myślnych słów. Wyobrażenia matematyczna obecna jest też np. w muzyce. Jednak liczby i inne koncepty matematyczne utrwalamy i przekazujemy innym ludziom najczęściej i najwydajniej za pomocą znaków wizualnych. Wynika to z potęgi myślenia wzrokowego, które opisał Rudolf Arnheim. Już Arystoteles wiele wieków wcześniej uważał, że intelekt posługuje się wyobrażeniami¹.

Sztuka wizualna rozpoczęła się zapewne od odkrycia możliwości zapisu intencji przy pomocy znaków. W wyniku tego mogły pojawić się pierwsze znaki zapisu pojęcia liczby. Wówczas było to wielkie intelektualne osiągnięcie człowieka, mające charakter artystyczny².

1 Zob. Arystoteles, *O duszy* 431 b, s. 133.

2 Por. A. Frutiger, *Człowiek i jego znaki*, Kraków 2015, s. 159.

Konstrukcja wszelkich notacji matematycznych opiera się na ludzkich mechanizmach kognitywnych, związanych z percepcją liczebności i regułami porządkowania struktur wizualnych, opisanych przez psychologię postaci. Współcześnie tworzenie oznaczeń wielkich liczb, związanych np. z naukami społecznymi, ale i niewyobrażalnie małych, potrzebnych do opisu budowy materii, stało się wyzwaniem dla designerów, projektujących infografiki i ilustracje popularyzujące współczesne odkrycia w dziedzinie np. ekonomii, biologii i fizyki.

Do myślenia wzrokowego wprost odwołują się współcześnie rozwinięte dziedziny matematyki – teoria grafów i topologia. Opisując one językiem dowodu to, co było od dawna obecne w komunikacji wizualnej. Artyści w wielu przedstawieniach obrazowych ukazywali wiedzę pojęciową w postaci schematów czy kategorii rzeczy. Posługiwali się wizualnymi intuicjami, systematycznie opisanymi wraz rozwojem matematyki. Diagramy i różne schematy pojęciowe możemy znaleźć już na egipskich malowidłach, jak również w średniowiecznych iluminacjach ukazujących dychotomie, schematy scholastycznego rozumowania itd. Ważne przy ich tworzeniu było ukazanie sąsiedztwa, połączenia albo relacji. Równoległe do badań matematyków, opisujących własności grafów i powierzchni topologicznych, współczesna sztuka i design ukazały potęgę abstrakcji wizualnej, dążącej do syntetycznego i ideowego modelowania rzeczywistości. Czy więc artyści interesowali się matematyką, czy może uczeni formułujący twierdzenia topologii i geometrii absolutnej bywali na wystawach kubistów i widywali gdzieś obrazy Pieta Mondriana? Wyjaśnieniem tej koincydencji może być stwierdzenie, że obie te dziedziny: matematykę i sztukę, wytworzyły w kolektywnym wysiłku ucieleśnione umysły, funkcjonujące w przestrzennym świecie. Zwykle dopiero *post factum* próbowano do dokonań artystów dopasować jakąś matematyczną teorię, choć np. kubiści postulowali użycie geometrii nieeuklidesowych w konstrukcji obrazu. Podobnych

przykładów, gdy artystów interesowały m.in. przestrzenie wielowymiarowe, matematyka chaosu, rachunek prawdopodobieństwa, można znaleźć więcej. Działania te zwykle, choć nie zawsze, kończyły się jedynie na deklaracjach. Być może warte są one szczegółowego opisanie pod kątem transferu idei z matematyki do sztuki. Ja przedstawiam odwrotny proces, gdy sztuka, odwołując się do intuicji, ukazuje cechy ludzkiej „matematycznej zmysłowości”.

A. **Matematyka w strukturach wizualnych**

Szczegółowo omówiłem podstawy percepcyjne mechanizmu subitancji, który wydaje się być początkiem tworzenia pojęć matematycznych. Można więc rozpocząć wyjaśnianie źródeł matematycznych umiejętności od wrodzonej zdolności widzenia małych liczb i rozszerzania jej na coraz to większe wartości i złożone zależności. Wystarczy tylko przekroczyć barierę liczby „cztery” i mamy wolną drogę do odkrywania praw tkwiących w liczbach. Nie sądzę, by mechanizm subitancji miał podstawowe znaczenie dla rozwoju umiejętności liczenia, a już na pewno nie był kluczowy dla wykształcenia się pełnoprawnej kulturowej matematyki. Jednak psychologowie badający poznanie matematyczne dociekają jego źródeł właśnie w tym mechanizmie. Jest to, owszem, wielce kusząca perspektywa. Dzięki subitancji ujmujemy małe liczby. Można przyjąć, że poprzez składanie tych elementarnych dla naszej percepcji wartości przekraczamy coraz większe liczby i w ten oto sposób otwiera się nam świat matematyki. Właśnie tak zaczynaliśmy się jej uczyć – od małych liczb i arytmetyki. Wynikało to chyba jedynie z kulturowej konwencji i cywilizacyjnych potrzeb – matematyka była do niedawna potrzebna przede wszystkim do szacowania zasobów i dlatego właśnie jej nauka kończy się dla większości ludzi na treningu w szybkim rachowaniu. Z tej przyczyny może się wydawać, że początek tego

fragmentu świata 3, który dotyczy liczb, polega na ekstrapolowaniu praw tkwiących w samej subitancji na wszystkie liczby większe od czwórki.

Subitancja polega na dostrzeganiu grup rzeczy w formie jednej figury, która reprezentuje krotkość jako liczbę kardynalną. Tymczasem, o czym pisałem wcześniej, bez umiejętności rozumienia porządkowego aspektu liczby nie może być mowy o pełnoprawnych umiejętnościach matematycznych. Drugie ograniczenie subitancji to chwytnie przez nią nie tyle wartości liczbowych, co konkretnych rzeczy. Widzimy więc np. grupkę trzech rzeczy, trójcę jako specyficzny byt. Poprzez analogię do języka można powiedzieć, że subitancja pozwala nam ujmować czy rozumieć nie liczebniki, lecz rzeczowniki – widzimy nie „dwa”, lecz „parę”, nie „jeden”, lecz „pojedynczość”. Spostrzegane jedności, dwójki czy trójki są jakby rzeczami posiadającymi pewną cechę, jaką jest ich np. „podwójność”. Możemy pomyśleć i powiedzieć „jedna para czerwonych butów”. Czerwień jest tak samo cechą tych butów jak ich „podwójność”. Jeśli spojrzeć na mechanizm subitancji z punktu widzenia psychologii postaci, to sprowadza się on do widzenia figury w gestaltowskim sensie. Gdy jej elementy funkcjonują w określonej relacji, to figura jako całość może posiadać jakąś policzalną cechę: „pojedynczość”, „podwójność” albo „potrójność”. Widzimy w ten sposób nie tyle liczby, ile właśnie figurę, posiadającą którąś z tych trzech możliwych mnogości. Widzenie figur, a więc również subitancja, zamyka wielość w jednym konkretnym, w czymś absolutnym i kardynalnym. W mechanizmie tym nie ma absolutnie niczego związanego z rozumieniem liczby na poziomie abstrakcji.

Abstrakcyjnym pojęciem liczby posługujemy się wtedy, gdy coś rachujemy, tzn. nadajemy numery kolejnym obiektom zbioru. Taka operacja nie ma limitu. Każdą ilość rzeczy możemy porachować, gdyż traktujemy każdą z nich odrębnie. Następnym poziomem abstrakcyjnego liczenia jest połączenie liczbą w grupę rzeczy niemających

ze sobą nic wspólnego, poza należeniem do zbioru o określonej liczebności. „Papyrus Rhinda” – zwany tak od nazwiska znalazcy – to jeden z najstarszych podręczników matematyki. Jego autor podpisał się imieniem Ahmes, a swoje dzieło zatytułował *Reguły badania wszystkich rzeczy i poznania wszystkiego, co istnieje, każdej ukrytej tajemnicy*³. Papyrus ten został napisany około XVII wieku przed naszą erą. Zawiera 84 przykładowe problemy matematyczne, wraz z tabelami obliczeniowymi i ich rozwiązaniem. Egipska matematyka nie znała pojęcia dowodu, była więc jedynie zbiorem algorytmów. Jedno z zadań, pojawiające się do dziś w różnych książkach popularyzujących matematykę, brzmi: 7 ludzi ma po 7 kotów, każdy kot zjada 7 myszy, każda mysz zjada 7 kłosów jęczmiennych, z każdego kłosa może wyrosnąć 7 miar zboża. Ile razem było ludzi, kotów, myszy, kłosów i miar zboża? Aby osiąść pojęcie liczby, trzeba rozumieć liczebność grup przedmiotów, których zestawienie jest wręcz absurdalne. Arnheim przytacza surrealistyczną sentencję Comte’a de Lautréamonta o „pięknie przypadkowego spotkania parasola z maszyną do pisania na stole operacyjnym”⁴. W tym cytacie skala trzech „obojętnie czego” jest podobna, a obiekty zgromadziły się w jednym miejscu. René Magritte zaskakuje nas zmienionymi wymiarami codziennych przedmiotów i ich wzajemnymi relacjami na obrazie *Wartości osobiste* (il. 25).

Spróbujmy odpowiedzieć na pytanie, ile rzeczy jest namalowanych? Możemy użyć różnych kategoryzacji. Może być namalowanych pięć rzeczy, kiedy przyjmiemy, że rzeczy to te obiekty, które można wziąć do ręki (zapałka, kieliszek, mydło, grzebień, pędzel). Ale zaraz doliczymy też łóżko i szafę, zwłaszcza, że ich skala wydaje się podobna do grzebienia i kieliszka. Są jeszcze dywany i firanka, ale odbita w lustrze, a może nie? W takim razie mydła są dwa czy jedno? A czy są tam obłoki? Ile ich jest?

3 Por. M. Kordos, *Wykłady z historii matematyki*, s. 39.

4 R. Arnheim, *Myslenie wzrokowe*, s. 249.

Ponieważ ludzka percepcja opiera się w większym stopniu na widzeniu relacji niż absolutnych wartości, nie myślimy o liczbie tak odległych od siebie rzeczy, jak: ziarnko maku, promień słońca i jedno słowo. Widzimy pewne zależności, np. relacje, skalę albo położenie w przestrzeni bądź pojawianie się w czasie. To one przykuwają uwagę, zwłaszcza gdy zaskakujące niedorzeczności przysłaniają czystą liczebność. Przywołuję obraz Magritta, aby unaocznić, czym jest owo „ileś tam obojętnie czego”. W odniesieniu do tego pokój pytanie o liczbę obiektów wydaje się całkiem nieprzypadkowo surrealistyczne. Poprzez subitancję i estymację ujmujemy liczebność na poziomie zmysłowym. Jednak liczba jako „czysta forma” to coś więcej, na co zwrócił uwagę Arnheim:

Liczby to stosunkowo późny nabytek umysłu. Wcale przy tym nie muszą być najlepszym narzędziem opisywania, rozumienia czy operowania przedmiotami lub innymi sytuacjami, w których pojawiają się kategorie ilościowe⁵.

Czyste formy, jakimi posługuje się myślenie abstrakcyjne, wyjmują liczebność z konkretnych sytuacji. Ilość można stwierdzić, odliczając, mierząc albo chwytając strukturę percepcyjną. Tak czynią dzieci, rysując dłonie z liczbą palców, jakiej wymaga wizualna poprawność. Podobnie postępują, układając np. pokazany wzór z żetonów, których wcale nie odliczają. Kopia taka może składać się z innej liczby elementów, co nie przeszkadza w uchwyceniu struktury na poziomie wizualnym. W wielu praktycznych sytuacjach, gdy coś konstruujemy, decydujący jest wizualny wymiar struktury. Nie trzeba przeliczać np. lin do ustabilizowania masztu czy belek potrzebnych do wzniesienia szkieletowej budowli. Na fotografii (il. 26) widać chatę, wzniesioną przez przedstawicieli nowogwinejskiego ludu Korowai. Ludzie ci

5 R. Arnheim, *Myślenie wzrokowe*, s. 250.



25. René Magritte, *Wartości osobiste*, 1952, olej na płótnie, San Francisco Museum of Modern Art. Źródło: domena publiczna.



26. Chata wzniesiona przez lud Korowai, Nowa Gwinea, fotografia. Źródło: domena publiczna.

tworzą domostwa wsparte wysoko nad powierzchnią ziemi na szkieletowej konstrukcji⁶. Stabilność i sztywność takiej struktury po prostu widać. Członkowie plemion pierwotnych myśleli o wizualnie uchwytniej funkcji poszczególnych składowych wznoszonej konstrukcji, zamiast tworzyć wykaz potrzebnych elementów.

Gdy patrzymy na jakieś kształty złożone z plam albo punktów, możemy je odtworzyć w pamięci bez uświadamiania sobie ich konkretnej liczby. Podobnie postępuje przewodnik czy przywódca. Wystarczy mu spojrzeć, aby zweryfikować kompletność stanu osobowego niewielkiej grupy. Jest ona *gestaltem*, uchwytną figurą mimo swej specyficznej zmienności w czasie i przestrzeni. W wielu sytuacjach codziennych podawanie z dokładną precyzją liczb jest zbyteczne, często bywa też śmieszne. Wystarczy powiedzieć ponad dziesięć, około tuzina. Gdy mówimy np. o liczebności grupy dzieci na boisku – „trzydzieści parę” – nasz umysł kreuje wystarczająco wyrazisty obraz sytuacji⁷. Jednak jeżeli jest to grupa dzieci, za które ponosimy odpowiedzialność, szacowanie przybliżone jest ryzykowne.

Przedstawienia obrazowe, którymi posługują się artyści, rzadko kiedy muszą się wznosić na poziom czystych form matematycznych. Widzialne albo wyobrażane rzeczy malować można bez precyzyjnego obliczania np. okien w budynku czy liści na malowanym drzewie. Podobnie jest z architektonicznymi podziałami. Różne proporcje obiektów ocenia się zwykle intuicyjnie. Odbiorca również nie dokonuje tu precyzyjnych pomiarów, aby stwierdzić, czy dzieło jest godne uznania ze względu na dobre proporcje. Wiele formuł tak zwanej „poprawnej kompozycji” albo różnych kanonów związanych np. z Wielką Teorią skodyfikowało stosowane intuicyjnie zasady, wywiedzione z obserwacji rzeczywistości i skłonności naszych umysłów.

6 Por. B. Rudofsky, *Architecture Without Architects: A Short Introduction to Non-Pedigreed Architecture*, New York 1964, s. 110.

7 Por. R. Arnheim, *Myslenie wzrokowe*, s. 251.

Dlatego liczby we wszelkich kompozycjach nie są tak zupełnie dowolne. Między innymi na tym spostrzeżeniowym poziomie ukształtowały się w późniejszym czasie „dowodzone” systematycznie kanony, ale również i symboliczne znaczenia liczb.

Przykładem mogą być wszelkie rytmy obecne w ludzkich dziełach. Najbardziej czytelne są one w architekturze. Juliusz Żórawski (1898–1967), polski architekt, opisał osiemnaście zasad budowy formy architektonicznej, wyprowadzając je z wiedzy o ludzkiej percepcji, opisaney głównie przez XX-wieczną psychologię postaci. Ilustracją jego rozważań są przykłady budowli z odległych czasów. Artyści i architekci w swych dziełach zawsze posługiwali się prawami odkrytymi później przez np. psychologię percepcji. Niejako antycypowali wiedzę, której nie musieli – w przeciwieństwie do uczonych – wyjaśniać ani udowadniać. Posługiwanie się rytmami w kompozycji architektonicznej Żórawski wyprowadza z wcześniejszej zasady „tendencji do liczby ograniczonej”. Tak to wyjaśnia:

Dwa, trzy, cztery elementy są przez człowieka we wszystkich przypadkach spostrzegane natychmiast. Pięć i sześć rzadziej, a elementy, których jest ponad sześć, widzimy zawsze jako wiele. Przy pięciu i sześciu elementach zaczyna się pewien proces, który można nazwać „podświadomym komponowaniem”⁸.

Poprzez podświadome komponowanie Żórawski rozumiał sytuację, gdy patrząc na rozsypane punkty, rozbijamy zbiory pięcio- bądź sześcieelementowe na mniejsze wielkości: po cztery i jeden albo trzy i dwa. Nadajemy im podświadomie jakiś uchwytny porządek. Jest to tendencja do widzenia wszystkiego w pewnych uproszczeniach i całościach, zgodnie z zasadami psychologii postaci. Podobnie dzieje się, gdy patrząc na niebo, łączymy gwiazdy w konstelacje. Z kolei

8 J. Żórawski, *O budowie formy architektonicznej*, s. 32.

rytmiczne człony w liniowym horyzontalnym układzie, np. okna budynku, podlegają prawidłowości opisanej przez Żórawskiego następująco:

Krótkie rytmy możemy nazwać układami symetrycznymi, długie – wyjątkowo rytmami.

Symetrie przechodzą w rytm wówczas, gdy liczba członów mieści się w granicach określonych przez tendencję do liczby ograniczonej. Rytm sześciu członów znajduje się zatem na granicy pomiędzy symetrią i rytmem⁹.

Przyczynę opisanego stanu rzeczy można wytłumaczyć poprzez mechanizm subitancji. Stojąc naprzeciwko rytmicznego horyzontalnego układu, złożonego z sześciu elementów, dostrzegamy symetryczny podział na dwie trójki. W przypadku sześciu elementów ta walka rytmu z symetrią jest bardzo wyrównana. Dwójki, trójki i piątki będą zawsze symetriami, z kolei w układach więcej niż sześciu elementów dominować będzie rytm. Rytm i symetrie odczuwamy zwłaszcza w poziomych sekwencjach, dlatego szczególnym zagadnieniem jest zakończenie układu rytmicznego w kompozycji architektonicznej. Jednym ze sposobów stosowanych w architekturze w celu osiągnięcia tego efektu jest zmiana rozstawu elementów zamykających układ. Zabieg ten jest widoczny na fasadzie Partenonu (il. 27 A), gdzie skrajne interkolumnia – czyli odległość sąsiadujących ze sobą kolumn – mają mniejszy wymiar, a narożne kolumny są nieco grubsze.

Zasady posługiwania się rytmem dotyczą jedynie układów horyzontalnych. Pionowy układ powtarzalnych elementów narasta, poszczególne człony tracą wagę, maleją ku górze. W zależności od zamiaru budowniczego można na przykład proporcjonalnie (a więc

9 J. Żórawski, *O budowie formy architektonicznej*, s. 57.



A



B

27 A – Partenon w Atenach V w. p.n.e.; B – po lewej Świątynia Romy i Augusta, I w., po prawej ratusz z XIII w., Pula. Źródło: archiwum autora.



A



B

28 A i B – Constantin Brâncuși, *Kolumna Nieskończoności*, 1935. Rzeźba o wysokości 30 m w Târgu Jiu, Rumunia. Źródło: domena publiczna.

stosując matematyczną formułę) zmniejszać kolejne rozstawy albo skalę poszczególnych członów. Taki zabieg stosowany jest od wieków przez chińskich budowniczych pagód. Rumuński rzeźbiarz Constantin Brâncuși (1876–1957), tworząc rzeźbę *Kolumna Nieskończoności*, postawił sobie zadanie zmysłowego ukazania bardzo szczególnej matematycznej abstrakcji (il. 28 A i B). Pionowym rytmem spowodował wrażenie narastającej lekkości, zmierzającej w nieskończoność.

Kolumny, rzędy arkad czy okien istnieją w określonej ilości w liniowych horyzontalnych rytmach. Parzystość elementów podkreśla oś symetrii w układzie. Jednak gdy np. interkolumni jest więcej niż sześć, rytm zaczyna dominować nad symetrią. Więcej niż sześć elementów w przestrzennych liniowych układach spostrzegamy jako wiele – potencjalnie nieskończony rytm elementów. Przykładem może być fasada Partenonu (il. 27 A).

Siedem interkolumni niejako gubi środek istniejący w osi symetrii, a hierarchia poszczególnych przejść pomiędzy kolumnami do pewnego stopnia się wyrównuje – środkowe interkolumnium nie jest odczuwane jako główne wejście. Owa siódemka interkolumni powoduje też, że oś symetrii fasady znajduje się w przestrzennej pustce. Nieco inaczej odczuwamy fasadę *Świątyni Augusta* w Puli (il. 27 B), gdzie tylko cztery kolumny wyznaczają podział elewacji na trzy pola. To wyraźnie faworyzuje środkowe przejście, co ostatecznie potwierdza trójkąt kompletnego tympanonu. Obok stoi budynek ratusza. Kontrastuje ze świątynią swą horyzontalnością, ale nie tylko. Silnie podkreślono w nim parzystość arkad. Kolumna stoi na osi symetrii. Poszerzone światło skrajnych arkad wzmacnia odczucie podziału na lewą i prawą część budowli. „Trójca” okien na drugiej kondygnacji scala na powrót kompozycję elewacji, łagodząc wrażenie podziału.

Układy siedmio-, pięcio- i trójczłonowe tworzą formy bardziej dobitne i skończone. Wynika to z czytelności symetrii, narzucającej dyscyplinę. Łatwo więc przypisać symetrii doskonałość wręcz boską i traktować ją jako naczelną zasadę kompozycji. Tak było

we wszystkich kulturach, zwłaszcza w przypadku kształtowania budowli sakralnych. Kompozycje siedmio- pięcio- i trójczłonowe zostały opisane w kanonach, a liczbom tym nadawano dodatkowe sensory. Atrakcyjność i celowość takiego formowania nie wynika jednak z boskości liczb, lecz z podstawowych cech ludzkich mechanizmów poznawczych.

Wrażliwość naszej percepcji na pionową oś symetrii pozwala wychwytywać naturalne obiekty w polu percepcyjnym. Symetria, geometryzacja, rytmy, liczebność są zmysłowo uchwytnymi cechami natury. Dlatego mogą stać się własnościami kompozycyjnymi ludzkich dzieł. Zostały też skonceptualizowane w postaci matematycznych praw. Sztuka i architektura naśladują naturę w tym sensie, że używają jakości i regularności uprzednio istniejących w świecie i ludzkich zmysłach. W ten sposób otrzymujemy od natury nakaz takiego, a nie innego formowania, o czym pisze Żórawski:

Serce nasze bije rytmicznie, chodzimy i oddychamy rytmicznie, ale budując rytmy, nie naśladujemy bicia serca ani rytmu oddychania, działamy jedynie według tych samych nakazów, zgodnie z którymi np. ziemia obiega regularnie dookoła słońca, a my chodzimy i oddychamy rytmicznie. Także wymagania symetrii nie wynikają z układu naszego ciała¹⁰.

Symetria utrwała schemat pionowej osi. Nasz układ percepcyjny dzieli pole widzenia na pół. Symetria leży na prawo i na lewo od osi, dając poczucie równowagi wynikające z działania pola grawitacji, w którym zanurzone są nasze ciała¹¹. Jest ona matematyczną abstrakcją, wywiedzioną z podstawowych doświadczeń percepcyjnych i stała się zasadą, służącą wewnętrznemu zestrojeniu ludzkich dzieł.

10 J. Żórawski, *O budowie formy architektonicznej*, s. 62.

11 Por. D. Bagiński, *Obraz – zagadka wzrokowa...*, s. 162–166.

Matematyk Hermann Weyl (1885–1955) opisał symetrię jako matematyczną idealizację, obecną w naturze i wytworach człowieka. Stał on na stanowisku platonizmu matematycznego, a więc zakładał, że to prawa matematyczne rządzą naturą, dlatego są źródłem symetrii. Według niego artyści intuicyjnie urzeczywistniają tę ideę w twórczym umyśle, a potem w swoich dziełach. Wygląd obiektów, a zwłaszcza żywych organizmów, jest tylko dodatkowo interpretowany jako przejaw odwiecznej idei symetrii¹². To tak, jakby chcąc przedstawić ludzkie ciało, korzystać z gotowego myślowego wzoru i poprzez niego odkrywać symetrię tkwiącą w figurze człowieka. Elegancka abstrakcyjna i odwieczna idea, jaką jest symetria, wyprzedza zmysły i narzuca nam, co mamy widzieć.

Trudno się zgodzić z tą platońsko-matematyczną interpretacją zmysłowego fenomenu symetrii i jej obecności w sztuce. To, jak zmysły wychwytyują obiekty w naszym otoczeniu, nie wynika z odwiecznych „matematycznych idei”, jak chciał Weyl. Nasza percepcja służy przetrwaniu w bardzo złożonym środowisku. Ludzki system poznawczy musi uporządkować mnogość bodźców, a całą płynącą z nich informację – uprościć. Widzenie symetrii w niedoskonale symetrycznym świecie zmysłowym jest rodzajem idealizacji do „czystej formy”. To, jak dokonuje się taki proces wobec całego materiału spostrzeżeniowego, związane jest na przykład z regułą podobieństwa opisaną przez *Gestalt*. Symetria jest właśnie rodzajem podobieństwa, np. prawej i lewej strony¹³. W rzeczywistości obiekty, na które patrzymy, rzadko kiedy skierowane są wobec nas idealnie frontalnie, tak aby identyfikować pionową oś czy płaszczyznę symetrii. Zwierzęta i człowiek są zwykle w ruchu albo w jakiejś pozie i tylko gdy ktoś stoi naprzeciwko nas, np. na baczność, mamy kontakt z tą podobno

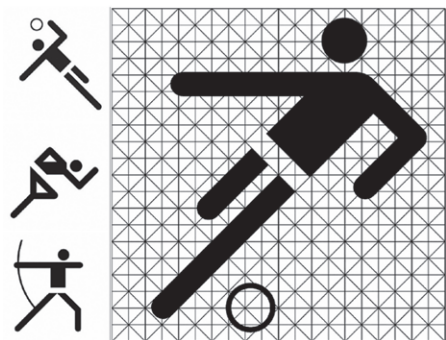
12 Zob. H. Weyl, *Symetria*, przeł. S. Kulczycki, Warszawa 1960, s. 16.

13 Por. R. Arnheim, *Sztuka i percepcja wzrokowa. Psychologia twórczego oka*, przeł. J. Mach, Gdańsk 2004, s. 109.

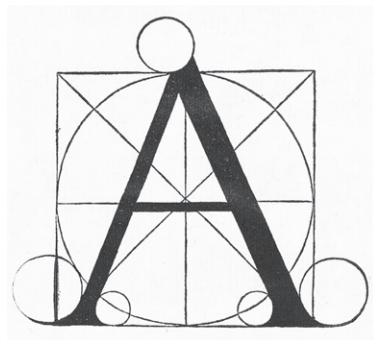
pozaświatową ideą. Symetrię nowych, nieznanych wcześniej obiektów raczej dorozumiewamy, niż ją widzimy. Chyba że pojawiają się w idealnej relacji przestrzennej względem widza, umożliwiające zidentyfikowanie symetrii. To domniemanie symetryczności nowych obiektów w polu wizualnym pozwala widzieć je przestrzennie. Podobnie, gdy patrzymy na postać ludzką, jej „czysta forma” symetryczna, idealizacja skonfrontowana z niesymetrycznym rzeczywistym obrazem, pozwala uchwycić ruch i cały układ przestrzenny.

Zaprojektowany przez Ota Aichera (1922–1991) zestaw ideogramów (il. 29 A) na olimpiadę w Monachium w 1972 roku jest świetnym przykładem relacji między idealną symetrią „czystej formy” postaci ludzkiej a asymetrią wynikającą z ruchu i relacji przestrzennych. Autor gra z percepcją widza, ukazując charakterystyczny moment dla danej dyscypliny. Patrząc na wyrażający ruch układ prostych graficznych elementów, odnoszących się do głowy i kończyn tułowia, odnosimy go do statycznej i symetrycznie zbudowanej figury ludzkiej. Właśnie to złożenie wywołuje w nas odczucie ruchu i przestrzenności¹⁴. Aicher jak przystało na przedstawiciela zachodniej tradycji graficznej oparł się na ścisłej geometrii, osadzając trzydzieści ideogramów na siatce wertykalno-horyzontalno-diagonalnej. Trwałość takiego podejścia uświadamia przedstawiona obok jedna z dwudziestu czterech tablic (il. 29 B) ukazująca konstrukcję litery z traktatu Luki Paciolo (1445–1517) *De divina proportione* wydane go drukiem w Wenecji w 1509 roku. Celem Paciolo było ukazanie harmonii we wszelkich proporcjach, dlatego przedstawił ścisłą geometrię liter obok innych zagadnień związanych z uchwyceniem piękna poprzez matematyczne pryncypia. Iście platońskie podejście. Jakże odmienne w charakterze są piktogramy (il. 30 A) zaprojektowane w Chinach, zakorzenione w tradycji kaligrafii wykonywanej pędzlem. Opiera się ona na wypracowanym geście, będącym wyrazem maksymalnego,

14 Por. D. Bagiński, *Obraz – zagadka wzrokowa...*, s. 174.



A



B

29 A – Przykład ideogramów reprezentujących dyscypliny sportowe autorstwa Otlę Aichera. Projekt wykonany na olimpiadę w Monachium w 1972 r. Źródło: domena publiczna; B – Konstrukcja litery stworzona przy użyciu linijki i cyrkla, ilustracja wykonana przez Lucę Paciolego z jego dzieła *De divina proportione*, wydanego w 1509 r. przez Paganina Paganiniego. Źródło: domena publiczna; A i B – Stosowanie ścisłej geometrii w tego rodzaju zadaniach jest charakterystyczne dla zachodniej umysłowości



A

B

30 A – Piktogramy będące częścią identyfikacji wizualnej letnich igrzysk olimpijskich w Pekinie z 2008 r., wykonane przez projektantów z Instytutu Sztuk Pięknych Uniwersytetu Tsinghua i Centralnej Akademii Sztuk Pięknych Chin; B – Znaki chińskiego pisma oznaczające *kaligrafia*. W tym przypadku doskonałość swobodnego gestu ma łączyć się z wyrażanym pojęciem, osobą piszącą, społecznością i wszechświatem. Źródło: domena publiczna.

zarazem perfekcyjnego skrótu. Nie wynika to, jak w Europie, z geometrycznej analizy. Tak jak pisałem w rozdziale pierwszym, alfabet przyczynił się do rozwoju analitycznego myślenia i powstania zachodniej nauki. Tymczasem doskonalenie gestu i wyrażanie pojęć pojedynczymi znakami (il. 30 B) wynika między innymi z holizmu w dalekowschodnim sposobie rozumienia świata. Dlatego gest ręki jest częścią większej całości, jaką stanowi świat wraz człowiekiem i społecznością. Zaprezentowane piktogramy są częścią identyfikacji wizualnej letnich igrzysk olimpijskich w Pekinie z 2008 roku. Autorzy to projektanci graficzni Centralnej Akademii Sztuk Pięknych Chin oraz Instytutu Sztuk Pięknych Uniwersytetu Tsinghua. Obie szkoły mają siedzibę w Pekinie. Płynność i zakrzywienie linii wynikające z kaligraficznych gestów ukazuje wdzięk i charakter ruchu w poszczególnych dyscyplinach. Chiny nie miały Wielkiej Teorii opisującej piękno poprzez wyliczenia i geometryczne pojęcia. Nakierowanie percepcji na dorozumiewanie symetrii we wszelkich dostrzegalnych figurach jest charakterystyczne dla całego rodzaju ludzkiego. Ukazanie przestrzenności ruchu nie opiera się na geometrycznych dowodach, ale na sposobie, w jaki ludzkie umysły od zawsze porządkują dane percepcyjne.

Opozycja między symetrią a jej brakiem jest od dawna wykorzystywana w sztuce. Dotyczy to zwłaszcza przedstawień ruchu i deformacji. Grecka sztuka poprzez subtelne, a zarazem naturalne odejście od symetrii potrafiła ukazać złożoność dynamiki i działanie różnorodnych sił w ciele człowieka. Pozycja kontrapostu ukazywała w naturalny sposób ciężar postaci podpartej na jednej wyprostowanej nodze, dającej wytchnienie i swobodę pozostałej części ciała. Przełomowym dziełem ilustrującym tę tendencję jest rzeźba zwana *Efeb Kritiosa*, powstała około 480 roku przed naszą erą. To okres „wczesnego klasycyzmu”. Posąg ten wygląda jak żyjąca osoba (il. 31). Autor osiągnął efekt życia, tchniętego w marmur, nie tylko dzięki kontrapostowi, ale również dzięki innym środkom formalnym. Czujemy obecność

kości, wnętrzości i mięśni przyobleczonych skórą. Przedstawiony mężczyzna lekko ma lekko obróconą głowę, jakby reagował na to, co go otacza.

W manieryzmie i baroku dążenie do ekspresyjnej dynamiki spowodowało szczególne upodobanie do gry symetria–asymetria¹⁵. Wyrażało się ono fascynacją esowatymi kompozycjami, zwanymi *figura serpentinata*. Rzeźba *Porwanie Sabinek* (1581–1583) autorstwa Giambologny (1529–1608, właściwie Jeana de Boulogne, flamandzkiego rzeźbiarza działającego we Florencji) miała być popisem artystycznej biegłości w budowie dynamicznych kompozycji (il. 32). Podjęte wyzwanie polegało na połączeniu trzech postaci w spiralnym rytmie. Sam temat był mniej istotny, podobno tytuł nadano rzeźbie później, gdy grupa ta stanęła już na Piazza della Signoria we Florencji¹⁶.

Gdy dzieła mają wyrażać trwanie odwiecznej prawdy, zwykle dążą do symetrii; Boga czy Chrystusa przedstawia się wtedy z przodu, a nie z boku¹⁷. Bizantyńska patena (il. 33) jest szczególnym przykładem przedstawienia boskości z zastosowaniem symetrii. Ukazano na niej Chrystusa dwa razy, bo udziela komunii pod postacią chleba i wina. Ta dwoistość zachowała symetrię, przy jednoczesnym przedstawieniu dynamiki postaci¹⁸.

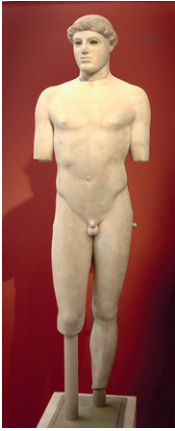
Różne teorie sztuki nadały symetrii szczególne znaczenie. Wynika ono zasadniczo z jej zmysłowych własności opisanych przez reguły percepcji. To sposoby rozumienia i porządkowania świata zmysłowego były powodem opisywania symetrii w matematycznych formułach, te zaś miały być zarazem – według teoretyków – zasadą sztuki. Artyści zwykle podchodzili do tego dość swobodnie, wyrażając się

15 Por. D. Bagiński, *Obraz – zagadka wzrokowa...*, s. 178.

16 Por. J. Bell, *Lustro świata. Nowa historia sztuki*, Warszawa 2009, s. 215.

17 Por. H. Weyl, *Symetria*, s. 27.

18 Por. *Age of Spirituality. Late Antique and Early Christian Art, Third to Seventh Century. Catalogue of the exhibition at The Metropolitan Museum of Art, November 19, 1977, through February 12, 1978*, ed. K. Weitzmann, New York 1979, s. 612.



31. *Efeb Kritiosa*, ok. 480 p.n.e., Muzeum Akropolu, Ateny. Delikatne przełamanie symetrii „ożywia” kamienny posąg. Źródło: archiwum autora.



32. Jean de Boulogne (zwany Giam-bologna od Giovanni da Bologna), grupa rzeźbiarska *Porwanie Sabinek*, 1581–1582, Loggia dei Lanzi przy Piazza della Signoria, Florencja. Źródło: domena publiczna.



33. Przykład dążenia do symetrii poprzez powtórzenie postaci Jezusa rozdającego komunię pod dwiema postaciami. Patena srebrna złocona, cesarstwo bizantyjskie VII w., Cypryjskie Muzeum w Nikozji. Źródło: domena publiczna.



34. Przekręcenie głowy i spojrzenie modelki buduje kontakt z widzem. Man Ray, *Le Violon d'Ingres*, kolaż fotograficzny 1924, J. Paul Getty Museum, Los Angeles. Źródło: domena publiczna.

językiem opartym na spostrzeżeniach, a nie na matematycznych idealizacjach.

Man Ray (1890–1976) w fotograficznym kolażu *Le Violon d'Ingres* z 1924 roku sportretował Alice Ernestine Prin, zwaną *Kiki de Montparnasse*, modelkę, aktorkę, muzę wielu malarzy. Artysta uznał ją za ideał kobiecości; stała się jego kochanką; stworzył setki jej wizerunków. Na tym najsłynniejszym widziana jest z tyłu nago w orientalnym turbanie (il. 34). Man Ray na zdjęciu namalował otwory ze skrzypiec w kształcie litery *f* i ponownie sfotografował odbitkę. Modelka przełamuje symetrię tytułowych skrzypiec, patrząc nieco w lewo. Daje to poczucie kontaktu modelki z fotografem, ale i z nami, gdy dziś patrzymy na ten kolaż.

Pionowy podział elementów kompozycji, niezależnie, czy ma to być statyczna przestrzenna konstrukcja czy graficzny układ, rodzi różne odczucia wynikające z proporcji. Aby uzmysłowić to zagadnienie, Arnheim podaje przykład kwadratu podzielonego pionową osią na dwa równe elementy (il. 35). W takim wypadku całość, jaką jest kwadrat, będzie dominowała nad częściami. Symetria i budowa kwadratu jest w jakimś sensie prostsza niż wydłużonych prostokątów. Gdy zestawimy w poziomie dwa kwadraty, wtedy obie części będą dominowały nad całością, rozłamując prostokąt na pół. Aby zrównoważyć tendencje do wyróżniania części albo całości, tworząc formę spójną, można posłużyć się złotym podziałem, czyli proporcją 1:0,618... Wówczas cały prostokąt ma te same proporcje boków, co składowe prostokąty¹⁹.

19 Zob. R. Arnheim, *Sztuka i percepcja wzrokowa...*, s. 91.



35. Porównanie różnych podziałów prostokąta wg Rudolfa Arnheima.
Opracowanie graficzne: autor.

Jak pisałem wcześniej, liczba $\varphi=0,618033\dots$ ma długą historię w teorii sztuki i we wszelkich na nią przepisach²⁰. Jest również idealizacją. Proporcje i ciągi zbliżone do złotego podziału można znaleźć w wielu obiektach naturalnych podlegających wzrostowi – muszlach, roślinach, kryształach, ciałach ludzkich. Dzięki temu jesteśmy wizualnie oswojeni z tą – podobno boską – proporcją. Wydaje się ona statyczna i zrównoważona, ale ma też potencjał wzrostu albo zmiany²¹. To odczucie wynika z cech, jakie pamiętamy z obserwacji żywych i rosnących obiektów. Być może wrażliwość na złoty podział jest wpisana w nasz system poznawczy jako oczekiwanie charakteryzujące określone kategorie ontologiczne²². Dlatego też proporcja oparta na złotym podziale bądź przybliżona, pojawiała się w ludzkich wytworach zupełnie intuicyjnie, bez wzorów, liczenia i mierzenia.

Podziały podporządkowane działaniom artystycznym rozgrywają się na wielu poziomach i wymagają więcej twórczego podejścia niż stosowanie prostej, cudownie działającej formuły matematycznej. Przykładem może być rzeźba Brâncușiego *Pocałunek* (il. 36).

20 Por. M. C. Ghyka, *Złota liczba...*, s. 77nn.

21 Por. D. Bagiński, *Obraz – zagadka wzrokowa...*, s. 252.

22 Zob. podrozdział II F. Konstrukcja wyobrażeń.



36. Zastosowane środki formalne pozwoliły na zjednoczenie dwoistej formy. Constantin Brâncuși, *Pocățuneck*, jedna z sześciu gipsowych wersji rzeźby powstałych w latach 1907–1908. Źródło: domena publiczna.



37. Dowcip wizualny wykorzystujący *regulę nieparzystych*. Źródło: <https://favim.com/image/3381858/> [dostęp 5.07.2024].

Kształt tego prostopadłościennego bloku buduje jedność przedstawionych postaci. Ich złączenie osiągnięte jest przez wiele różnych środków formalnych, a proporcje podziału nie są zastosowane według jakiejś ścisłej reguły²³. Dwoistość może wyrażać zjednoczenie i przeciwieństwo jak w symbolu Yin i Yang. Dwa obiekty albo postaci w ikonografii lub baśni zwykle reprezentują jakąś przeciwstawność: dobro i zło, głupotę i mądrość, pierwiastek kobiecy i męski. Dlatego kompozycja na przykład pary kochanków wymaga umiejętnych zabiegów w budowaniu spójności. Troistość lepiej wyraża zespolenie, jak w idei Trójcy Świętej. „Three quarks for Muster Mark!” napisał James Joyce w powieści *Finnegans Wake*. Dlatego Murray Gell-Mann i George Zweig, twórcy teorii kwarków, nazwali tak elementarne składniki materii. W swej hipotezie postulowali istnienie trzech rodzajów kwarków. Gdy są połączone po jednym z każdego rodzaju, tworzą proton, zupełnie jak trzy Osoby Boskie stanowią Trójcę Świętą. Ta elegancja koncepcji musiała niestety zostać zmodyfikowana. Po skonfrontowaniu jej z wynikami badań eksperymentalnych dodano kolejne rodzaje kwarków.

Trzy postaci mogą również tworzyć hierarchię z jedną osobą ważniejszą o dwóch pozostałych. W baśniach często występuje trzech braci, z których dwóch jest podobnych do siebie, a jeden – zwykle najmłodszy – cechuje się wyjątkowymi przymiotami²⁴. Na fotografii widzimy dowcipny przykład użycia tej konwencji w komunikacji wizualnej. Pośród dwóch grzecznych koleżanek baletnica w trampkach nabiera nieco ekstrawagancji, zaskakuje, przełamuje oczekiwania (il. 37).

W kompozycjach obrazowych takie ukazanie trzech elementów nazywa się regułą nieparzystych, gdzie jeden z trzech elementów jest inny czy bardziej dobitny od pozostałych, a wszystkie razem budują jakąś relację w przestrzeni albo na płaszczyźnie.

23 Por. R. Arnheim, *Sztuka i percepcja wzrokowa...*, s. 95.

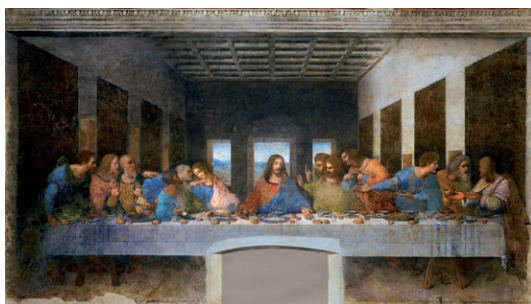
24 Por. R. Arnheim, *Myslenie wzrokowe*, s. 250.



38. René Magritte, *Głos przestworzy* (*La Voix des airs*), obraz olejny w kolekcji Peggy Guggenheim, Wenecja. Źródło: domena publiczna.



A



B

39 A – Mozaika przedstawiająca ostatnią wieczerzę w Basilica di San Vitale w Rawennie, ok. 548; B – Leonardo da Vinci, *Ostatnia Wieczerza*, malowidło ścienne wykonane w refektarzu klasztoru Dominikanów przy bazylice Santa Maria delle Grazie w Mediolanie, 1495–1498. Źródło: domena publiczna.

W obrazie *Głos przestworzy* (il. 38) Magritte zastosował właśnie ten zabieg kompozycyjny. Trzy końskie dzwonki ukazują jakby narastanie i polifoniczność dźwięku. Cztery byłoby za dużo, a dwa nie wypełniłyby dźwiękiem przestworzy. Trzy to w sam raz, wręcz słyszemy bim-bam-bom, patrząc na obraz, gdy pomyślimy o dzwonek.

Na obrazie przedstawiającym ostatnią wieczerzę apostołów ma być dokładnie dwunastu. Nie musimy ich nawet liczyć, jeśli jak w przypadku mozaiki z kościoła San Vitale w Rawennie (il. 39 A) rozpoznamy analogię do dobrze znanej nam sceny z Biblii. Artysta założył, że ukazanie Dwunastu tak, aby było ich łatwo policzyć, nie jest istotne dla ewangelicznego przesłania. Postacie nie są zróżnicowane np. kolorem, nakładają się na siebie, a apostoł drugi od lewej wręcz się ukrył. Rytmiczny układ postaci utrudnia to zadanie liczenia, choć oczywiście uczestnicy ostatniej wieczerzy zostali kolejno skrupulatnie wymienieni. Dwa z trzynastu elementów tego zbioru posiadają etykiety. Wyraźnie zaznaczony jest Jezus – kolorem stroju i nimbem – oraz Judasz. Ponieważ ten drugi przynależy do kategorii „apostoł”, tak jak pozostali ma białą szatę. Jego twarz jako jedyna widziana jest z profilu i wyraźnie oddzielona od sąsiada. Postać Judasza ukazana jest w całości symetrycznie względem Jezusa. Przedstawienie odwołuje się do symboliki liczb i figur geometrycznych: dwie ryby, siedem kawałków chleba na stole, kwadrat na wzorze zwisającego obrusu, powtórzony jako jego niebieskie zdobienie, krąg nimbu itd. Nie jest moim zamiarem wyjaśnienie wszystkich znaczeń bytów matematycznych z zaprezentowanej mozaiki. Te liczbowe sensory, podobnie jak zlewająca się grupa „dwunastki” apostołów, są uzupełnieniem być może najważniejszej idei artysty, ukazanej poprzez dwie wyróżnione postaci odzwierciedlające dobro i zło. Te postaci, pierwsza i ostatnia, zostały na obrazie przedstawione w wizualnej opozycji względem siebie, osiągniętej poprzez ukazaną symetrię i zróżnicowanie barwy szat Jezusa i Judasza.

Struktury wizualne, takie jak symetria, rytm i zasada bliskości, zostały użyte w zupełnie odmienny sposób w *Ostatniej Wieczerzy*

Leonarda da Vinci (il. 39 B). Mają ułatwić liczenie postaci mimo ich dynamiki. Uczestnicy patrzą w różne strony, żywo gestykują, siedząc za stołem przybierają odmienne pozy. Odczuwamy ich myśli, charaktery i nastroje, zaznaczone dodatkowo różną kolorystyką szat. Przyjrzyjmy się teraz układowi postaci, wyraźnie podzielonemu osią symetrii. Jezus statycznie zasiada na środku, a Jego sylweta jest wyraziście oddzielona od sąsiadów i zarysowana na jasnym tle nieba w oknie. W ten sposób dzieli On dwunastu na dwie szóstki, rozbijając rytm kolejnych postaci. Jak wiemy z *Zasad budowy formy architektonicznej* Żórawskiego „elementy, których jest ponad sześć, widzimy zawsze jako wiele”. Dwie grupy po sześć zostały dodatkowo podzielone na trójelementowe podgrupy. Dzieje się tak dzięki zastosowanej *gestaltowskiej* regule bliskości. Poprzez grupowanie Leonardo pokreślił oś symetrii wewnątrz każdej z szóstek, niwelując odczucie rytmu składowych elementów. Zbudował więc inny porządek, oparty na dwóch trójkach. Trzy jest ilością ujmowaną poprzez subitancję na poziomie percepcyjnym. Nie wymaga ona liczenia, ale oczywiście dodanie czy pomnożenie dwóch trójek, a potem dwóch szóstek, aby ujrzeć dwunastu apostołów, wymaga matematycznych kompetencji kulturowych. Leonardo ułatwia nam to zadanie poprzez użycie reguł percepcyjnych, związanych z psychologią postaci i zmysłem liczby. Na obrazie mamy dwie grupy po sześć osób albo cztery po trzy i jedną osobę w centrum. Liczby te nie mają żadnego symbolicznego znaczenia. Są cechą formalną kompozycji obrazu, który ma ukazać istotną liczbę dwunastu uczniów ze swym Mistrzem podczas pożegnalnej uczy.

Wybór określonych ilości w tworzonym komunikacie – obrazie albo opowiadaniu – nigdy nie jest dowolny. Może być związany ze znaczeniem albo symboliką liczby, ale częściej wynika z formalnych własności np. pary, trójki czy siódemki. W ramach kompozycji ich dobór może odbywać się czysto intuicyjnie, na zasadzie dodawania kolejnych elementów, tak aby cały układ właściwie wyglądał. Jednak w naszej „teoretycznej” kulturze stworzono różnorakie

wyjaśnienia i nadano symboliczny sens na przykład siedmiu przejściom utworzonym przez osiem kolumn – są jak dni tygodnia od niedzieli do niedzieli albo jak dźwięki w skali muzycznej itd. Te zmysłowe jakości określonych liczebności, związane z wizualną albo komunikacyjną funkcją, dotyczą raczej małych wartości, ale liczby można mnożyć, potęgować i wywieść z tego, co zmysłowe, zupełnie pozazmysłowe sensory, na przykład w odniesieniu do apokaliptycznej liczby 144 tysiące.

B. Multiplikacje

Postrzeganie liczebności w zakresie małych wartości jest wrodzoną zdolnością percepcyjną człowieka. Zatem dla niego liczebność należy do naturalnego porządku świata. Boyer zalicza liczbę do kategorii ontologicznych²⁵. Aby wpleść liczbę w szersze wierzenia religijne i nadać jej nadprzyrodzoną symbolikę, społeczność nie musi nawet posiadać jakiegokolwiek kulturowo rozwiniętej matematyki. Jednak Boyer (antropolog badający kultury plemienne) nie przytacza żadnego konkretnego wyobrażenia religijnego opartego na liczbie jako kategorii ontologicznej. Zapewne w jakiejś pierwotnej wspólnotie można odnaleźć dawną prototypową opowieść, podobną dla ewangelicznego rozmnożenia chleba, przeczącą prostej intuicji policzalności. Subitancja umożliwia natychmiastową percepcję liczbową kilku obiektów. Aparaty percepcyjne u ludzi są zasadniczo takie same, dlatego zgadzamy się ze sobą w kwestii tego, co i ile czegoś widzimy. Stąd możliwa jest uniwersalność – ważna cecha matematyki w warstwie komunikacyjnej. Przy małej liczbie obiektów nie jest potrzebna żadna rozwinięta umiejętność liczenia. Wystarcza podstawowy mechanizm subitancji. W tym zakresie liczba jako

25 Zob. P. Boyer, *I człowiek stworzył bogów...*, s. 63, 112.

kategoria ontologiczna może funkcjonować u ludzi pozbawionych jakichkolwiek kompetencji matematycznych. Mogą więc oni konstruować wyobrażenia przeczące ontologii na zasadzie, że było coś jednego, ale zniknęło, albo z tego jednego zrobiło się mnóstwo, lub z niczego powstał królik w kapeluszu iluzjonisty. Cudowne rozmnożenia i zniknięcia są częstym motywem różnych sztuczek. Budzą zdziwienie i wymuszają pytania, w jaki sposób powstały magiczne wydarzenia czy zjawiska. Sztuczki wymagają jedynie zręczności. Czym innym jest sztuka wykorzystująca zwielokrotnianie jako efekt na przykład intensyfikacji pewnych znaczeń lub ukazywania jakiejś prawdy czy demaskowania nieprawdy. Zawsze jednak jest to rodzaj gry ze schematami naszego postrzegania i myślenia.

Możliwość druku fotografii w ostatnich dekadach XIX wieku, w połączeniu z triumfem prasy popularnej, doprowadziła do powszechnej rozpoznawalności wielu osób. Znamy z wyglądu polityków, aktorów, piosenkarzy, sportowców, mimo że nigdy nie spotkaliśmy ich w rzeczywistości. Taką moc mają wszelkie media wizualne, które kształtują kulturę popularną. Dzięki transmisji obrazów celebryci stają się niemal częścią naszego domowego środowiska. Szczególnie mocno osadzają się w naszych domach znajomi z seriali, i to równocześnie w dwóch różnych tożsamościach. Jako bliskie nam postacie fikcyjne oraz jako coraz bardziej popularni aktorzy. Telewizja jako medium wywołała w społeczeństwie bezprecedensowe zjawisko – eksplozję popularności wszystkiego, co widzialne i słyszalne. Popularność stała się najważniejszym wymiarem życia.

W sztuce szczególnie cały nurt pop-artu odnosi się do zmian w sposobie postrzegania świata, które zaszły za sprawą wszechobecnych powielanych obrazów, przedmiotów, produktów spożywczych itp. Prawie każdy, zarówno bogaty, jak i biedny, pije tę samą coca-colę i ma w domu telewizor, który wyświetla identyczne, jak u miliardów widzów, twarze znanych ludzi. Wszyscy możemy mieć swoją Marilyn Monroe. Grając z powszechnie przyjętym

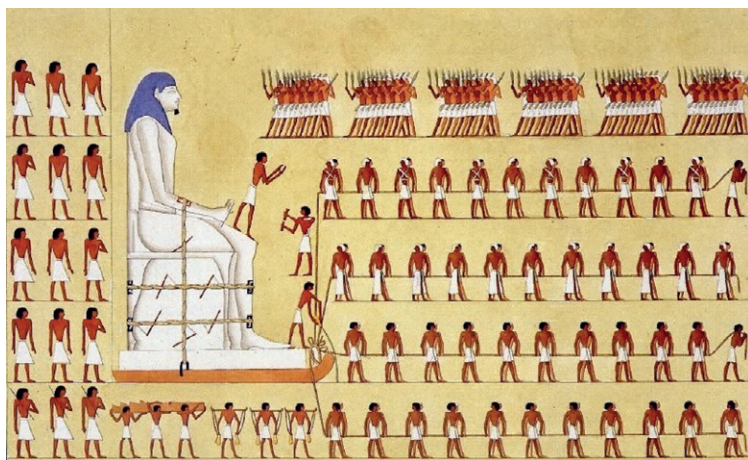
sposobem postrzegania wizerunku jako reprezentacji konkretnej, niepowtarzalnej osoby, Andy Warhol zwielokrotnił tę ikonę popkultury (il. 40) na jednym obrazie 25-krotnie. Doskonale wiemy, jak to zrobił. Nie ma tu żadnej zadziwiającej tajemnicy. Jednak ten obraz jest czymś nieoczywistym, mówi coś o nas i o sposobie, w jaki globalne media zmieniły świat człowieka. Warhol pokazał, że sztuka nie musi – jak religia – tworzyć mitów ani opowieści o cudownych zdarzeniach, aby ukazywać odwieczne prawdy i ludzkie pragnienia.

Kulturowy rozwój matematyki może mieć związek z międzyludzkimi relacjami w podziale pracy i jej owoców. Wiąże to matematykę z religią, której treść objaśnia sensy łączące grupę wyznawców, ustanawia jej hierarchię i umacnia więź wspólnoty. Jednak dopiero kultury posiadające złożony system społeczny, a zatem i duże kompetencje matematyczne, potrafiły włączyć ontologiczną symbolikę liczb do swoich wierzeń, tak aby wzmocnić rolę religii jako siły spajającej państwo. Działo się tak w Mezopotamii i Egipcie, gdzie gromadzono zapisy obserwacji astronomicznych, wyznaczano terminy wylewów rzek, poboru podatków, a wszystko to było ważne dla gospodarowania i dzielenia zasobów. Służyła temu obserwacja i gromadzenie danych dotyczących nieuchronnych zjawisk na niebie, mierzonych i zapisywanych czymś tak niewzruszonym, jak liczba. Sprzyjało to rozwojowi umiejętności matematycznych i astronomicznych wkomponowanych w religię i miało niekwestionowany udział w tym, że niektóre wielkie organizmy państwowe mogły przetrwać więcej niż tysiąc lat.

Kompetencje matematyczne starożytnych Egipcjan manifestują się w unikalnych metodach reprezentacji wizualnej. Na przykładzie ilustracji z grobowca z Dayr al-Barsha (il. 41) ukazane jest przemieszczanie imponującego posągu. W tle obrazu można zauważyć mężczyznę, który starannie wlewa olej, mający na celu nasmarowanie płóz sań. Dodatkowo liny zostały umiejętnie ułożone i zabezpieczone, aby zminimalizować ryzyko uszkodzenia posągu w miejscach,



40. Andy Warhol, *Dwadzieścia pięć kolorowych Marilyn*, serigrafia, 1962, Collection of the Modern Art Museum of Fort Worth. Źródło: domena publiczna.



41. Schemat organizacji złożonego zadania, odwołujący się do ludzkich kompetencji matematycznych. Rekonstrukcja malowidła z grobowca z Dayr al-Barsha, ok. 1900 p.n.e. Źródło: domena publiczna.

gdzie dociskały z większą siłą. Prezentowany posąg to wizerunek Djehutihotepta, szlachcica z okresu XII dynastii, datowany na około 1900 rok przed naszą erą. Obraz ten jest przekazem z głębokiej przeszłości, oferującym cenną lekcję na temat mobilizacji sił do realizacji skomplikowanych zadań.

Na tym staroegipskim technicznym schemacie transportu wielkogabarytowego ładunku możemy dokładnie policzyć potrzebne zasoby ludzkie podzielone na grupy przypisane poszczególnym linom. Poza osobami bezpośrednio zaangażowanymi w dostarczanie siły pociągowej uwieczniono na malowidle innych uczestników zdarzenia. Ich funkcji możemy się jedynie domyślać. Wszyscy ukazani są tak, aby można było ich łatwo dokładnie policzyć. W górnej części przedstawienia w przeciwnym kierunku podążają przypuszczalnie zmiennicy. Idą w sześciu grupach po dziesięciu. Warto zwrócić uwagę, że odcień skóry co drugiego mężczyzny w tych dziesiątkach został zróżnicowany, co ułatwia liczenie. Podobny zabieg zastosował egipski malarz w przypadku osób dostarczających siły pociągowej. Dzięki „różnemu stopniowi opalenizny” widać, że mężczyźni stoją po dwóch stronach liny pogrupowani w pary, co mogło mieć znaczenie dla organizacji pracy albo miało pomóc w liczeniu i zmniejszyć rozmiar tego schematu ideowego, obrazującego proces przemieszczania wielkiego posągu.

Przedstawione w piktograficznej manierze uporządkowane postacie przywodzą na myśl ważny współcześnie obszar projektowania komunikacji wizualnej – infografikę. Podobieństwo to dotyczy dwóch aspektów związanych z matematyką:

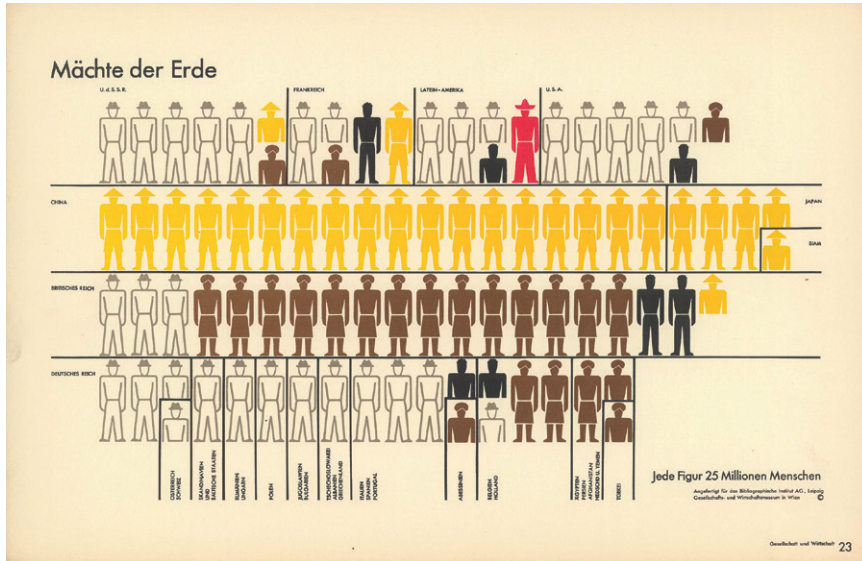
- prezentacji ilości poprzez różne środki wizualne, np. zwielokrotnienia piktogramów,
- ukazania relacji, np. sąsiedztwa, połączenia jako abstrakcyjnej struktury.

Problemy te ukazę w dwóch kolejnych podrozdziałach, odwołując się do współczesnych dokonań w dziedzinie projektowania komunikacji wizualnej.

C. Wizualizacja liczb

Siła świata to tytuł nadany infografice (il. 42) przez Otto Neuratha (1882–1945), twórcę metody wiedeńskiej statystyki obrazów, rozwiniętej później w *Isotype* (International System of Typographic Picture Education). Był to przykład nowatorskiego sposobu wyjaśniania rzeczywistości, gromadzenia, konfigurowania i rozpowszechniania informacji, w tym statystyk, za pomocą języka wizualnego. Termin „infografika” upowszechnił się wprawdzie w drugiej dekadzie XXI wieku, jednak projekty z atlasów i wystaw stworzonych przez zespół Neuratha zasługują na to miano. Zaprezentowana plansza pochodzi ze statystycznego atlasu świata wydanego w 1930 roku²⁶. Ukazuje ona liczebność populacji ludzkiej z podziałem na państwa i rasy. Atlas stworzony według autorskiej metody Neuratha powstał jako odpowiedź na gwałtowne przemiany XX wieku: wzrost populacji, rewolucję technologiczną, pojawienie się nowych państw, grup społecznych. Wraz z tym przeobrażeniem świata powstała potrzeba przekazu informacji w sposób uniwersalny. Atlas został zatem zaprojektowany tak, aby przekazywać złożone informacje za pomocą prostej grafiki, zrozumiałej dla międzynarodowej publiczności niezależnie od językowych kompetencji, narodowości, rasy i wykształcenia. Jest więc ucieleśnieniem celów, jakie przyświecały stworzeniu *Isotype* jako wizualnego języka.

26 [Bez autora], *Gesellschaft und Wirtschaft. Bildstatistisches Elementarwerk. Das Gesellschafts- und Wirtschaftsmuseum in Wien zeigt in 100 farbigen Bildtafeln. Produktionsformen Gesellschaftsordnungen Kulturstufen Lebenshaltungen*, Leipzig 1930. Statystyczny atlas świata stworzony przez zespół Otto Neuratha to mapy ikonograficzne i diagramy przedstawiające informacje statystyczne na różne tematy, w tym ludność, migracje, ludy tubylcze, niewolnictwo, pracę, religię, handel, zasoby naturalne i rozwój miast w czasie. Atlas zawiera 130 luźnych plansz, umieszczonych w teczce i w pudle pokrytym płótnem. Wydawcą był Bibliographisches Institut AG w Lipsku. Zob. <https://www.digital.wienbibliothek.at/urn/urn:nbn:at:AT-WBR-125389> [dostęp 5.07.2024].



42. Sposób ukazywania wielkich liczb poprzez zwielokrotnienie piktogramów. *Siła świata*, karta ze statystycznego atlasu świata stworzonego przez zespół Otto Neuratha, Wydawca – Bibliographisches Institut AG, Leipzig 1930. Źródło <https://www.digital.wienbibliothek.at/urn:urn:nbn:at:AT-WBR-125389>.

Neurath był socjologiem zainteresowanym ekonomią polityczną, filozofem nauki, członkiem Koła Wiedeńskiego. Swą filozofię związał z teorią pedagogiczną, edukacją i psychologią poznawczą. Wszystko to miało socjalistyczne cele polityczne, wynikające z wiary w możliwość współpracy całej ludzkości. Neurath stworzył swego rodzaju prototyp dla interdyscyplinarnej agencji graficznej. W 1926 roku zaprosił do współpracy niemieckiego artystę grafika Gerda Arntza (1900–1988). Jego uproszczony styl graficzny powtarzalnych piktogramów stał się integralną częścią *Isotype*. Realizując ideę Neuratha, Arntz zaprojektował około czterech tysięcy piktogramów. Marie Reidemeister (1898–1986), przyszła żona Neuratha, odgrywała kluczową rolę w zespole *Isotype*. Według dzisiejszej nomenklatury

była menadżerem kolejnych projektów. Dbała o dobrą współpracę między ekspertami a grafikami, analizowała dane otrzymane od specjalistów, sprawdzała, czy prezentacja jest wystarczająco zrozumiała i decydowała o treści opracowań. W zespole zatrudnieni byli analitycy, eksperci od statystyki, historii, geografii, inżynierii, zarządzania, historii sztuki. Metoda Neuratha stała się uniwersalną „edukacją wizualną”, rozwijaną na wystawach, ekspozycjach muzealnych i w książkach. Celem tych przedsięwzięć informacyjnych było wyjaśnianie współczesnego socjologicznego obrazu świata zwykłym obywatelom, w tym dzieciom w wieku szkolnym. *Isotype* był to „język pomocniczy”, któremu zawsze towarzyszyły elementy werbalne.

Pierwsza zasada *Isotype* dotyczyła reprezentowania wielkich liczb. Głosiła, że większe ilości nie są reprezentowane przez powiększony piktogram, kwadrat czy inną figurę, ale przez większą liczbę piktogramów tej samej wielkości. Na przedstawionej planszy (il. 42) pojedynczy piktogram człowieka reprezentuje 25-milionową populację. Zdaniem Neuratha różnicowanie wielkości, np. pola powierzchni kwadratu albo innej figury, nie pozwala na dokładne porównanie, podczas gdy powtarzające się piktogramy, które zawsze przedstawiają stałą wartość na danym wykresie, można w razie potrzeby policzyć. Neurath uważał, że zapamiętywanie uproszczonych obrazów jest lepsze niż zapominanie dokładnych liczb! Dla zachowania przejrzystości istniały dodatkowe wytyczne, dotyczące konfiguracji graficznej piktogramów i użycia koloru. Te zasady „wizualnej gramatyki” *Isotype* zostały najpełniej zebrane w książce *International Picture Language. The First Rules of Isotype* (Międzynarodowy język obrazów. Podstawowe zasady *Isotype*)²⁷ wydanej w 1936 roku w Londynie. Neurath wraz z zespołem przebywał wtedy na wygnaniu w Hadze.

27 O. Neurath, *International Picture Language. The First Rules of Isotype*, London 1936. <https://ia902902.us.archive.org/33/items/internationalpicooneur/internationalpicooneur.pdf> [dostęp 5.07.2024].

Jego idee stały się niebezpieczne dla nacjonalistycznej linii politycznej, jaka wtedy zapanowała w Niemczech i Austrii; zmusiło go to do emigracji. Był to jednak owocny czas dla *Isotype*. Neurath rozpoczął międzynarodową współpracę z klientami w Wielkiej Brytanii, Stanach Zjednoczonych, Meksyku, Niderlandach, rozpowszechniając swe idee po całym świecie²⁸.

Piktogramy *Isotype* wyrażały modernistyczne ideały minimalizmu, funkcjonalizmu, przez co miały wyabstrahowany, uproszczony charakter. Stawały się symbolem reprezentującym liczbę, będąc zarówno indeksem, jak i ikoną (w znaczeniu semiotycznym). Zapis cyfr w dowolnej notacji ma również symboliczny charakter. Małe liczby w zapisie dziesiętnym jakby chwytały oczami jako specyficzne ikoniczne symbole. Jednak większe zestawienia liczb, zwłaszcza o dużych wartościach, wymagają skupienia i analizy, aby zrozumieć, co właściwie wyrażają poprzez swoje abstrakcyjne sensory. Liczby i matematyka zostały niejako „zsyntezowane” z doświadczeń zmysłowych i zamienione na język symboli, nie zawsze wystarczająco czytelny. *Isotype* wraca do tej zmysłowej reprezentacji wielości możliwej do uchwycenia przez estymacje i subitancje. Wielkie liczby stają się wizualną abstrakcją, ukazującą zrozumiale wielkości poprzez multiplikację ikonicznych symboli.

Wypracowany przez *Isotype* język wizualny i sposób prezentowania danych liczbowych poprzez multiplikacje piktogramów jest powszechnie stosowany w dzisiejszej grafice informacyjnej. Być może nie zdajemy sobie sprawy z jego nowatorstwa i stosunkowo krótkiej historii. Multiplikacje piktogramów wydają się czymś zupełnie oczywistym, dlatego nie do końca uświadamiamy sobie wielkość myśli

28 Por. J. Cat, *Otto Neurath*, The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Fall 2022 Edition), eds. E. N. Zalta & Uri Nodelman, <https://plato.stanford.edu/archives/fall2022/entries/neurath/> [dostęp 5.07.2024]; A. Záruba, *Isotype. Demokracja dla wszystkich*, „2+3D” (2006) nr 18, s. 25–29; Z. Kolesár, J. Mrowczyk, *Historia projektowania graficznego*, przeł. J. Goszczyńska, Kraków 2018, s. 200–201.

twórców *Isotype*. Stała obecność we współczesnych infografikach metody Neuratha i współpracowników świadczy o skutecznym rozpoznaniu i właściwym wykorzystaniu przez nich ludzkich mechanizmów kognitywnych związanych z percepcją liczebności.

Wiele procesów i zmian w dziedzinie socjologii i ekonomii zachodzi w postępie geometrycznym. Idea *Isotype*, jako statyczny sposób obrazowania, skupia się przede wszystkim na arytmetycznych sumach, reprezentowanych za pomocą powtórzeń seryjnych. Neurath wraz ze swoimi współpracownikami przeprowadzili kilka wczesnych eksperymentów z filmami animowanymi, co pozwoliło na ukazywanie procesów w czasie. Niemniej jednak dopiero w drugiej połowie XX wieku, wraz z rozwojem filmu i zwłaszcza telewizji, pojawiły się szerokie możliwości popularyzacji nauki za pomocą mediów. Ogólny wzrost poziomu edukacji i rosnąca ilość dostępnej wiedzy stały się wyzwaniem w dziedzinie edukacji i popularyzacji nauki. Nowe technologie, powiązane z najnowszymi odkryciami naukowymi, zaczęły realnie wpływać na otoczenie człowieka. Spektakularne osiągnięcia, takie jak loty w przestrzeń kosmiczną czy tranzystory i technologia komputerowa, budziły ciekawość i chęć zrozumienia, jak mogą one wpłynąć na życie zwykłych ludzi w najbliższej przyszłości.

Synteza nauki, możliwości technicznych i osiągnięć sztuk wizualnych to kluczowy element realizowany przez design. Projektowanie ludzkiego otoczenia, rozumiane w ten sposób, musi uwzględniać wiedzę o człowieku, jego potrzebach, możliwościach poznawczych i interakcjach ze środowiskiem. Stało się to wyrażone w latach 20. i 30. XX wieku, kiedy pojawił się Bauhaus, uczelnia artystyczno-projektowa zupełnie nowego typu. Jednak dopiero po wojnie, zwłaszcza w Stanach Zjednoczonych, nastąpił gwałtowny rozwój nowych technologii, które z wojskowości przeszły do pokojowych zastosowań. W przeciwieństwie do Europy, Ameryka wyszła z wojny silniejsza, z rozwiniętą potęgą przemysłową, gotową do przestawienia się na nowe, cywilne potrzeby. Okres powrotu

do normalności powojennej był czasem budowania rodzinnego życia, co oznaczało urządzenie domu z nowoczesnymi meblami i sprzętami gospodarstwa domowego. Lata 50. w Stanach Zjednoczonych – oprócz upowszechnienia telewizji – to również era różnych urządzeń elektronicznych i optycznych, takich jak miniaturowe tranzystorowe radiodbiorniki, magnetofony szpulowe, amatorskie kamery filmowe i inne. Te wynalazki były ponadto nowym wyzwaniem i szansą rozwoju designu jako koncepcji holistycznego kształtowania środowiska, w tym także przestrzeni informacyjnej.

Jednymi z najbardziej twórczych i wpływowych projektantów tego okresu byli Charles Eames (1907–1978) i Ray Eames (1912–1988), małżeństwo, które wybitnie przyczyniło się do realizacji szlachetnych idei designu jako misji społecznej i edukacyjnej. W dużej mierze dzięki nim amerykański design dołączył do awangardy, łącząc wcześniejsze osiągnięcia miejscowej architektury z nowatorską sztuką. Design stał się elementem amerykańskiego ruchu kulturowego, łączącego takie zjawiska, jak ekspresjonizm abstrakcyjny, jazz czy poezja beatników.

W latach 30. Ray poświęcała się malarstwu. Była jedną z założycielek grupy *American Abstract Artists*. Założona w 1936 roku, grupa AAA promowała sztukę abstrakcyjną w okresie, gdy większość galerii odmawiała jej wystawiania. Ray była już wtedy istotną postacią na nowojorskiej scenie artystycznej, związanej z awangardą²⁹. Natomiast Charles początkowo studiował architekturę na *Washington University* w St. Louis, ale po dwóch latach musiał opuścić uczelnię. Powodem były jego zbyt nowoczesne poglądy i zainteresowanie modernistycznymi architektami. Aby kontynuować studia architektoniczne, przeniósł się w 1938 roku do *Cranbrook Academy of Art* na zaproszenie ówczesnego rektora Eliela Saarinen (1873–1950). Właśnie tam zainteresował się designem. Na tym polu odniósł

29 Por. D. Eames, *An Eames Primer*, New York 2013, s. 73.

pierwszy wielki sukces, projektując z Eero Saarinenem (1910–1961, syn Eliela) zestaw mebli, w skład którego wchodziło krzesło z formowanej sklejki o rzeźbiarskiej organicznej formie. Był to zwycięski projekt w konkursie *Organic Design in Home Furnishing* [Wzornictwo organiczne w urządzeniu domu] zorganizowanym przez Museum of Modern Art w Nowym Yorku (MoMA) w 1940 roku. W czasie prac nad zestawem mebli Charles współpracował z przyszłą żoną; wtedy jeszcze Ray Kaiser. Pomagała mu ona w kwestii projektowania graficznego. Ray była wówczas studentką Cranbrook Academy of Art. Zapisala się tam w 1940 roku na różne kursy, aby poszerzyć swoją poprzednią edukację artystyczną w zakresie malarstwa. W 1943 roku Ray i Charles założyli Eames Office. Ich biuro projektowe funkcjonowało w tym samym miejscu, w dawnym garażu w Venice, dzielnicy Los Angeles, aż do śmierci Ray w 1988 roku³⁰.

Chyba tylko bliska współpraca kobiety i mężczyzny mogła zaowocować tak wielkim, historycznym wkładem w totalny design. Odmienne wrażliwości, dostrzeganie ludzkich potrzeb z różnych perspektyw, bliskość postaw i wspólna pasja dawały napęd tej parze do wytężonej pracy. Obszar i wpływ ich działań był ogromny – nowoczesna architektura, wzornictwo przemysłowe, projektowanie graficzne, wystawiennictwo, sztuki plastyczne. Szczególne zainteresowanie teatrem i fotografią popchnęło ich w kierunku twórczości filmowej. Film był w tym czasie dziedziną odważnych pomysłów i eksperymentowania. Wyprodukowali 125 poglądowych filmów krótkometrażowych. Wiele z nich dotyczy zagadnień związanych z designem – prezentuje proces projektowy i ideę rozmaitych przedmiotów. Tematem niektórych z filmów są doświadczenia wizualne wyniesione z ich podróży do Indii i Meksyku³¹. Najbardziej zaska-

30 Zob. D. Eames, *An Eames Primer*, s. 93nn.

31 Zob. D. Eames, *An Eames Primer*, s. 143nn.

kujące inwencją twórczą są jednak filmy związane z wyjaśnianiem osiągnięć nauki i rozwijającej się technologii komputerowej³².

Kiedy w 1961 roku California Museum of Science and Industry w Los Angeles otworzyło nowe skrzydło, o wsparcie w organizowaniu wystawy inauguracyjnej poproszono IBM oraz zwrócono się do Charlesa i Ray Eamesów o zaprojektowanie wystawy. Była to pierwsza z wielu wystaw zaprojektowanych przez Eames Office. Mieli oni już w swym portfolio filmy związane z teorią przetwarzania informacji, odwołujące się do metod numerycznych i matematyki – *A Communications Primer* (1953) i *An Introduction To Feedback* (1960). Filmy te przedstawiają podstawy teorii komunikacji w kategoriach codziennego doświadczenia. Prezentują analogie między zwykłymi międzyludzkimi sytuacjami związanymi z porozumiewaniem się a tym, jak działa komputer. Na polu popularyzacji nauki, a zwłaszcza zastosowań matematyki w opisie świata i teorii informacji, zrodziła się współpraca Eames Office z IBM³³. Wystawa z 1961 roku o tytule *Mathematica: A World of Numbers... and Beyond* była kontynuacją tych działań. Tytuł wystawy odnosi się do idei mówiącej, że liczby to oczywiście matematyka, ale świat liczb to zaledwie niewielka część tego, czym się ona w istocie zajmuje. Odwiedzający wystawę mogli zachwycać się pięknem matematyki i dowiedzieć się, jak kształtuje ona rzeczywistość. Na przykład jedno ze stanowisk (il. 43) przedstawiało bańki mydlane jako ilustrację „minimalnej powierzchni”, najmniejszego obszaru rozciągniętego na danym zamkniętym przestrzennym konturze³⁴. Problem ten był rozważany m.in. przez włosko-francuskiego matematyka Josepha Louisa Lagranger (1736–1813). Na wystawie prezentowano także oś czasu „ludzi nowoczesnej matematyki” od roku 1000 naszej ery do współczesności.

32 Zob. D. Eames, *An Eames Primer*, s. 188.

33 Zob. D. Eames, *An Eames Primer*, s. 21–23, 168.

34 Por. R. Courant, H. Robbins, *Co to jest matematyka?*, s. 488nn.



43. Obrazowanie matematycznych problemów w postaci fizycznych modeli. Ray i Charles Eamesowie, wystawa *Mathematica: A World of Numbers... and Beyond*, 1961. Jedno ze stanowisk przedstawiające zagadnienie minimalnej powierzchni. Źródło: domena publiczna.

Wystawa przeżyła budynek, w którym była pierwotnie prezentowana, został on rozebrany w 1998 roku. 37 lat trwania wystawy prezentującej naukę jest czymś wyjątkowym. Tego rodzaju ekspozycje są zwykle wymieniane po kilku latach. Tymczasem po zamknięciu siedziby matematyczna wystawa stworzona przez Eames Office zaczęła podróżować, podobnie jak wcześniej jej dwie kopie powstałe w latach 60.³⁵ Widzowie mogli się tam zapoznać z podstawowymi pojęciami matematycznymi za pomocą interaktywnych urządzeń i grafiki. O klasie wystawy i wielkości jej autorów świadczy to, że w nieco zmienionej formie wiele lat przyciągała zwiedzających i uprzyśtępiała tak trudną i zwykle nielubianą dziedzinę wiedzy.

35 Por. D. Eames, *An Eames Primer*, s. 181.

Sukces tej edukacyjnej wystawy znalazł swą kontynuację w filmach o nauce i matematyce, tworzonych przez Eamesów przy wsparciu IBM. Bezpośrednio z wystawą związanych jest pięć filmów z cyklu zatytułowanego *Mathematics Peep Shows*³⁶ (il. 44).

Wszystkie powstały w 1961 roku, a każdy z nich trwa niewiele ponad dwie minuty. Mimo to dzięki animacji prezentowane zagadnienia ułatwiają zrozumienie niektórych matematycznych problemów. Film *Something About Functions*³⁷ wprowadza w ważne matematyczne pojęcie funkcji poprzez zrozumiałe przykłady, jak wysokość płonącej świecy w funkcji czasu czy wzrost dziecka z upływem lat. Film *2n*³⁸ poprzez zabawną animację legendy o wynalezieniu szachów pokazuje, co się dzieje, gdy wielokrotnie podwaja się liczbę. Kolejne z omawianej serii to *Erostranes*³⁹ o pomiarze obwodu ziemi; *Symetry*⁴⁰ wprowadzający w pojęcia różnych stopni symetrii i *Topology*⁴¹ – wizualnie tłumaczący twierdzenie Jordana o krzywych⁴². Inna późniejsza animowana seria to trzy filmy powstałe we współpracy z matematykiem Raymondem Redhefferem (1921–2005). Zostały zrealizowane w formie animacji manipulowania symbolami

36 Zob. D. Eames, *An Eames Primer*, s. 188 i 268.

37 Charles and Ray Eames, *Something About Functions*, film 1961, <https://www.youtube.com/watch?v=aGxkXjsBwlE&list=PLNEqylJnMBqTJ7wiKwsQfTfPXOl0HRb40&index=4> [dostęp 5.07.2024].

38 Charles and Ray Eames, *2n*, film 1961, <https://www.youtube.com/watch?v=2OuJhaqeUbo&list=PLNEqylJnMBqTJ7wiKwsQfTfPXOl0HRb40&index=5> [dostęp 5.07.2024].

39 Charles and Ray Eames, *Erostranes*, film 1961, <https://www.youtube.com/watch?v=wPR3XhIDP9w&list=PLNEqylJnMBqTJ7wiKwsQfTfPXOl0HRb40> [dostęp 5.07.2024].

40 Charles and Ray Eames, *Symetry*, film 1961, <https://www.youtube.com/watch?v=OHA6Hcj7P8o&list=PLNEqylJnMBqTJ7wiKwsQfTfPXOl0HRb40&index=3> [dostęp 5.07.2024].

41 Charles and Ray Eames, *Topology*, film 1961, https://www.youtube.com/watch?v=vTJ_tjVJBf4&list=PLNEqylJnMBqTJ7wiKwsQfTfPXOl0HRb40&index=2 [dostęp 5.07.2024].

42 Zob. R. Courant, H. Robbins, *Co to jest matematyka?*, s. 317.



44. Ray i Charles Eamesowie, wybrane kadry z filmów z cyklu *Mathematics Peep Shows* z 1961. Źródło: domena publiczna.

$$\frac{(1+\alpha)1-1(1-\alpha)}{(1+\alpha)1+1-\alpha}$$

A

$$2+3 = 2 \times 3$$

$$4 = \times \times \times \times$$

B

$$y = x^2$$

$$y + \dot{y}\Delta = (x + \dot{x}\Delta)^2$$

$$x^2 + 2x\dot{x}\Delta + \dot{x}^2\Delta^2$$

C

45. Ray i Charles Eamesowie, wybrane kadry z filmów. A – *Alpha*, 1972; B – *Exponents*, 1973; C – *Newton's Method of Fluxions: An Introduction to Differential Calculus*, 1974. Źródło: domena publiczna.

na tablicy. Nie zawierają narracji i trwają od półtorej minuty do ponad trzech minut.

Są to: *Alpha*⁴³ z 1972 roku, która zaczyna się od wyrażenia algebraicznego, rozwija je, a następnie sprowadza do pierwotnej postaci; *Exponents* z 1973 roku wyjaśniający zachowanie poszczególnych wykładników i przedstawiający ogólne prawa wyrażen wykładniczych; *Newton's Method of Fluxions: An Introduction to Differential Calculus* z 1974 roku tłumaczący, czym jest rachunek różniczkowy, gdzie ilustracją jego wykorzystania jest związek między grawitacją a logarytmem prędkości spadających ciał (il. 45). Lapidarne, zarazem krótkie formy tych filmów uświadamiają możliwości, jakie daje film w prezentowaniu wiedzy abstrakcyjnej⁴⁴.

Spośród wszystkich filmów Eamesów największy rozgłos uzyskał *Power of Ten*⁴⁵ z 1977 roku (il. 46). Został on zachowany w National Film Registry of the Library of Congress ze względu na znaczenie kulturowe, historyczne i estetyczne. Nie jest to już prosta animacja, jak wcześniej opisane filmy, i trwa dłużej, bo aż dziewięć minut. Autorzy w pełni wykorzystali możliwości medium, jakim jest film, ukazując zmienność i relatywną wielkość obiektów. Wizualizują gigantyczne i bardzo małe liczby. Film ten nie prezentuje wyłącznie wiedzy matematycznej, lecz opowiada, podobnie jak *Isotype* Neuratha, o świecie. Nie jest to jednak socjologia ani geografia. *Power of Ten* ukazuje obrazy fizycznej i biologicznej rzeczywistości: galaktyki, atomy, tkanki, komórki. Jak możemy przeczytać na jego początku, jest to: „Film traktujący o względnej wielkości we wszechświecie i o efekcie dokładania kolejnego zera”. Widzimy na nim skalę rzeczy w geometrycznych przyrostach kolejnych potęg liczby dziesięć.

43 Charles and Ray Eames, *Alpha*, film 1972, <https://www.youtube.com/watch?v=vPMen79GE8U> [dostęp 5.07.2024].

44 Zob. D. Eames, *An Eames Primer*, s. 268, 188.

45 Charles and Ray Eames, *Power of Ten*, film 1977, <https://www.youtube.com/watch?v=ofKBhvDjuyo> [dostęp 5.07.2024].

Aby dać nam odczuć relację wielkich wartości do mikroskopowej skali, film zabiera nas w podróż do granic znanego nauce kosmosu. Następnie podróżujemy w głąb materii. Na końcu filmu, w tym mikrokosmosie, widzimy kadr wypełniony kolorowymi, śmigającymi plamami. Wtedy słyszymy kwestię: „Czy to mogą być jakieś kwarki w intensywnym oddziaływaniu?”. Narratorem filmu był fizyk Philip Morrison (1915–2005) znany z badań w dziedzinie atomistyki i astrofizyki, ale także z licznych występów w popularnonaukowych programach amerykańskiej telewizji⁴⁶.



46. Charles i Ray Eamesowie, kadry z filmu *Power of Ten*, 1977, Źródło: <https://www.youtube.com/watch?v=ofKBhvDjuy0> [dostęp 5.07.2024].

Aby ukazać porównanie skali odległych obiektów, twórcy filmu musieli znaleźć sposób obrazowania liczb przekraczających ludzkie doświadczenia zmysłowe. Używając znanej nam ucieleśnionej metafory góra/dół, oddalamy się wbrew grawitacji od powierzchni ziemi, aby potem spadać w kierunku najmniejszych cząstek materii.

46 Zob. D. Eames, *An Eames Primer*, s. 245–250.

W pierwszym kadrze naszej podróży widzimy z góry fragment piknikowego koca, na którym drzemie mężczyzna. Pokazany kwadratowy obraz ma bok o długości jednego metra. Na czarnym marginesie po jednej stronie ekranu podany jest wymiar: 1 metr, a na drugim pokonana odległość, wyrażona potęgą 10 metrów. Na początku jest to 1 metr 10^0 metra. Kamera zaczyna się oddalać. Narrator mówi, że będziemy patrzeć na scenę co 10 sekund z odległości 10 razy większej. Oglądając film, oddalamy się płynnie, a co każdą kolejną potęgę w dziesięciosekundowych odstępach na marginesach pojawiają się nowe wartości; kolejno: 10 metrów i 10^1 metra, 100 i 10^2 metrów, 1000 i 10^3 metrów itd. Na końcu tej podróży w górę pojawia się wartość 100 milionów lat świetlnych i 10^{24} metrów. Padają słowa, że bogactwo materii w naszym sąsiedztwie jest wyjątkiem, w większości przestrzeni kosmicznej pustka jest czymś normalnym, a galaktyki są jak unoszące się drobiny kurzu. Po drodze w górę widzimy kolejno na przykład lotniczy obraz miasta nad jeziorem, kulę ziemską, Układ Słoneczny, dysk naszej galaktyki, a następnie konstelacje gwiazdne z odległości 10^{16} metrów. Z odległości 10^{24} metrów zaczynamy spadać na ziemię – z prędkością jednej potęgi dziesięciu metrów w dwie sekundy – do punktu startowego. Teraz następuje płynne przybliżanie do dłoni mężczyzny w tempie o jedną ujemną potęgę dziesięciu w dziesięciosekundowych odstępach. Na bocznych marginesach widzimy kolejno: 10 centymetrów i 10^{-1} metra, 1 centymetr i 10^{-2} metra, 1 milimetr i 10^{-3} metra itd., a na końcu podróży do mikroświata, kiedy widzimy już kwarki, pojawia się wartość 0,00001 angstromów i 10^{-15} metra. Ta podróż w głąb materii ukazuje między innymi różne struktury biologiczne, nici DNA, atom węgla i cząstki elementarne w jego wnętrzu.

Zarówno *Isotype*, jak i *Power of Ten* to modele wizualne, które umożliwiają zobrazowanie ogromnych wartości liczbowych. Pokazują analogię pomiędzy doznaniem zmysłowym a liczbami poprzez multiplikację ideogramów (*Isotype*) czy odczucie odległości

w pokonanej przestrzeni (Eames Office). *Isotype* zaproponowało nowe ikoniczne symbole do porównywania populacji liczonych w milionach. Film Eamsów umożliwia doświadczenie i zrozumienie konwencji skali logarytmicznej, wyrażonej poprzez kolejne potęgi dziesięciu. Oba zadania, jakich podjęli się zaprezentowani projektanci informacji – *Isotype* i Eames Office – są podobne do zmagają, gdy ludzkość stwarzała wizualne znaki liczbowe jako np. nacięcia na kości, reprezentujące poprzez analogię odliczane obiekty albo upływające dni. Te pierwsze znaki z czasem łączone w pęczki stały się poprzez metaforyzację prostymi symbolami abstrakcyjnych liczb⁴⁷. Suma współczesnej wiedzy wymaga od opisu świata bardziej wyrafinowanych znakowań. W socjologii i ekonomii wystarczają zwykle symbole arytmetycznie reprezentowanych dużych liczebności. Opis przyrody w mikro- i makroświecie wymaga reprezentacji jeszcze większych liczb i geometrycznego skalowania. Myślę, że tak jak w zamierzonych czasach, również współcześnie tylko konceptualne podejście do wizualnych treści może wytworzyć i utrwalić metaforyczne symbole, funkcjonujące w popperowskim świecie 3, czyli w kulturze. Jest to zadanie dla ludzi posługujących się biegle narzędziem poznania, jakim jest sztuka wizualna łącząca to, co zmysłowe z tym, co pojęciowe.

D. Grafy

Liczby są tylko częścią matematyki, co Eamesowie podkreślili w tytule swojej wystawy z 1961 roku (*Mathematica: A World of Numbers... and Beyond*). Wykorzystanie wizualizacji sprawia, że wiele zagadnień staje się zdecydowanie prostszych do zrozumienia, niż gdybyśmy musieli opierać się wyłącznie na sekwencjach symboli. Dobrymi przykładami są tutaj: wyznaczanie trasy na mapie czy wyszukiwanie

47 Por. G. Ifrah, *Dzieje liczby...*, s. 79.

pozycji w obszernym katalogu bibliotecznym. Struktura sieciowa jest doskonałym narzędziem do opisywania problemów związanych z sąsiedztwem, połączeniami, zależnościami między różnymi kategoriami czy hierarchiami. Przykładowymi sieciami mogą być drzewa genealogiczne, algorytmy działania, schematy kategoryzacji czy dychotomii. Stanowią one jeden z najczęściej spotykanych typów infografik.

W średniowiecznych manuskryptach o tematyce prawnej możemy odnaleźć grafy zawierające tabele pokrewieństwa i powinowactwa, używane przez urzędników kościelnych do określania relacji pokrewieństwa, a następnie zatwierdzania lub odrzucania małżeństw. Związki „powinowactwa” mogły stanowić przeszkodę w zawieraniu kolejnych małżeństw w przypadku śmierci jednego z małżonków. Na przykład w linii prostej mężczyzna nie mógł poślubić swojej wdowiastej teściowej lub synowej, z kolei w linii bocznej mężczyzna nie może poślubić wdowy po swoim wuju lub kuzynki albo siostrzenicy swojej żony. Przykładem są zaprezentowane iluminacje (il. 47) pochodzące z manuskryptu powstałego w Neapolu około 1270–1300 roku, zawierającego tekst Dekretu Gracjana⁴⁸. Oryginalny traktat został napisany według metody scholastycznej przez Gracjana, prawnika z Bolonii, około 1140 roku. Jego popularność przyczyniła się do powstawania przez kolejne stulecia ogromnej ilości kopii, w wielu z nich możemy odnaleźć podobne iluminacje.

Około 270 roku Porfiriusz napisał w języku greckim dzieło pt. *Isagoga*, stanowiące wprowadzenie do *Kategorii* Arystotelesa. Znalazł się tam interesujący schemat w formie drzewa. Za sprawą przekładu Boecjusza, a potem Al-Farabiego dzieło to zostało upowszechnione i schemat drzewa logicznego na stałe zagościł w repertuarze

48 *Decretum Gratiani*, Neapol, ok. 1270–1300, manuskrypt w zbiorach Cleveland Museum of Art, nr 1929.451, <https://www.clevelandart.org/art/1929.435> [dostęp 8.02.2023].



47. Iluminacje ukazujące tabelę powinowactwa i tabelę pokrewieństwa w *Decretum Gratiani*, Neapol, ok. 1270–1300; manuskrypt w zbiorach Cleveland Museum of Art., nr 1929.451.



A



B



C

48. Iluminacje obrazujące schemat w formie drzewa logicznego. A – iluminacja w: Porphyrii, *Porphyrii Isag. et Arist. quaedam, Boethii Lib. Division*, XIII w., manuskrypt w zbiorach Biblioteca Medicea Laurenziana; Plut. II sin. 5 f.2r; B – iluminacja w: Petri de Hispania, *Summulae logicales*, 1201–1272, manuskrypt w zbiorach Bibliothèque Nationale de France, Ms lat. 16611, f. 11v; C – iluminacja w: Paolo Veneto, *Loyca parva...* Perugia 1475, manuskrypt w zbiorach University of Pennsylvania Libraries, nr inw. LJS 457, f. 7v, <https://openn.library.upenn.edu/Data/0001/html/ljs457.html#a7v> [dostęp 5.07.2024].

obrazowania logiki. W XIII wieku drzewo Porfiriusza opisał Piotr Hiszpan w traktacie *Summulae logicales*⁴⁹. Mamy zatem ogromną ilość drzew Porfiriusza w manuskryptach średniowiecznych. Najwięcej zachowało się iluminacji opartych na schemacie diagramu drzewa. Przykładem jest kopia dzieła *Isagoge* z XIII wieku (il. 48 A) w zbiorach Laurenziana⁵⁰.

Drugą, mniej popularną formą obrazowania, jest drzewo z wszelkimi jego atrybutami typu gałęzie i liście. Tego rodzaju schematy są charakterystyczne dla dzieł późniejszych, zawierających traktat Piotra Hiszpana. Interesującym przykładem jest manuskrypt nr 16611 (il. 48 B) w zbiorach Bibliothèque Nationale de France⁵¹. Drzewo obecne jest także w manuskryptach późnego średniowiecza (il. 48 C)⁵², inkunabułach i drukach nowożytnych. Pojawia się również w malarstwie ściennym baroku. Drzewa te mają często dość wyszukaną formę, nieco zaciemniającą czytelność schematu pojęciowego, jednak owe ozdobniki i zastosowane barwy sprzyjają zapamiętywaniu prezentowanych treści.

Teoria grafów powstała w XVIII wieku. Przyczyniła się do powstania topologii – ważnej dziedziny matematyki rozwijanej w znaczący sposób od drugiej połowy XIX wieku. Topologia, a więc i teoria

49 Por. A. Verboon, *The Medieval Tree of Porphyry: An Organic Structure of Logic, w: The Tree. Symbol, Allegory, and Mnemonic Device in Medieval Art and Thought*, eds. P. Saloni, A. Worm, Turnhour 2014, s. 96.

50 Porphyrii, *Porphyrii Isag. et Arist. quaedam, Boethii Lib. Division*, XIII w., manuskrypt w zbiorach Biblioteca Medicea Laurenziana, sygn. Plut. II sin. 5 f. 2r, <http://mss.bmlonline.it/s.aspx?Id=AWOMTc7hI1A4r7GxMWgu&c=Porphyrii%20Isag.%20et%20Arist.%20quaedam,%20Boethii%20Lib.%20division#/book> [dostęp 5.07.2024].

51 Petri de Hispania, *Summulae logicales*, 1201–1272, manuskrypt w zbiorach Bibliothèque nationale de France, nr inw. Ms lat. 16611, f. 11v, <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b90768515/f10.item> [dostęp 5.07.2024].

52 Zob. Paolo Veneto, *Loyca parva...*, Perugia 1475, manuskrypt w zbiorach University of Pennsylvania Libraries, nr inw. LJS 457, f. 7v, <https://openn.library.upenn.edu/Data/0001/html/ljs457.html#a7v> [dostęp 5.07.2024].

grafów, wyrasta z geometrii, ale nie zajmuje się pojęciami ilościowymi, takimi jak długość czy miara kąta. Topologia pyta o ogólniejsze właściwości brył i figur geometrycznych, płaszczyzn i przestrzeni. Przestrzenne struktury możemy rozciągać, zginać, zgniatać, tak jakby były na przykład z gumy, a pewne ich cechy pozostają niezmiennie. Co więcej, do pewnego stopnia są one nadal rozpoznawalne – w psychologii tę własność percepcji nazwano niezmiennością (*invariance*) – proste obiekty możemy rotować, skręcać, zmieniać skalę, odkształcać sprężystość, zmieniać oświetlenie i na przykład materiał czy kolor różnych fragmentów takiego transformowanego przedmiotu. Tak przekształcane obiekty zachowują swoją tożsamość – są rozpoznawalne. Niezmiennność jako właściwość ludzkiego aparatu poznawczego jest ważną konstatacją psychologii postaci.

Niezmiennność można odnieść do zagadnień, którymi zajmuje się topologia. Z punktu widzenia topologii ważne są jedynie takie cechy opisywanych obiektów, jak sąsiedztwo i połączenie – badane są przekształcenia, które nie rozrywają różnych części ani nie zlepiają ich. Samą nazwę dziedziny – topologia – można tłumaczyć jako teorię umiejscowienia: zajmuje się tym, co jest koło czego i z czym związane. Możemy np. deformować puszkę po piwie, sprasować ją na płasko i dopóki nie pęknie i nie pojawią się w niej dziury, będzie z punktu widzenia topologii tym samym obiektem. Ściślej mówiąc, powierzchnie nowej puszki i tej sprasowanej będą topologicznie równoważne.

Szczególnym przedmiotem rozważań topologii są grafy. Zagadnienia z nimi związane są dość proste do zrozumienia. W życiu codziennym często nie zdając sobie z tego sprawy, posługujemy się grafami, choćby w sytuacji, gdy ustalamy pokrewieństwo albo szukamy pliku w katalogach i podkatalogach komputera. Matematyczna teoria grafów ma szerokie zastosowanie praktyczne. Bada liniowe połączenia między punktami. Dlatego jest używana m.in. w logistyce, projektowaniu wszelkich struktur sieciowych: drogowych,

teleinformatycznych czy energetycznych, ale także w architekturze, gdzie pomaga zoptymalizować powiązania między pomieszczeniami oraz układ komunikacyjny wewnątrz budynków. Struktury chemiczne również mogą być reprezentowane jako grafy przestrzenne, gdzie wierzchołki symbolizują atomy składające się na cząsteczkę.

Z punktu widzenia matematyki grafy są to struktury przestrzenne, składające się z krawędzi i wierzchołków. Bryły wielościenne pozbawione ścian są rodzajem grafów. W takich strukturach krawędzie łączą wierzchołki⁵³. Ale również drzewo genealogiczne dla badacza grafów składa się z krawędzi i wierzchołków. Czasem stosuje się tu inne terminy; wierzchołki nazywa się punktami albo węzłami, a krawędzie łączami. Ponieważ w topologii ważne są tylko relacje sąsiedztwa, przestrzenną strukturę można dowolnie deformować, tak jakby krawędzie były z gumy, byle tylko nie pozrywać połączeń między wierzchołkami. Mimo ich przestrzenności większość grafów najwygodniej przedstawić jako spłaszczone w postaci rysunków (il. 49).

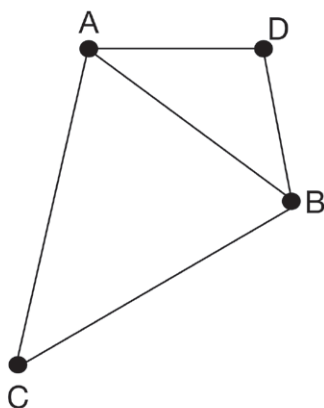


49. Przykładowy przestrzenny graf jako połączenie wierzchołków krawędziami przedstawiony na płaszczyźnie. Opracowanie graficzne: autor.

Ważną cechą wierzchołka grafu jest jego stopień, czyli liczba krawędzi, jaka z niego wychodzi. Na prostym grafie (il. 50) wierzchołki A i B mają trzeci stopień, podczas gdy wierzchołki C i D są drugiego

53 Por. R. Courant, H. Robbins, *Co to jest matematyka?*, s. 307.

stopnia. Problemem, który pozwala rozwiązywać teoria grafów, jest np. znalezienie takiej drogi, aby przejść z punktu C do D, pokonując jak najmniej krawędzi. Na tak prostym grafie zadanie to jest banalne. Dzięki potędze „myślenia wzrokowego”, przesuując nasze spojrzenie po krawędziach, od razu wiemy, że mamy dwa możliwe warianty spełniające ten warunek: CBD i CAD.



	A	B	C	D
A	0	1	1	1
B	1	0	1	1
C	1	1	0	0
D	1	1	0	0

50. Prosty graf wraz z interpretacją numeryczną w postaci tabeli. Opracowanie graficzne: autor.

Graf może mieć swoją interpretację numeryczną w postaci tabeli. Analiza struktury grafu, a także wybór na podstawie tabeli najkrótszego połączenia między węzłami są trudne i nieintuicyjne, nawet w przypadku niewielkiej liczby węzłów. Tego rodzaju tabele, zwane listami sąsiedztwa, oczywiście o wiele bardziej złożone, są używane przez programy komputerowe, które z setek tysięcy możliwości wybierają najkrótszą drogę. Problemy związane z optymalizacją trasy na bardzo złożonej siatce połączeń muszą rozwiązywać firmy logistyczne, ale i kurierzy rowerowi. Wszyscy też zapewne zetknęli się z łamigłówkami w rodzaju – jak przerysować ołówkiem daną figurę, tak aby każdą linię pokonać tylko raz, bez odrywania narzędzia

od papieru. Do rozwiązania takich zagadek może się przydać pierwsze twierdzenie dotyczące grafów, a więc i topologii, sformułowane przez szwajcarskiego matematyka Leonharda Eulera (1707–1783). Rozważał on ogólne pytanie: jak, mając daną strukturę zwaną grafem, można przejść przez wszystkie jej segmenty, wchodząc w każdy z nich tylko jeden raz. Taki graf można narysować ciągłym ruchem, nie odrywając ołówka od papieru. Nosi on nazwę „ścieżka Eulera”. Twierdzenie dotyczące własności takiego grafu brzmi następująco:

Graf ma ścieżkę Eulera wtedy i tylko wtedy, gdy ma dwa i tylko dwa wierzchołki o stopniu nieparzystym. Ponadto każda ścieżka Eulera zaczyna się w jednym z wierzchołków o stopniu nieparzystym, a kończy w drugim⁵⁴.

Powyższy prosty graf (il. 50) ma ścieżkę Eulera bowiem tylko dwa z jego wierzchołków A i B mają stopień nieparzysty, a wszystkie pozostałe wierzchołki mają parzystą liczbę połączeń. Aby przerysować ten graf po ścieżce Eulera, należy postawić ołówek w jednym z wierzchołków o stopniu nieparzystym i przechodząc przez kolejne krawędzie, zakończyć w drugim nieparzystym wierzchołku. Inny szczególny rodzaj grafów, spełniający warunki ścieżki Eulera, opiera się na twierdzeniu że:

Graf ma cykl Eulera wtedy i tylko wtedy, gdy każdy jego wierzchołek ma stopień parzysty⁵⁵.

54 G. Chartrand, L. Lesniak, P. Zhang, *Graphs & Digraphs*, Boca Raton–London–New York 2016, s. 119.

55 G. Chartrand, L. Lesniak, P. Zhang, *Graphs & Digraphs*, s. 118.

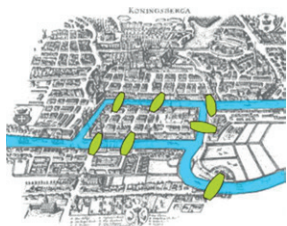
Graf, o którym mowa, możemy narysować, zaczynając w dowolnym wierzchołku, przechodząc następnie przez wszystkie jego krawędzie i zakończyć w miejscu, gdzie rozpoczęliśmy. Po przeczytaniu tych twierdzeń wszyscy mamy w wyobraźni proste przykładowe grafy i chęć ich narysowania, aby przy użyciu „myślenia wzrokowego” przetestować poprawność twierdzeń Eulera.

Rozważania Eulera zainspirował problem mostów zbudowanych na płynącej przez Królewiec rzece Pregole. Rzeka rozgałęzia się i tworzy dwie wyspy, które w tamtym okresie łączyło ze sobą i z lądem siedem mostów. Legenda mówiła o zmaganiach mieszkańców z następującą zagadką: jak przejść przez wszystkie siedem mostów Królewca, nie przechodząc dwukrotnie przez ten sam most? Euler podejmując to zagadnienie, ustanowił fundamenty teorii grafów, udowadniając, że zadanie jest niewykonalne. Jego przemyślenia wykraczały daleko poza granice konkretnego przypadku mostów Królewca. Euler, zamiast oprzeć się na topograficznym planie miasta, stworzył abstrakcyjny, zatem uniwersalny schemat. Aby to łatwiej uzmysłować, przedstawiam kolejne stopnie upraszczania złożonej struktury, jaką jest topograficzny plan miasta (il. 51 A, B, C). Euler przyjął, że ważna jest wyłącznie kolejność przekraczanych mostów, zredukował więc wyspy i brzegi do wierzchołków grafu, a mosty do krawędzi. W ten sposób stworzył abstrakcję wizualną, redukując rzeczywistość do reprezentującego ją grafu (il. 51 C). Jak wiemy, graf można dowolnie deformować, ważne jest tylko, aby konkretne punkty pozostawały połączone. Poszczególne wierzchołki reprezentują dwie wyspy i dwa brzegi, a krawędzie grafu to siedem mostów. Zostały one ukazane na żółto na planie Królewca oraz na pośrednim schemacie przedstawiającym układ wody i lądów połączonych mostami. W ostatecznym grafie reprezentującym jedynie układ połączeń, mamy wierzchołki (zamiast lądów), jako cztery kropki oraz siedem linii (zamiast mostów) łączących te punkty w określonym porządku⁵⁶.

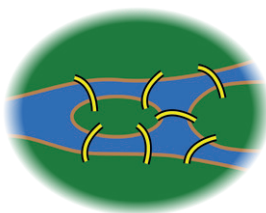
56 Por. G. Chartrand, L. Lesniak, P. Zhang, *Graphs & Digraphs*, s. 115–116.

Ze wszystkich wierzchołków wyprowadzona jest nieparzysta liczba krawędzi. Wierzchołki z nieparzystą liczbą krawędzi są aż cztery, czyli więcej niż dwa. Zgodnie z twierdzeniami Eulera, taka konfiguracja uniemożliwia przemierzenie miasta tak, aby każdy most, reprezentowany na grafie przez linie, przejść tylko raz. Odpowiednia trasa wymagałaby, aby z każdego fragmentu lądu tyle samo razy się wchodziło, co go opuszczało. Tym samym każdy punkt w grafie, odpowiadający konkretnemu brzegowi lub wyspie, musiałby być połączony z innymi za pomocą parzystej liczby linii, by tak zaplanowany spacer mógł się odbyć. Innymi słowy, każdy segment lądu wymagałby połączenia parzystą liczbą mostów, bez względu na ich łączną liczbę, aby możliwe było pokonanie każdego z nich jedynie raz. Alternatywnie, wśród obszarów połączonych parzystą liczbą mostów mogłyby występować dwa i tylko dwa miejsca o nieparzystej liczbie połączeń. W takim wypadku zwiedzanie Królewca zaczynalibyśmy i kończyli w różnych miejscach, spełniając jednocześnie warunek jednokrotnego przekroczenia każdego z mostów. Na grafie ilustrującym mosty Królewca wszystkie cztery wierzchołki mają nieparzysty stopień, co uniemożliwia odbycie spaceru ścieżką Eulera.

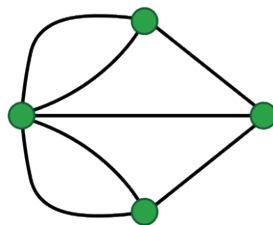
Wykorzystując syntetyczny diagram zaproponowany przez Eulera, mieszkańcy Królewca mogliby łatwo zidentyfikować możliwe trasy spacerów. Redukcja rzeczywistości do grafu umożliwia wizualną analizę możliwych połączeń w przestrzeni, co jest przydatne w planowaniu trasy zwiedzania miasta. Euler stał się więc prekursorem informacyjnej grafiki, wykorzystywanej we współczesnych systemach orientacji przestrzennej, tzw. *way-finding*. Schematy sieci kolejowych, połączeń autobusowych, lotniczych oraz plany miast są w gruncie rzeczy grafami. Gdy opuszczamy dom i chcemy wybrać optymalną kolejność miejsc do odwiedzenia, rozwiązujemy w umyśle problem z teorii grafów, nawet jeśli nie korzystamy bezpośrednio z twierdzeń Eulera. Człowiek rozwiązywał problemy związane z teorią grafów,



A



B



C

51 A, B, C – Kolejne stopnie przekształcania topograficznego planu Królewca do grafu. Źródło: domena publiczna.



A



B



C



D

52. Ewolucja sposobów ukazywania sieci komunikacyjnej na przykładzie schematów londyńskiego metra. A – Kieszonkowy plan londyńskiego metra z 1908 r.; B – Plan londyńskiego metra z 1926 r. podpisany: F.H. Stingemore; C – Plan londyńskiego metra z 1931 r. autorstwa Henry'ego Becka, niezaprojektowany przez Underground Grup; D – Wdrożona i do dziś rozwijana mapa londyńskiego metra z 1933 r. autorstwa Henry'ego Becka. Źródło: domena publiczna.

jeszcze zanim matematycy sformułowali spójną teorię z udowodnionymi twierdzeniami. W tej naturalnej nawigacji pomagało mu odczucie własnej cielesności i umieszczenie siebie na wymyślnym diagramie, który uogólniał rzeczywistość do węzłów i połączeń. W tym intuicyjnym zadaniu nie mamy równych szans. Osoby z bardziej rozwiniętą wyobraźnią przestrzenną poradzą sobie dużo lepiej od przeciętniaków i słabeuszy. Najlepiej zaś sprostać temu zadaniu artyści i matematycy.

Wiele obrazów rzeczywistości można zredukować do grafów – bytów artystyczno-matematycznych. Syntetyczne schematy uzyskane w wyniku takiej redukcji mogą ukazywać nowe znaczenia i pomagać rozwiązywać wiele problemów. Ułatwiają one wizualizację i analizę różnorodnych sytuacji, pomagając człowiekowi zrozumieć i poradzić sobie z zawiłościami świata, zarówno w kontekście przestrzeni fizycznej, jak i różnorodnych systemów i sieci, które strukturyzują nasze życie. Najczęściej posługujemy się graficznymi reprezentacjami przestrzeni. Mosty w XVIII-wiecznym Królewcu to dość prosta struktura. Na przełomie XIX i XX wieku nastąpił wielki rozwój miast. Przemieszczanie się w obrębie metropolii zaczęło wymagać posługiwania się systemami informacyjnymi, ułatwiającymi korzystanie z komunikacji publicznej. Przykładem mogą być plany metra, a ich dobre projekty graficzne skutecznie wspierają nas przy rozwiązywaniu codziennych kłopotów. Punktem odniesienia w tworzeniu czytelnych schematów sieci komunikacyjnej miast jest plan londyńskiego metra z 1933 roku, autorstwa Henry'ego Becka (1903–1974), w formie kieszonkowej, składanej mapki kolei podziemnej. To opracowanie było metodologicznym przełomem w dziedzinie publicznej informacji wizualnej. Na rysunkach (il. 52 A, B, C, D) widzimy kolejne wersje planu. Pierwszy – z 1908 roku – nieznanego autora; plan z 1926 roku jest sygnowany przez F.H. Stingemore'a. Kolejny przykład to pierwsza wersja Becka z 1931 roku, uznana wtedy za zbyt radykalną przez Underground Grup. Ostatni przykład

to plan również autorstwa Becka, z sukcesem wdrożony w 1933 roku i rozwijany po dziś dzień⁵⁷.

Pierwsza zaprezentowana wersja była odwzorowaniem realnych odległości i kształtu przebiegu linii. Kolejna zakładała syntezę polegającą na ściśnięciu odległych linii i usunięciu reprezentacji naziemnych obiektów. Pomysł Becka był rewolucyjny poprzez uporządkowanie i wyprostowanie linii, poprowadzenie ich w pionie, poziomie i po skosach oraz wyrównanie odstępów między stacjami. Eliminując ze schematu zbędne informacje, projektant zapewnił planowi znacznie lepszą czytelność. W istocie stał się on grafem połączeń pomiędzy wierzchołkami, jakimi są stacje metra, bez topograficznych szczegółów, zachowując jedynie orientację przestrzenną kierunków W-E i N-S.

Zadaniem projektantów komunikacji wizualnej jest porządkowanie informacji poprzez poszukiwanie istoty czy esencji, jakby powiedział filozof. Artyści wizualni mówią o abstrakcji albo konceptualizacji. Sztuka syntetyzuje spostrzeżenia. Upraszcza i redukuje rzeczywistość zmysłową, chcąc budować wyraziste sensy. Czyniła tak zawsze. Sztuka nigdy nie kopiowała rzeczywistości. Jak pisał Gombrich, umiejętność naśladowania jest raczej potrzebna fałszerzom banknotów, a nie artystom. Artysta, nawet gdy odnosi się do rzeczywistości, nie ma oddawać starannie tego, co widzi⁵⁸. Dobry malarz, jak strateg, szachista czy kompozytor, dokonując wyboru, co dla niego jest istotne, powinien być zdolny do ogarnięcia wielkiej liczby zachodzących relacji, nie tylko wizualnych. Poprzez ich odpowiednią redukcję i zestawienie ma ukazać, zwizualizować powzięty zamiar artystyczny. Może nim być uzyskanie mocy przedstawienia, tzw. realności albo zmysłowe ujęcie zupełnie innych znaczeń. Pod pewnym

57 Por. Ch. i P. Fiell, *Design. Historia projektowania*, przeł. A. Cichowicz, Warszawa 2015, s. 297; Z. Kolesár, J. Mrowczyk, *Historia projektowania...*, s. 203–206.

58 Zob. E. H. Gombrich, *Sztuka i złudzenie...*, s. 299.

względem zadanie artysty wizualnego jest podobne do tego, jakie ma przed sobą projektant infografiki albo systemu *way-findingowego*. Różnica polega na tym, że designer pracuje jedynie jako wykonawca konkretnego zadania sformułowanego przez zleceniodawcę, a artysta sam formułuje problem. W ten sposób artysta w jakiś sposób odmienia ludzki świat, czyniąc go bogatszym o nowe dzieła, znaczenia, metafory. Syntetyzując doznania, do końca nie wie, co wyniknie na poziomie pojęciowym z podjętego zamiaru. Dlatego też wyzwanie artysty jest trudniejsze, ale poprzez jego realizację możemy dotykać głębszych prawd.

E. Obraz jako zapis myśli

Wynalazek fotografii zwolnił ostatecznie sztukę z ukazywania rzeczywistości. Poszukiwania zapoczątkowane przez Cézanne'a i mające swoją kontynuację w kubizmie i niektórych nurtach abstrakcjonizmu ukazują ogólniejsze zasady budowy świata wizualnego. Dotyczą nie tylko jego fizyczności, ale także tego, jak rzeczywistość odbieramy za pośrednictwem aktów percepcji i jak ją zapamiętujemy.

Wassily Kandinsky (1866–1944) w swej praktyce i teorii sztuki postulował ukazywanie czystych napięć, bez odwoływania się do rzeczywistości, ale bazował on na ludzkich odczuciach. Swoje koncepcje zawarł w książce pod geometrycznie brzmiącym tytułem *Punkt i linia a płaszczyzna*⁵⁹. Opisał w niej własne doświadczenie malarzkie – określone układy podstawowych elementów wywołują napięcia. Te najmniejsze składniki obrazu są również pojęciami, będącymi przedmiotem badań matematycznych. Kandinsky'ego interesowało oczywiście to, co widzialne, a nie przedmiot myśli jako punkt bez

59 W. Kandyński, *Punkt i linia a płaszczyzna. Przyczynek do analizy elementów malarskich*, przeł. S. Fijałkowski, Warszawa 1986.

wymiaru i linia bez grubości. Według niego obraz powinien być tak wewnątrznie zorganizowany, aby widzowi udzielało się napięcie samych tylko form, bez innej treści. Relacje punktów i różnego rodzaju linii na płaszczyźnie obrazu generują odczucia potencjalnych energii, ruchu, ciężaru czy innych aktywności widzianych obiektów. Poprzez nakładanie się obiektów i sugestię transparentności odczuwamy przestrzenność układu elementów, co również sprzyja odczuwaniu napięć⁶⁰. Wynika to z działania systemów kojarzeniowych: fizyki intuicyjnej, wykrywania celów i przyczyn. Nawet na płaszczyźnie obrazu odczuwamy działanie sił grawitacji. Górę i dół obrazu rozumiemy jako analogię do pola wizualnego, gdzie wszystko ma odczuwalny ciężar, odnoszony do pierwotnego odczucia naszych ciał nieustannie zmagających się z grawitacją. W tym sensie malarstwo bywa „ucieleśnione”, posługując się metaforą góra/dół⁶¹. Na obrazie (il. 53) widzimy układ kół i punktów wzajemnie się nakładających wraz z liniami organizującymi to zbiorowisko. Jedna mała czerwona kropka unosi się, chcąc się oddalić albo zniknąć. Wszystko wydaje się dość dynamiczne, ale czarny pierścień jako instancja ostateczna utrzymuje całość w ryzach.

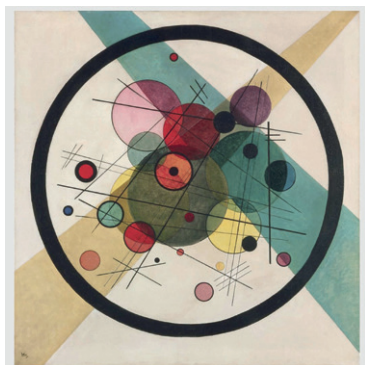
Co ciekawe, matematyka porusza podobne zagadnienia wizualne, co wspomniane kierunki w sztuce. Niejako równolegle rozwijała takie działy, jak teoria grafów, topologia, geometrie nieeuklidesowe, badała klasy przekształceń geometrycznych. W takiej matematyce nie wystarczają symboliczne sylogistyczne zapisy dowodów. W wymienionych obszarach matematyka stała się ponownie – tak jak w starożytności – „widzialnym dowodem filozofów” i trudno jest się jej obyć bez prezentowania modeli graficznych i przestrzennych oraz wykorzystania potęgi wyobraźni wizualnej.

60 Por. E. H. Gombrich, *Sztuka i złudzenie...*, s. 56nn.

61 Por. E. H. Gombrich, *Sztuka i złudzenie...*, s. 128nn.

Innym nurtem malarstwa abstrakcyjnego niż działania Kandinsky'ego był program redukcji rzeczywistości do podstawowych jakości wizualnych. Wyzwanie takie podjął Piet Mondrian (1872–1944), twórca neoplastycyzmu. Na ilustracjach (il. 54 A, B, C, D) ukazane są kolejne stopnie upraszczania rzeczywistości. Są to kolejno *Szare drzewo* z 1911 roku, *Kwitnąca jabłoń* z 1912 roku, *Kompozycja nr II* z 1913 roku. Ostatni zaprezentowany obraz z 1941 roku nosi tytuł *New York City I*, i nie jest już syntezą drzewa, ale – podobnie jak plan Londynu autorstwa Becka – prezentuje tętniące życiem miasto z jego przecinającymi się ulicami w radosnych energetycznych kolorach. Synteza świata wizualnego dokonana przez Mondriana jest podobna do drogi, jaką przeszły kolejne plany londyńskiego metra. Są to wizualne odkrycia, które świadomie bądź nie wprowadził Beck do swojego projektu. Znamienne jest, że praktyczne wykorzystanie syntez Mondriana nastąpiło dopiero około 20 lat po jego neoplastycznych, syntetyzujących obrazach. Co więcej, pierwsza propozycja Becka z 1931 roku była nie do przyjęcia dla menedżerów londyńskiego metra. Nie mieli oni zapewne wystarczającego kontaktu ze sztuką im współczesną.

W planach sieci komunikacyjnych projektanci pozostawiają skośne linie. Widać to na projektach Becka. Nie zredukował on przebiegów linii metra do pionów i poziomów, jak uczynił to Mondrian z gałęziami drzew. Mapa metra jest abstrakcyjnym modelem, odnoszącym się do sposobu rozumienia przestrzeni przez pasażerów. Ma być komunikatywna. Dlatego proces upraszczania w pracy projektanta ma swe ograniczenia. Gdy pasażer porusza się daleko od centrum, np. fioletową *Meropolitan Line* na północny zachód, to graficzna reprezentacja podróży musi odpowiadać jego konceptualizacji przestrzeni. Jednak warto zwrócić uwagę, że w obszarach dużego zagęszczenia linii schematy komunikacyjne dążą do maksymalnej przejrzystości. Poprzez redukcję do pionów i poziomów upodabniają się do wizualnego świata Mondriana.



53. Wassily Kandinsky, *Kągi w kręgu*, 1923, Philadelphia Museum of Art. Źródło: domena publiczna.



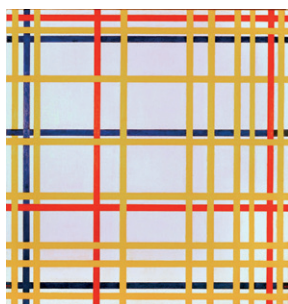
A



B



C



D

54. Redukcja rzeczywistości do podstawowych jakości wizualnych będąca programem, jaki przyjął Piet Mondrian. A – *Szare drzewo*, 1911, Kunstmuseum Den Haag; B – *Kwitnąca jabłoń*, 1912, Kunstmuseum Den Haag; C – *Kompozycja nr II*, 1913, Kröller-Müller Museum; D – *New York City I*, 1941, Kunstsammlung Nordrhein-Westfalen, Düsseldorf. Źródło: domena publiczna.

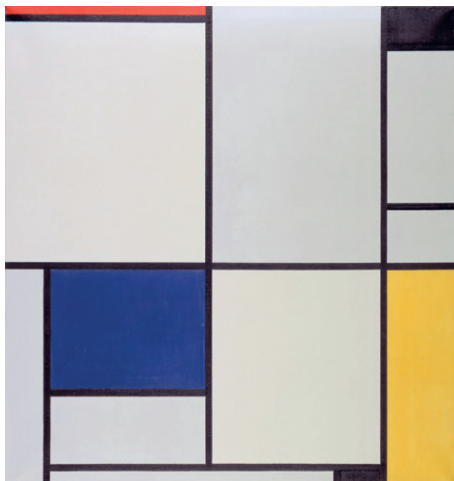
Obrazy Mondriana dotykają prawd, będących zagadnieniami teorii grafów i geometrii. Widać to na jego pracach z lat 20., poprzedzających amerykański okres. Są manifestem neoplastycyzmu, spełniając ściśle jego założenia. Obrazy, choć wywiedzione z obserwacji rzeczywistości, na podstawie wcześniejszych doświadczeń artystycznych są odnaturalizowane. Neoplastycyzm to idea nowego obrazu, w całości tworzonego przez człowieka. Dzieło *Tableau I* z 1921 roku (il. 55) to przykład najbardziej charakterystycznego dla Mondriana sposobu budowy obrazu, poprzez pionowe i poziome linie będące konstrukcjami. Prostokąty i kwadraty, dla których linie te stanowią kontur, są wypełnione trzema kolorami zasadniczymi: żółtym, czerwonym i niebieskim oraz trzema barwami achromatycznymi: szarością, bielą i czernią. Przy czym czarne pola tylko rozszerzają czarne kontury, tworząc tło dla pięciu barw.

Przyjęta przez Mondriana zasada przywodzi na myśl „twierdzenie o czterech barwach”. Ono także ma odniesienie do teorii grafów i topologii. W wersji mniej matematycznej, lecz bardziej wizualnej i designerskiej można je sformułować następująco:

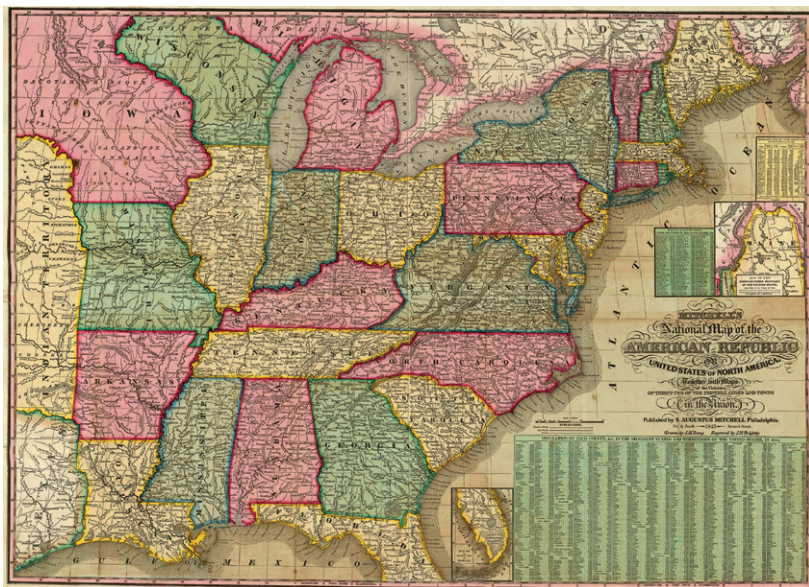
Do pokolorowania dowolnej mapy politycznej, na płaszczyźnie lub kuli, wystarczą cztery kolory, aby każde dwa kraje mające wspólną granicę miały inne kolory.

Tę zasadę ujęto w sloganie: „Cztery kolory wystarczą!”.

W XIX wieku nową technologią, wykorzystywaną przy tworzeniu ilustracji, była litografia. Dała ona początek współczesnej poligrafii z techniką offsetową i możliwość druku kolorowych fotografii. Tradycyjna litografia jest dzisiaj reliktem jako technika artystycznej grafiki warsztatowej. Wymaga użycia ciężkich kamiennych płyt jako matryc. W 1837 roku został wynaleziony nowy wielokolorowy proces, znany jako chromolitografia. Do każdego koloru używano osobnego kamienia umieszczanego na prasie. Głównym wyzwaniem było



55. Redukcja użytych kolorów w obrazach najbardziej charakterystycznych dla *neoplastycyzmu*. Piet Mondrian, *Tableau I*, 1921, Kunstmuseum Den Haag. Źródło: domena publiczna.



56. Mapa zaprojektowana przy użyciu „czterech wystarczających kolorów”. Stany Zjednoczone, wydawca – S.A. Mitchell, Philadelphia 1843.

utrzymanie wyrównanych odbić dla każdej barwy. Metoda ta sprawdzała się przy druku obrazów składających się z dużych obszarów płaskiego koloru. Zaowocowała charakterystycznymi projektami plakatów, ilustracji encyklopedycznych i map⁶².

Właśnie z czasów, kiedy kolorowy druk był kłopotliwy i kosztowny – z powodu między innymi ciężkich matryc i problemów z dopasowaniem kolorów na odbitce – pochodzi „zagadnienie czterech barw”. Praktycy z dziedziny kartografii, tworzący mapy z graficznymi przedstawieniami podziałów terytorialnych, odkryli na drodze doświadczenia, że potrzebują jedynie czterech barw, aby sąsiadujące obszary, takie jak hrabstwa, różniły się kolorem. Taka kolorystyczna zasada nie tylko upraszczała proces tworzenia map, ale także radykalnie redukowała koszty druku. Ilustracja (il. 56) przedstawia aż czterokolorową mapę USA datowaną na 1843 rok, wprowadzie po wprowadzeniu chromolitografii⁶³, jednak jest ona ręcznie pokolorowana.

Mapy stosujące faktycznie „cztery wystarczające kolory” w historii kartografii są rzadkie i zwykle dotyczą takich podziałów powierzchni, w przypadku których wystarczyłyby trzy barwy. Mapa – jako komunikat wizualny – ma być wyrazista i przekazywać często bardziej złożone pojęciowo sytuacje niż rozróżnianie sąsiadujących ze sobą obszarów. Na przykład, jeśli kraj posiada oderwane terytoria jako eksklawy, należy je pokolorować tak, jak państwo macierzyste, co często powoduje, że cztery barwy nie są wystarczające. Dobrze też, by obszary np. dwóch różnych państw, oznaczone tym samym

62 Por. Z. Kolesár, J. Mrowczyk, *Historia projektowania...*, s. 99–100.

63 S. A. Mitchell, J. H. Young, *Map of United States*, Philadelphia 1831, mapa w zbiorach David Rumsey Map Collection, https://www.davidrumsey.com/luna/servlet/detail/RUMSEY~8~1~284~30001:Map-of-the-United-States-?sort=Pub_List_No_InitialSort%2CPub_Date%2CPub_List_No%2CSeries_No&qvq=q:Mitchell;sort:Pub_List_No_InitialSort%2CPub_Date%2CPub_List_No%2CSeries_No;lc:RUMSEY~8~1&mi=48&trs=2773 [dostęp 5.07.2024].

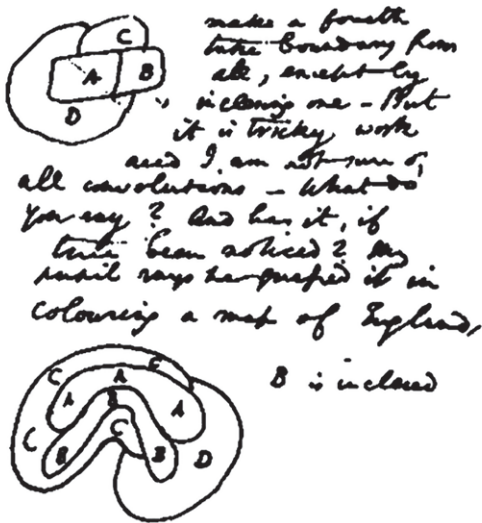
kolorem, były na mapie oddalone od siebie. Dlatego też projektanci map zwykle nie zadowalali się tym czterobarwnym niezbędnym minimum, choć z praktyki wiedzieli, że „cztery kolory wystarczą”.

Ponieważ nie znaleziono mapy, której pokolorowanie wymagałoby więcej niż czterech barw, powstało wyzwanie dla matematyków. Postanowili oni znaleźć potwierdzenie tego spostrzeżenia nie w doświadczeniach przy kolorowaniu mapy, ale używając matematycznego dowodu „twierdzenia o czterech barwach”. W ścisłej matematycznej, a mniej plastycznej wersji może ono brzmieć tak:

Przy każdym podziale płaszczyzny na obszary nie zachodzące na siebie, można zawsze oznaczyć te obszary jedną spośród liczb 1, 2, 3, 4 w taki sposób, żeby żadne dwa przylegające obszary nie były oznaczone tą samą liczbą⁶⁴.

Historia fascynacji tym twierdzeniem rozpoczyna się w połowie XIX wieku i staje się jednym z najśłynniejszych problemów topologii aż do dowodu z 1979 roku wspomaganego komputerowo. Hipoteza o czterech barwach została postawiona przez Francisa Guthriego (1831–1899); próbując pokolorować mapę hrabstw Anglii, dowiedział się on, że potrzebuje tylko czterech różnych kolorów. Za pośrednictwem swojego młodszego brata Fredericka (1833–1886), jeszcze studiującego na londyńskim University College, zwrócił się do swojego byłego profesora Augusta De Morgana (1806–1871), przedstawiając mu nowy problem topologiczny. De Morgan nie mógł rozwiązać „zagadnienia czterech barw”, o którym usłyszał od swoich studentów. Przesłał więc w 1852 roku wyniki swych nieskutecznych dociekań innej sławie ówczesnej matematyki, Williamowi Hamiltonowi (1805–1865). List zawierał, oprócz słownego opisu, malownicze rysunki podziału powierzchni (il. 57).

64 R. Courant, H. Robbins, *Co to jest matematyka?*, s. 319.

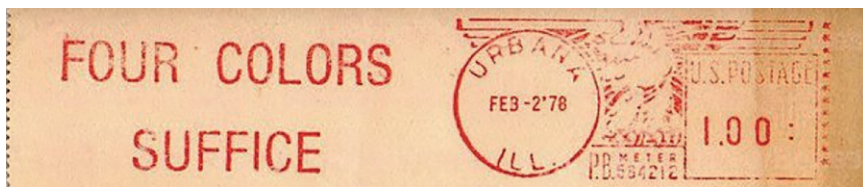


57. Fragment listu Augusta De Morgana do Williama Hamiltona z 1852 roku przedstawiający topologiczne zagadnienie czterech barw. Źródło: domena publiczna.

Problem wypłynął na szerokie wody, gdy zajęło się nim oficjalnie Londyńskie Towarzystwo Matematyczne. Dopiero w 1879 roku prawnik Alfred Bray Kempe (1849–1922) opublikował – początkowo satysfakcjonujący – dowód „twierdzenia o czterech barwach”. Próba dowodu autorstwa Kempe’a została obalona w 1890 roku przez Percy’ego Johna Heawooda (1861–1955). Jednak nikt nie był w stanie podać przykładu mapy, której pokolorowanie wymagałoby użycia pięciu barw bądź więcej⁶⁵. W latach 70. XX wieku rozwijające się technologie komputerowe pozwoliły Kennethowi Appelowi (1932–2013) i Wolfgangowi Hakenowi (1928–2022) udowodnić, że cztery kolory wystarczą do pokolorowania każdej możliwej mapy

65 Por. R. Courant, H. Robbins, *Co to jest matematyka?*, s. 318–320; G. Chartrand, L. Lesniak, P. Zhang, *Graphs & Digraphs*, s. 416–420.

na płaszczyźnie. Zastosowana metoda „wspomagane go komputerowo dowodzenia” była nową jakością, budzącą kontrowersje. Tok rozumowania Appela i Hakena polegał na znalezieniu zestawu nieredukowalnych konfiguracji obszarów. Komputer musiał zweryfikować ostatecznie 1482 warianty, jeden po drugim, przy użyciu dwóch niezależnych programów⁶⁶. Było to pierwsze ważne twierdzenie udowodnione przy istotnej pomocy komputera. Rozsławiło to „teoremat czterokolorowej mapy”. Pomógł w tym również z pewnością wizualny charakter tego barwnego twierdzenia, sprawiający, że łatwo zrozumieć problem i zacząć dzielić obszary na kartce, przypisując im kolorowe etykiety. Ogłoszenie dowodu Appela i Hakena było szeroko relacjonowane przez media na całym świecie, a wydział matematyki na Uniwersytecie Illinois stemplował listy pieczęcią z napisem „Cztery kolory wystarczą” (il. 58).



58. Stempel poczty Uniwersytetu Illinois wyrażający tryumf po przeprowadzeniu dowodu „twierdzenia o czterech barwach”. Źródło: domena publiczna.

Pomimo wysiłków pokoleń matematyków sprawa „klasycznego” dowodu pozostaje otwarta. Zanim użyto komputerów do analizy różnych przypadków Heawood, rozpatrując ponownie dowód Kempe’a, w 1890 roku zdołał wykazać w istotnym dowodzie, że pięć

66 Por. G. Chartrand, L. Lesniak, P. Zhang, *Graphs & Digraphs*, s. 425–426.

barw zawsze wystarczy do pokolorowania każdej mapy⁶⁷. Musimy zatem zadowolić się stwierdzeniem, że pięć barw z całą pewnością wystarcza do pokolorowania każdej mapy, a przypuszczalnie cztery również wystarczają. Co ciekawe, udało się również dowieść twierdzenia o barwach dla np. powierzchni torusa, czyli kształtu podobnego do koła ratunkowego. Zadanie to wydaje się trudniejsze, ale istotnie udowodniono, że potrzeba siedmiu barw do pokolorowania każdej mapy na tak złożonej powierzchni⁶⁸.

Syntezywanie świata przez Mondriana oczywiście nie jest projektowaniem mapy. Dlatego sąsiadujące pola, oddzielone czarnym konturem, miewają na jego obrazach ten sam kolor. Twórca dążył jednak – podobnie jak XIX-wieczni kartografowie i projektanci graficzni – do redukcji używanych barw. Jest znamienne, że posługując się intuicją malarską, przyjął pięć barw i czerń konturu jako ilość niezbędną do oddania syntetyzowanych doznań wizualnych. Poszukiwał on – podobnie jak matematycy – abstrakcji w modelach wizualnych. Tworząc obrazy o ścisłych założeniach, kierował się tylko intuicją i „myśleniem wzrokowym”. Artysta jedynie ukazuje wizualne modele i w przeciwieństwie do uczonego nie musi, a może nawet nie powinien niczego udowadniać. Matematyka, mimo że z założenia zajmuje się czystą abstrakcją, dokonuje syntezy rzeczywistości, czerpiąc inspirację z realności – podobnie jak określone nurty abstrakcjonizmu w sztuce.

Nikt nie kwestionuje, że sztuka ma związek z ludzką zmysłowością, natomiast siłę matematyki wspiera wiara w to, że wywodzi się ona z czystej myśli, nieskażonej zmysłowymi spostrzeżeniami. Dlatego bliskość tych dziedzin na poziomie poszukiwania abstrakcyjnych sensów mogła wydawać się niedorzeczna. W przeszłości

67 Por. R. Courant, H. Robbins, *Co to jest matematyka?*, s. 342–345; G. Chartrand, L. Lesniak, P. Zhang, *Graphs & Digraphs*, s. 421–423 i 426–427.

68 Por. R. Courant, H. Robbins, *Co to jest matematyka?*, s. 321.

szczególne własności liczb czy proporcji miały sztukę jedynie uszlachetnić, wzbogacić o to, co wielkie, boskie, pozaświatowe i istniejące odwiecznie.

F. Absolut i relacja

Myślenie cechujące się prymatem absolutnej substancji nad relacją jako przypadłością dominowało w greckiej, a potem średniowiecznej filozofii. Dla Arystotelesa substancja była podstawową kategorią, z której składa się świat. Substancja istnieje samodzielnie, bez odnoszenia się do czegokolwiek. Wszystkie pozostałe kategorie takie, jak relacja, ale i ilość, jakość, miejsce, czas, położenie, działanie i doznawanie, są jedynie przypadłościami. Warto zwrócić uwagę, że wszystkie arystotelesowskie kategorie – poza substancją – mają charakter relacyjny z punktu widzenia naszych możliwości percepcyjnych. Miejsce i położenie możemy odnieść do relacji przestrzennych. Podobnie czas możemy wyrazić jedynie poprzez odniesienie tego, co jest teraz, do tego było wcześniej i czego oczekujemy. Jakości też mają relacyjny charakter. Coś jest cięższe, dojrzalsze, gładsze, jaśniejsze od czegoś. Psychologia postaci mówi, że nasza percepcja ujmuje rzeczywistość jako relacyjnie ustrukturyzowane całości. Ta sama melodia, zagrana w innej tonacji, jest dalej tą samą melodią. Wypowiadane dźwięki znaczą coś jedynie w określonym w kontekście, który zarazem same tworzą. Widzenie świata złożone jest z relacji, to umysł zamienia je na konkrety. Problem ten jest dość oczywisty dla ludzi, którzy rysują i malują. Wszystko na obrazie budowane jest przez różne stopnie kontrastu, zestawienia waloru i barwy. To umysł buduje obraz świata. Widzenie nie jest prostą rejestracją bodźców. Ilustracją tego zadania, wykonywanego przez ludzki aparat poznawczy, jest wizualny model przedstawiony przez Edwarda H. Adelsona w 1995 roku (il. 59 A, B). Czy czarne i białe pola mogą być takie

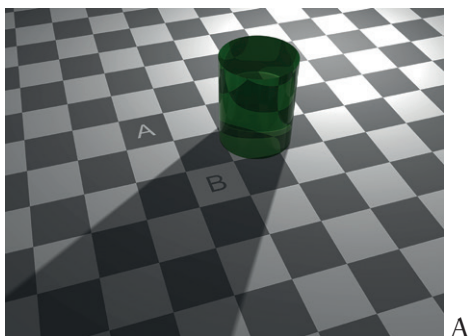
same? Czerni jest absolutną opozycją dla bieli – czarne pola są czarne, a białe są białe. Dlatego nie sposób widzieć pól A i B jako takich samych. Gdy w odpowiedni sposób przysłonimy palcami prezentowany obraz, możemy stwierdzić, że stopień szarości, czy – jak mówią malarze – walor czarnego pola A i białego B jest taki sam. Dla niedowiarków zamieszczam dodatkowo fragment obrazu z szarym przejściem łączącym pola A i B⁶⁹.

Co na to powiedziałby Platon? Zapewne, że malarze są kuglarzami, a świat zmysłowy jest niedoskonały, zaś gdzieś tam, w zaświatach, istnieje prawdziwe czarne i białe pole. Arystoteles powiedziałby, być może, że „kategorią substancja” jest pole, a jakość tego, co jest czarne czy białe, to tylko „kategoria przypadłościowa”. Obie kategorie istnieją poza umysłem i dlatego konkretne pole jest białe albo czarne. Ale co Arystoteles powiedziałby o takim modelu wizualnym (il. 6o)? Zgodnie z jego ontologią są na nim konkretne kwadraciki – substancje z przypadłościami – różna wielkość i miejsce. A może jest twarz pewnej znajomej pani, czyli zupełnie inna substancja?

Na tym przykładzie można uświadomić sobie istotę najważniejszego ustalenia psychologii *Gestalt*: widziane obiekty stanowią pojedyncze figury, wyodrębniane z tła wyłącznie jako zestaw wzajemnych relacji. To relacje poszczególnych elementów łączą je w pojedyncze całości, np. w twarz Mony Lisy⁷⁰. Ponieważ możemy o tych obiektach-całościach coś orzec, to zgodnie z ontologią Arystotelesa są one substancjami. Takie myślenie o otaczającym nas świecie sugeruje język. Arystotelesowska ontologia, dzieląca świat na to, co substancjalne, czyli absolutne, indywidualne, i to, co relacyjne, wyrosła z analizy języka. Nazwy substancji mogą występować jako podmioty w zdaniu, podczas gdy to, co jest kategorią relacyjną, może tylko orzekać o substancji. Arystoteles studiował świat w metafizycznym

69 Por. D. Bagiński, *Obraz – zagadka wzrokowa...*, s. 192–194.

70 Por. D. Bagiński, *Obraz – zagadka wzrokowa...*, s. 132–134.



59. Model wizualny Edwarda H. Adelsona ukazujący względność widzenia jasności. Źródło: domena publiczna.



60. Relacje poszczególnych elementów – wielkość i położenie kwadracików tworzą rozpoznawalną figurę. Opracowanie graficzne: Jan Diehl-Michałowski.

sensie, analizując język, który jest według niego odbiciem kategorii umysłu. Jest to jedno z możliwych podejść do teorii bytu, powracające współcześnie wraz z angloamerykańską filozofią analityczną⁷¹. Stagiryta badał tekst. Tekst jest sekwencyjną konstrukcją, zamieniającą mowę na ciąg znaków. Niewiele możemy się dowiedzieć z takich analiz o języku spostrzeżeń, który syntetyzuje i bada sztuka. Jeśli interpretujemy obrazy albo widzialny świat, opowiadając albo pisząc, nie jesteśmy w stanie uwolnić się od myślenia sekwencyjnego. Tymczasem, jak pisze Dobrosław Bagiński, „Obraz jest wiecznie trwałą aktualnością”⁷². Dlatego obrazu nie da się dobrze opowiedzieć, trzeba go zobaczyć. W naszym ludzkim doświadczeniu świata są zjawiska opisywane przez: równoczesności, równoważności, niewspółmierności. Nie da się ich ująć przy użyciu sekwencyjnego tekstu i mowy. Tylko komunikaty o charakterze ikonycznym przekraczają to ograniczenie języka. Warto sobie uświadomić, że zapis równania ze znakiem = ujmuje równowagę wraz z jej jednoczesnością. Wartość po prawej stronie równania nie jest następstwem wartości ze strony lewej, lecz obie wartości są równoczesne. Równanie jest ideogramem albo ikoną. Podobnie liczby, zapisane w systemie pozycyjnym, są obrazową notacją, łatwiej je uchwycić, patrząc na nie, niż słysząc⁷³. Co więcej, każdy człowiek zaznajomiony z zapisem, widząc ciąg cyfr we wzajemnych relacjach, jakby chwytą umysłem liczbę, niezależnie od tego, w jakim języku mówi i myśli. Podobnie dzieje się, gdy ktoś patrzy na zapis równania. Kiedy słyszymy wypowiedzaną matematyczną formułę, np. że „prędkość jest wprost proporcjonalna do drogi, a odwrotnie do czasu” albo: „ e równa się m razy c do kwadratu”, wyobraźnia podsuwa nam obraz zapisu takich równań. Podobnie

71 Por. G. Lakoff, M. Johnson, *Philosophy in the Flesh...*, s. 377n; M. Heller, *Bóg i geometria...*, s. 107.

72 Por. D. Bagiński, *Obraz – zagadka wzrokowa...*, s. 11.

73 Por. A. Frutiger, *Człowiek i jego znaki*, s. 162; D. Bagiński, *Obraz – zagadka wzrokowa...*, s. 12.

jest, gdy usłyszymy jakąś liczbę wypowiedaną na głos. Kiedy słyszymy o czymś, co wydarzyło się w 1741 roku, czujemy jaką trudność sprawia nam odniesienie tej daty do właściwego czasu. Wtedy z pomocą spieszy nam wyobrażenie ciągu cyfr i zaczynamy je rozumieć. Co za ulga. Gdy słuchamy wypowiedanych słów, nie posługujemy się wyobraźnią wizualną, aby zobaczyć ich literowy zapis. Siła pism ideograficznych polega na tym, że nie trzeba znać języka, aby rozumieć zapis. Tradycyjne pismo chińskie było przez wieki dla wielu nacji na Dalekim Wschodzie językiem ludzi wykształconych, podobnie jak łacina w Europie. Znaki te można rozumieć, nie znając mówionego języka. Stąd brała się ich uniwersalność wśród różnych narodów wschodniej Azji⁷⁴. Z własnego doświadczenia wiem, że gdy posługuję się mówionym językiem chińskim, widzę jakby oczami wyobraźni wypowiedane znaki. Dziś naszym ideograficznym językiem, niewymagającym tłumaczenia na języki naturalne, jest zapis matematyczny⁷⁵. Podane przykłady mają uzmysłwić, na czym polega kod ikoniczny, posługujący się ideogramami. Jednak w kulturze Zachodu zarówno zapis równań ze znakiem równości, jak i dziesiętny system pozycyjny pojawiły się dopiero w nowożytności. Stało się tak chyba dlatego, że posługiwanie się kategoriami absolutnych substancji i przypadłości silnie naznaczyło zachodni sposób myślenia. Wpływało to również na sztukę i sposoby obrazowania. Z czasem jednak to właśnie sztuki wizualne powoli ukazywały relacyjny aspekt widzianego świata i ludzkiej zmysłowości, zmieniając zachodni sposób myślenia.

Dla tych rozważań ważniejsze od analizy języka jest pytanie – które mechanizmy percepcyjne i w jaki sposób wpłynęły na wykształcenie matematyki jako działu kultury. Jednym z przyjętych przeze mnie założeń jest, że matematyka została wykształcona przez ucieleśniony

74 Por. W.J. Ong, *Oralność i piśmienność...*, s. 124–125.

75 Por. M. Kordos, *Wykłady z historii matematyki*, s. 104.

umysł, funkcjonujący w przestrzennym, zmieniającym się świecie zjawisk. Związana jest więc z naszymi zdolnościami zmysłowymi i dzięki zdolności do metaforyzacji rozszerza percepcję o myślenie abstrakcyjne. Na tym gruncie można szukać tego, co łączy matematykę ze sztukami pięknymi, bo ich związek z percepcją wydaje się oczywisty. Wiele działań w sztuce opiera się właśnie na dostrzeganiu relacji: barw, jasności, skali wytwarzanych obiektów itd. Sztuka oczywiście nie rozpatruje problemu, czy rzeczy są bardziej substancjami czy relacjami. Jednak ponieważ kultura Zachodu odziedziczyła narzędzia myślenia wypracowane przez Greków, problem ten obecny był w teologii, fizyce i matematyce, a czasem – niejako pośrednio – również i w sztuce.

Zacznijmy od teologii chrześcijańskiej, która stosując grecki sposób dowodzenia twierdzeń opartych na objawowych przesłankach, natrafiła na problem jedności Trójcy Świętej. Substancja nie może być jednocześnie relacją jako mnogość i pojedynczość. Dlatego też problem Osób Boskich doprowadził do poważnych religijnych sporów i musiał znaleźć jakieś wyjaśnienie. Ojcowie kapadoccy wypracowali formułę, że o ile relacje konstytuują Trzy Osoby Boskie, to osoby te są zarazem integralne. W tej pojęciowej konstrukcji relacja zlewa się z substancją i troistość jest tak samo istotna jak jedność⁷⁶. Kwestia Trójcy Świętej znalazła odzwierciedlenie w sztuce sakralnej, a liczba 3 i trójkąt nabrały szczególnego symbolicznego znaczenia w chrześcijańskiej ikonografii.

O to jaki, absolutny czy relacyjny charakter, mają przestrzeń i czas, zaczęli się spierać fizycy i matematycy doby nowożytnej. Kartezjusz był bliższy greckiej tradycji filozoficznej, uważając, że rozciągłość jest cechą materii, a nie substancją. Materia wypełnia więc całą przestrzeń, jakby stwarzając ją. Przestrzeń bez materii byłaby absurdalna. Newton utrzymywał tezę o istnieniu absolutnej przestrzeni

76 Por. M. Heller, *Bóg i geometria...*, s. 109–115.

i absolutnego czasu, podczas gdy dla Leibniza przestrzeń była jedynie systemem relacji. Współczesna fizyka jest po stronie Leibniza. Przestrzeń nie jest niezmienną substancją, jak twierdził Newton, ani też cechą rozciągłych ciał, jak uważał Kartezjusz, lecz jedynie pewnym układem relacji zdarzeń. Niektóre tylko zdarzenia w fizycznym świecie mają charakter materialny. Ten system relacji, opisujący świat fizyczny, wiąże czas z przestrzenią⁷⁷. Zdaniem Michała Hellera powodem, dla którego w filozofii fizyki cały czas ścierają się tendencje oparte na substancji i relacji, jest to, że fizyka posługuje się matematycznymi modelami opisywanych zjawisk, a tworzenie całkowicie relacyjnych modeli matematycznych napotyka na pewne trudności⁷⁸.

Spór o naturę przestrzeni wiąże się z rozważaniami dotyczącymi próżni. Niebyt, a więc i próżnia, według Parmenidesa nie mogły istnieć. Pogląd ten utrwalił Arystoteles, który przyjął, że przestrzeń wypełnia eter. „Nic” nie może istnieć i z tego powodu znak „o”, oznaczający – w pewnym sensie – wartość jako brak czegokolwiek, pojawił się w kulturze europejskiej dość późno, jako zapożyczenie, i to z pewnymi oporami. Dopiero praktyka związana z techniką rachunkową przyniosła zrozumienie „zera” i posługiwanie się jego symbolem na oznaczenie „pustej” pozycji w zapisie liczb. Powszechne skodyfikowanie i zastosowanie systemu dziesiętnego oraz ułamków dziesiętnych, dla których niezbędne jest posługiwanie się symbolem „o”, znacznie usprawniło rutynowe obliczenia. Jednak dopiero w XVI wieku całkowicie sprecyzowano zasady posługiwania się dziesiętnym systemem pozycyjnym. Stało się to za sprawą dzieła *De Thiende* [system dziesiętnych] wydanego w 1585 roku. Jego autorem był Simon Stevin (1548–1620), nazywany czasem Stevinusem, holenderski uczonego aktywny na polu wielu dziedzin

77 Por. B. Russell, *Dzieje filozofii Zachodu...*, s. 99.

78 Zob. M. Heller, *Bóg i geometria...*, s. 109–115.

nauki i inżynierii⁷⁹. Był pionierem praktycznego wykorzystania matematyki i fizyki w naukach stosowanych: hydraulice, obliczeniach konstrukcji, geodezji i nawigacji. Wpisuje się on w pragmatycznego ducha epoki nowożytnej, która zaczęła wiedzę i naukę postrzegać jako narzędzie nie tylko do zrozumienia świata, lecz także do jego zmieniania za sprawą technologii⁸⁰. Rozważania teoretyczne o możliwości istnienia pustki ustąpiły wobec praktycznych udogodnień, jakie dawał system pozycyjny z „o” i pisemnymi obliczeniami oraz systemem zmiennoprzecinkowym. Wcześniej dla Europejczyka niemożliwe było do pojęcia, że może być „coś” na oznaczenie „niczego”⁸¹. Dziś trudno nam sobie wyobrazić posługiwanie się liczbami bez dziesiętnego systemu, który zawdzięczamy matematykom hinduskim i arabskim. Ci ostatni rozwinęli ten sposób notacji i przekazali zachodniemu światu⁸². O ile *De Thiende* jest ostatecznym skodyfikowaniem systemu pozycyjnego w Europie, to zupełnie niezależnie wynalazek ten pojawia się trzykrotnie w dziejach ludzkości. Dokonali go Babilończycy, Majowie i Hindusi; każda z tych cywilizacji inaczej rozumiała znaczenie zera, we wszystkich jednak powstały systemy pozycyjne, dla których znak pustki okazał się niezbędny. Starożytni Grecy, choć rozwinęli wszystko to, co jest podstawą współczesnej matematyki: logikę i geometrię, nigdy nie wprowadzili symbolu zera.

Wydajne systemy liczbowe nie mogą się obyć bez przypisania znaczenia pozycji jako wartości odczytywanego znaku, ale muszą również dysponować symbolem na oznaczenie pustej pozycji. Cyfra w systemie pozycyjnym znaczy co innego zależnie od miejsca, w którym się ona znajduje. Jeżeli miejsce to jest puste, wygodnie jest je wypełnić specjalnym znakiem oznaczającym „nic”. Hindusi przyjęli kółko

79 Por. M. Kordos, *Wykłady z historii matematyki*, s. 123.

80 Por. B. Russell, *Dzieje filozofii Zachodu...*, s. 566–567.

81 Por. J.D. Barrow, *Książka o niczym*, s. 109–127.

82 Por. M. Kordos, *Wykłady z historii matematyki*, s. 107; G. Ifrah, *Dzieje liczby...*, s. 223nn.

na oznaczenie braku wartości w danej pozycji i ostatecznie przekazali ten symbol całemu światu. Szwajcarski typograf Adrian Frutiger (1928–2015), poszukując genezy znaku „o”, zwracał uwagę na pewne ikoniczne podobieństwo – owo „coś”, czyli kółko, jest zarazem niczym, jeśli popatrzymy przez nie, jak przez otwór. Zero – czyli – dziura w ciągu cyfr⁸³. Pierwszy zapis przy użyciu notacji dziesiętnej pochodzi z 594 roku, choć istnieją pośrednie dowody, że przynajmniej niektóre elementy systemu były stosowane o wiele wcześniej. Notacja hinduska ma ważną właściwość w stosunku do innych starożytnych systemów pozycyjnych – jest całkowicie regularna. Każda kolejna pozycja reprezentuje wartość dziesięć razy większą od sąsiedniej, leżącej po prawej stronie. Zero stało się więc operatorem, bo dopisanie go mnoży zapisaną liczbę dziesięć razy. Możliwość zapisywania „niczego” jako symbolu umożliwiła określenie rzędu wielkości. Zero pozwala na zapis odróżniający liczby np. 23400 od 234 albo 0,000234⁸⁴. W dziesiętnym systemie pozycyjnym oznaczenie określonych rzędów wielkości wyraża przecinek, choć w przypadku liczb całkowitych jest on pomijany, stoi domyślnie na końcu rzędu cyfr.

Posługiwanie się systemem pozycyjnym i symbolem oznaczającym „nic” odwołuje się do myślenia relacjami. Dopisane zero albo przesunięty przecinek oznacza zmianę relacji i skali, o jakiej mamy myśleć czy jaką mamy sobie wyobrażać. Dlatego uważam, że jedną z przyczyn ograniczających Greków i późniejszy świat kultury Zachodu w zaakceptowaniu systemu pozycyjnego była ontologia, dająca pierwszeństwo absolutnej substancji przed relacją. Metafizyczne zaprzeczenie istnienia próżni albo „niczego” zostało logicznie uzasadnione przez Parmenidesa: byt jest, a niebytu nie ma. Utrudniało to wymyślenie cyfry „o”, a brak tego symbolu i umiejętności posługiwania się nim tłumaczony jest jako bariera w możliwości opracowania

83 Zob. A. Frutiger, *Człowiek i jego znaki*, s. 160.

84 Por. J.D. Barrow, *Książka o niczym*, s. 59–60.

systemów notacji pozycyjnej. Jednak to systemy pozycyjne wymusiły ustanowienie jakiegoś oznaczenia pustki, a główną przeszkodą dla ich opracowania w Europie było myślenie o absolutnym charakterze substancji wobec przypadłościowej relacji.

Pozycyjny sposób notacji liczb w każdej z możliwych do wyobrażenia wersji wymaga jakiegoś oznaczenia braku wartości dla danego miejsca w zapisie. Na przykład w systemie babilońskim – powstałym na bazie dokonań Sumerów – pozostawiano puste miejsce pomiędzy graficznymi reprezentacjami liczb. Podstawą zapisu była w Babilonii sześćdziesiątka, a nie dziesiątka jak w naszej notacji. Posługiwano się znakiem klina odcisniętego na glinianej tabliczce. Odciski te grupowano w sposób addytywny, podobnie jak w systemie rzymskim jako oznaczenie odpowiednika pojedynczej cyfry. W przeciwieństwie do rzymskiej notacji, aby zapisać kolejnych 59 liczb, używano tylko dwóch symboli: \uparrow oznaczającego jedność i \leftarrow oznaczającego dziesiątkę (il. 60). Symbole odpowiedników współczesnych cyfr były budowane w sposób addytywny, co powodowało, że babilońska notacja była hybrydą systemu addytywnego i pozycyjnego.

Na podstawie tego zestawienia (il. 61) widać też, że system babiloński wyraźnie opierał się na dziesiętnym systemie wewnętrznym, stosowanym do reprezentacji cyfr wizualizowanych w sposób addytywny. Tym samym poniżej 60 Babilończycy stosowali rodzaj notacji dziesiętnej, ale niepozycyjnej. Nie był to więc system o mieszanych podstawach 10 i 60. Podstawa 10 i addytywność używane były do ułatwienia tworzenia reprezentacji symboli potrzebnych do zapisu pozycyjnego. Wartości miejsc w sekwencji symboli były konsekwentnie oparte na podstawie 60. Oznacza to, że arytmetyka potrzebna do operacji na tych sekwencjach była zgodna z pozycyjnym systemem sześć-dziesiątym. 60 oznaczano tym samym symbolem, co 1, tyle że w innej relacji do pozostałych znaków.

Zapisana liczba (il. 62) to we współczesnej notacji 6092. Trudno nam ją odczytać, ale jest to suma kolejnych pozycji $(32 \times 1) + (41 \times 60) + (60 \times 60)$.

𐎶 1	𐎶𐎶 11	𐎶𐎶𐎶 21	𐎶𐎶𐎶𐎶 31	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 41	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶 51
𐎷 2	𐎷𐎷 12	𐎷𐎷𐎷 22	𐎷𐎷𐎷𐎷 32	𐎷𐎷𐎷𐎷𐎷 42	𐎷𐎷𐎷𐎷𐎷𐎷 52
𐎸 3	𐎸𐎸𐎸 13	𐎸𐎸𐎸𐎸 23	𐎸𐎸𐎸𐎸𐎸 33	𐎸𐎸𐎸𐎸𐎸𐎸 43	𐎸𐎸𐎸𐎸𐎸𐎸𐎸 53
𐎹 4	𐎹𐎹𐎹𐎹 14	𐎹𐎹𐎹𐎹𐎹 24	𐎹𐎹𐎹𐎹𐎹𐎹 34	𐎹𐎹𐎹𐎹𐎹𐎹𐎹 44	𐎹𐎹𐎹𐎹𐎹𐎹𐎹𐎹 54
𐎺 5	𐎺𐎺𐎺𐎺𐎺 15	𐎺𐎺𐎺𐎺𐎺𐎺 25	𐎺𐎺𐎺𐎺𐎺𐎺𐎺 35	𐎺𐎺𐎺𐎺𐎺𐎺𐎺𐎺 45	𐎺𐎺𐎺𐎺𐎺𐎺𐎺𐎺𐎺 55
𐎻 6	𐎻𐎻𐎻𐎻𐎻𐎻 16	𐎻𐎻𐎻𐎻𐎻𐎻𐎻 26	𐎻𐎻𐎻𐎻𐎻𐎻𐎻𐎻 36	𐎻𐎻𐎻𐎻𐎻𐎻𐎻𐎻𐎻 46	𐎻𐎻𐎻𐎻𐎻𐎻𐎻𐎻𐎻𐎻 56
𐎼 7	𐎼𐎼𐎼𐎼𐎼𐎼𐎼 17	𐎼𐎼𐎼𐎼𐎼𐎼𐎼𐎼 27	𐎼𐎼𐎼𐎼𐎼𐎼𐎼𐎼𐎼 37	𐎼𐎼𐎼𐎼𐎼𐎼𐎼𐎼𐎼𐎼 47	𐎼𐎼𐎼𐎼𐎼𐎼𐎼𐎼𐎼𐎼𐎼 57
𐎽 8	𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽 18	𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽 28	𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽 38	𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽 48	𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽𐎽 58
𐎾 9	𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾 19	𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾 29	𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾 39	𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾 49	𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾𐎾 59
𐎿 10	𐎿𐎿 20	𐎿𐎿𐎿 30	𐎿𐎿𐎿𐎿 40	𐎿𐎿𐎿𐎿𐎿 50	

61. Zapis liczb od 1 do 59 w babilońskim piśmie klinowym. Źródło: domena publiczna.



60x60

41x60

32

62. Przykładowa liczba 6092 zapisana pismem linowym $32+(41 \times 60)+(60 \times 60)=6092$. Addytywne złożenie dziesiątek i jedynek buduje „cyfry” użyte w sposób pozycyjny. Opracowanie graficzne: autor.

To dobrze nam znana własność systemu pozycyjnego. Dla nas znak 1 może oznaczać jeden, sto, tysiąc itd. Wszystko zależy od pozycji cyfry w zapisie całej liczby. Tylko że w naszej notacji kolejne pozycje zamiast przez 60 mnożymy przez 10. Na przykład 143 to $(3 \times 1) + (4 \times 10) + (10 \times 10)$. System oparty na bazie 60 może wydać się obcy, jednak stale się nim posługujemy, zapisując przedział czasu. Na przykład 5h 10'20" jest kombinacją babilońskiej bazy 60 i arabskich cyfr zamiast pisma klinowego – 5 godzin 10 minut i 20 sekund to $20 + (10 \times 60) + (5 \times 60 \times 60) = 18620$ sekund⁸⁵.

Jak zaznaczyłem, pozycyjność babilońskiego sposobu zapisu, oprócz bazy opartej na liczbie 60 wymuszała posługiwanie się jakąś symboliczną reprezentacją „niczego”. Początkowo pozostawiano puste miejsca. W przypadku konieczności pozostawienia dwóch bądź więcej wolnych pozycji łatwo było popełnić pomyłkę, błędnie szacując ilość „pustek”. To tak, jakbyśmy we współczesnym systemie notacji pozostawiali zamiast zer puste miejsca. Wtedy 1 1 mogłoby oznaczać np. 1001 albo 101. Babilończycy właściwą wartość wnioskowali z kontekstu. W systemie babilońskim łatwo było pomylić np. 2 i 61 (II addytywnie oznacza $1+1=2$, a w przypadku oznaczenia I I należy odczytać pozycję symboli na zasadzie $1 \times 60 + 1 = 61$). Dlatego też Babilończycy ostatecznie zaczęli używać graficznej reprezentacji „niczego” jako kropki albo kropek ustawionych w wolnym miejscu⁸⁶.

Podobnie uczynili Majowie w swoim systemie, którego specyfika dobrze służyła konstrukcji kalendarza. Nie przyjęli oni stałej podstawy, jaką jest np. w naszym zapisie 10, a w babilońskim 60, lecz 5, 20 i 360. Pozycyjny charakter systemu wymusił zastosowanie jakiegoś

85 Por. J.D. Barrow, *Książka o niczym*, s. 46.

86 Por. M. Kordos, *Wykłady z historii matematyki*, s. 37–38; G. Ifrah, *Dzieje liczby...*, s. 180–185.

graficznego znaku pustki, a była nim muszla⁸⁷. Istotę i genezę systemu notacji Majów wyjaśnię szczegółowo w dalszej części pracy.

Pozycyjne systemy notacji wymagają widzenia i rozumienia zapisanych cyfr w odpowiedniej relacji do siebie. Cyfry nie reprezentują absolutnej wartości, która jest zależna od innych znaków liczbowych zapisanych obok. Notacja ta posługuje się *gestaltami*. Poszczególne znaki mają inne znaczenie niż cała ustrukturyzowana „postać” liczby. Tak więc symbol „o” pozwala wyrazić relacyjną odległość między zapisanymi cyframi, przesuwając je do kolejnych potęg dziesiętnych o coraz wyższych kolejnych wykładnikach. Brzmi to dziwnie, bo kto z nas – patrząc na ciąg zapisanych cyfr – myśli o jakichś wykładnikach i potęgowaniu? Chwytny po prostu całą postać liczby, rozumiejąc jej sens. Zaledwie dziesięć różnych znaków, odpowiednio zestawianych, jest w stanie w zrozumiałym sposób wyrazić dowolną wielkość w pewnym rozsądnym zakresie. Co więcej, takie dziesiętne pozycyjne liczby zapisane w kolumnach dają wiele możliwości ich sprawnej obróbki przy użyciu różnych technik obliczeniowych, których uczyliśmy się w szkole jako działań pisemnych. Dla wielkich liczb system staje się mało efektywny i niemożliwe jest uchwycenie „gestaltu liczby”, jednak zapis jest jednoznaczny nawet dla długiego ciągu cyfr.

Metodę wyrażenia dowolnej liczby przy pomocy dziesięciu symboli z zerem jako oznaczeniem pustego miejsca stworzyli Hindusi. Dysponujemy dowodami, że dokonali tego wynalazku najpóźniej w V wieku. W swojej pozycyjnej notacji posługiwali się wtedy nie tyle graficznymi symbolami liczb, ile zapisanymi fonetycznie nazwami liczebników od jednego do dziewięciu i słowem „zero”. To tak, jakbyśmy zamiast użyć wyrażenia „cztery tysiące dwa” (4002), wymieniali cyfry kolejno, jak niekiedy czynimy to przy podawaniu numeru telefonu: cztery zero zero dwa. Ta metoda opisywania liczb wprowadzała

87 Por. G. Ifrah, *Dzieje liczby...*, s. 192.

system znaków, gdzie każdy znak osobno reprezentował wartość absolutną, ale jego konkretne znaczenie wynikało z położenia w relacji do innych symboli⁸⁸. Pomysł przyjął się na całym świecie, również w społeczeństwach posługujących się pismami ideograficznymi. System dziesiętny, stanowiący jedną z największych intelektualnych innowacji, jest współcześnie używany przez cywilizowaną ludzkość jako język zrozumiały na całym świecie. W chińskim piśmie zero może być zanotowane na dwa sposoby: jako częściej stosowane 零 (*líng*) i zapożyczony pusty okrąg. W Chinach po dziś dzień używa się rodzimych oznaczeń poszczególnych cyfr obok „europejskiego” zapisu, który dotarł tam dopiero w czasach nowożytnych. Co więcej, w przypadku większych liczebników zawierających w swoim zapisie zero – np. 206 – Chińczyk powie 二百零六 (*liàng bǎi líng liù*): dwie setki zero sześć. Ludzie Zachodu pomijają zera w takich liczebnikach – powiedzą dwieście sześć. Na poziomie językowym Europejczycy pozostają ciągle pod wpływem łacińskiej tradycji rzymskiego addytywnego systemu notacji i lęku przed pustką, zaszczepionego przez Parmenidesa. W naszych językach ujawnia się więc różnica pomiędzy dalekowschodnim i zachodnim sposobem myślenia dotyczącym „ontologii próżni”.

W podobnym okresie, co Chiny również świat arabski w pełni docenił wydajność i praktyczne zalety systemu hinduskiego. Muhammad ibn Musa al-Chuwarizmi (780–850) jest autorem klasycznego dzieła na temat arytmetyki, gdzie przedstawił pozycyjny system dziesiętny i stwarzane przez niego możliwości rachunkowe. W XII wieku jego książka była powszechnie znana w Europie, kiedy to przetłumaczono ją na łacinę. Przekładu dokonał Adelard z Bath (ok. 1116–1142)⁸⁹, zaś Aben Ezra (ok. 1092–1167), hiszpań-

88 Por. G. Ifrah, *Dzieje liczby...*, s. 204–205.

89 Por. A. C. Crombie, *Nauka średniowieczna...*, s. 70; M. Kordos, *Wykłady z historii matematyki*, s. 122.

ski Żyd, próbował zaadaptować indyjski system w kulturze hebrajskiej. W swym dziele *Księga liczby* proponował utrzymanie zapisu pozycyjnego, a jako symbole cyfr: użycie dziewięciu pierwszych liter hebrajskich i okręgu na oznaczenie zera. Podał tym samym całkowite wyjaśnienie arabskiego systemu cyfr. Jednak reforma zaproponowana przez Ezrę nie przyjęła się. Tradycja podaje, że pionierem wprowadzania nowego systemu notacji w zachodniej kulturze był papież Sylwester II. Zanim wstąpił na stolicę Piotrową w 999 roku, jako jeszcze Gerbert z Aurillac (945–1003) przebywał długo w Hiszpanii, gdzie poznał naukę arabską. Był także w latach 972–981 nauczycielem w szkole katedralnej w Reims. Później działał na dworze Ottona II. Został między innymi wychowawcą młodego Ottona III. Piastował też funkcje arcybiskupa Reims, a następnie Rawenny. Miał więc wielki wpływ i na edukację, i na intelektualny klimat swoich czasów. Początkowo system pozycyjny stosowany w Europie używał tylko cyfr indyjskich od 1 do 9. Zamiast zera stosowano kropki nad cyframi. Aby zapisać np. dwadzieścia pisano kropkę nad dwójką, a dwie kropki nad nią oznaczały dwieście⁹⁰. Być może tak wyrażał się średniowieczny *horror vacui* – jako lęk przed pustką wyrażoną zerem. Symbol ten w postaci pustego koła został jednak szybko przyjęty z pism arabskich. System notacji w Europie przeszedł więc podobną ewolucję, jak w Mezopotamii, gdzie symbol wypełniający pustą pozycję pojawił się dopiero po pewnym czasie. Brak „zera” jako symbolu nie stanowił więc ostatecznej bariery w stosowaniu zapisu pozycyjnego w Europie, choć go znacznie komplikował i odbierał wiele zalet w praktycznych obliczeniach. Relacyjny charakter notacji wymusił zastosowanie zera jako symbolu niejako wtórnie.

Dziesiątny system pozycyjny powoli zyskiwał przewagę i w XIII wieku zaczął być w pełni rozumiany przez uczonych i stosowany przez kupców i bankierów. Stało się to w dużej mierze dzięki

90 Por. J.D. Barrow, *Książka o niczym*, s. 70–73.

dziełu Leonarda z Pizy, zwanego również Fibonaccim (1175–1250). Był synem kupca, dlatego mógł docenić wydajność nowego systemu notacji. Poznał pisma al-Chuwarizmiego i pod ich wpływem napisał w 1202 roku *Liber abaci*, gdzie wyjaśnił zalety stosowania cyfr arabskich. Znamienne jest, że praca ta ma charakter wybitnie teoretyczny i nie zawiera odwołań do arytmetyki handlowej⁹¹.

Mimo docenienia przez kupców niewątpliwych zalet nowego systemu, jego upowszechnienie nie było łatwe. W 1299 roku we Florencji zakazano używać liczb arabskich w dokumentach finansowych. Miało to skutek w postaci stosowania jedynie zapisu w systemie rzymskim, ale już od 1406 roku liczby arabskie zaczęły pojawiać się w tekście, podczas gdy w towarzyszących im zestawieniach obecne były jedynie cyfry rzymskie. Z końcem XV wieku wszystkie dokumenty handlowe zawierały już tylko cyfry arabskie. Ostatecznie, pod koniec XVI wieku, posługiwanie się zapisem ułamków dziesiętnych i dokonywanie obliczeń za ich pomocą skodyfikował flamandzki uczonek – Stevin.

To właśnie wspomniany wcześniej prymat substancji nad relacją był jedną z barier powstrzymujących Zachód przed przyjęciem systemów pozycyjnych w zapisie liczb. Stosowanie tego rodzaju systemów wymusiłoby użycie symbolu na oznaczenie pustego miejsca i przełamałoby *horror vacui*, ucząc jednocześnie posługiwania się pojęciem zera. Obok zera również nieskończoność była dla greckiej antycznej umysłowości groźna i paradoksalna. W pewien sposób wydaje się zrozumiałe przerażenie, jakie może wywołać myśl o wieczności i bezkresie przestrzeni wobec człowieka i jego ograniczeń⁹². O ile jedno z omawianych ekstremów, jakim jest zero, ma swój fizyczny i percepcyjny ekwiwalent – gdy pojemnik jest pusty, w zagrodzie nie ma owiec, a w portfelu nie ma pieniędzy – to nieskończoność ma jedynie pojęciowy charakter – dostrzec i doświadczyć możemy

91 Por. A. C. Crombie, *Nauka średniowieczna...*, s. 71.

92 Por. J. D. Barrow, *Książka o niczym*, s. 85–86.

tylko tego, co skończone. Dla zmysłów nieskończoność nie istnieje. Metodologia nauki kieruje się podobną zasadą. Większość naukowców przyjmuje, że gdy nieskończoność pojawi się w obliczeniach, teoria zaprzestaje być stosowalna i należy poszukać nowej, lepszej. Zero podlega prostym prawom odejmowania i dodawania, np. jeśli odejmiemy od jakiejś wartości tę samą liczbę uzyskamy zero. Nieskończoność odjęta od nieskończoności pozostaje nieskończonością, nie zachowuje się więc jak liczba i wymyka się prostym intuicjom związanym z rachowaniem przedmiotów. Zero jest liczbą, choć to, czy jest liczbą naturalną, pozostaje kwestią umowną. Oswoiliśmy się z zerem jako pojęciem wyrażającym konkretną wartość, ale w rozumowaniu o nieskończoności dalej blisko nam do starożytnych, pomimo tego, że nieco ujarzmiliśmy tę ideę i nie wydaje się ona całkiem absurdalna. Wynika to z faktów, których świadomi byli Grecy: np. liczby naturalne możemy odliczać bez końca, dodając kolejną; po dniu następuje kolejny; każdy odcinek można też przedłużyć, co zostało zapisane jako pewnik przez Euklidesa. Tego typu operacje są przedmiotem matematycznych rozważań, dlatego starożytni uznali, że dopuszczalne jest zajmowanie się procesami trwającymi bez końca, a więc potencjalnie nieskończonymi. Na przykład cykle kosmiczne zdawały się trwać wiecznie i w tym znaczeniu można było je rozumieć jako bezczasowe, a jednocześnie ich opis stał się integralną częścią matematyki. Cykliczny ruch po okręgu uważano za doskonały, bo nie powodował zmiany, w tym sensie był więc stały i nie wymagał opisu przy pomocy pojęcia nieskończoności. W ten sposób radzono sobie z lękiem wobec nieograniczonego i omijaniem związanych z nim paradoksów. Dlatego też Grecy posługiwali się pojęciem nieskończoności potencjalnej, czyli takiej, która mogła być przedmiotem rozumowania, i nieskończoności aktualnej, traktowanej jako rodzaj absurdu.

Odrzucenie pojęcia nieskończoności zrodziło problemy z opisem wszelkiego kontinuum płynnych zmian. Nowożytność poradziła

sobie z tym problemem przez rachunek wielkości nieskończenie małych, czyli rachunek różniczkowy, co również nauczyło nas posługiwać się pojęciem nieskończoności. Starożytni, opierając się na przekonaniu, że nieskończoność jest paradoksalna, przyjęli, że nie można rozważać wielkości nieskończenie małych. Dlatego eleaci stworzyli przeczące zdrowemu rozsądkowi i obserwacji aporie o tym, że strzała nie może dolecieć do celu, a Achilles nie może dogonić żółwia. Był to wyraz – podobnie jak uprzywilejowanie cyklicznego ruchu po okręgu – tego, jak myślenie greckie broniło niezmiennej natury bytu. Uzgadnianie trwałości i zmienności tego, co nieograniczone w czasie i przemijające, jest obecne zarówno w filozofii, jak i w związanej z nią antycznej idei liczby. Zmiana i wieczne trwanie to, jak pisałem, dwa przeciwne stanowiska metafizycznych rozważań, reprezentowane przez Heraklita i Parmenidesa. Późniejsi antyczni filozofowie zwykle przypisywali większą wartość temu, co stałe. Spowodowało to, że myślenie greckie skupiało się na tym, co niezmienne i trwałe, podczas gdy nasza zmysłowa percepcja wyłania obraz ze zmiennego świata relacji.

Można przyjąć, że nowożytny przełom, objawiający się powszechnym zaakceptowaniem relacyjnego systemu pozycyjnego, powstaniem geometrii rzutowej, a potem analitycznej, oswojeniem pojęcia ciągłości i nieskończoności, nie dokonałby się bez udziału ludzi sztuki. Ambicje do badania rzeczywistości, przejawiane przez renesansowych artystów, zaowocowały niebywałym rozwojem języka wizualnego. Wyniki poznania prezentowali poprzez wizualne obiekty zamiast syntaktycznego zapisu ciągiem słów. Z punktu widzenia dziejów matematyki wkład renesansowej sztuki dotyczy zwłaszcza geometrii. Artyści związali w niej percepcję z myślową spekulacją. Dowodem stał się obraz w perspektywie linearnej, o szczególnych cechach iluzyjnych, opowiadający o relacjach i proporcjach obiektów umieszczanych w ciągłej i jednorodnej przestrzeni. Teza ta może wydawać się zbyt odważna, ale należy pamiętać, że to specyficzna

emancypacja sztuki, śmiałość różnych artystycznych poszukiwań i obserwacji oderwała ludzkość od traktowania liczb i sylogistycznego dowodzenia w starożytnym duchu. Dało to napęd naukom przyrodniczym i doskonaleniu matematycznych narzędzi, używanych w praktycznych celach wobec realnego świata.

Subitancja związana jest z percepcją. Wydaje się być początkiem zdolności matematycznych. Można rozpocząć wyjaśnianie źródeł umiejętności matematycznych właśnie od wrodzonej zdolności widzenia małych liczb i rozszerzenia jej na coraz to większe wartości i złożone zależności, odrywając się od tego, co zmysłowe i przyziemne. Wystarczy tylko przekroczyć barierę liczby cztery i mamy wolną drogę odkrywania praw tkwiących w liczbach. Subitancja jest jednak ograniczona do kardynalnego aspektu liczby, a – jak pisałem – dla pełnoprawnej matematyki konieczne jest również ujmowanie aspektu porządkowego. Widzenie relacji umożliwia zaistnienie „zmysłu porządku”, a więc wychwytywanie regularności w otaczającym nas świecie. W pewnym uproszczeniu można przyjąć, że widzenie figur w gestaltowskim sensie – a więc i subitancja – to widzenie konkretów, albo, jak by to powiedział filozof, ujmowanie umysłem substancji. Subitancja jest zdolna wychwycić nie tyle ilości, co pewne pojedyncze figury, stanowiące jeden, dwa albo trzy. Obiekty, stanowiące np. trójkę wyłonioną poprzez subitancję, muszą istnieć w określonej relacji, tworzącej uchwytną dla ludzkiego mózgu strukturę. Taką trójkę możemy abstrahować jako kardynalną wielość. Przejście od relacyjnego ujmowania przez zmysły różnych obiektów, aby stały się konkretami, substancjami, kardynalnymi wielkościami, jest jakby istotą spostrzegania. Sztuka posługuje się językiem spostrzeżeń. Przez wieki badała ten język, tworząc wizualne modele, odkrywając prawdy o tym, jak widzimy, jak wyłaniamy absoluty z relacji. Nasze spostrzeganie wyprowadza z relacji konkret, jakim jest figura, a proces ten opisuje psychologia percepcji. Ów konkret figury, wyłania się z poszczególnych plam, jasności barwnych, odpowiednio skorelowanych ze sobą,

zgodnie z wymienionymi wcześniej regułami psychologii postaci. Umysł w aktywnym procesie porządkuje wszelką informację płynącą od różnych bodźców i tworzy jej znaczenie. Mechanizm ten nadaje sens, a więc i ład, światu zmysłowemu, gdy z relacji wyłaniają się figury jako jakości spostrzeżeniowe, dając nam możliwość posługiwania się nimi jako „czystymi formami”. Dokładnie w ten sam sposób – jako liczby – ujmujemy znaki w pozycyjnym systemie dziesiętnym. Również algebra i geometria opierają się na operowaniu relacjami, a nie absolutnymi wartościami. Niektórzy postulują, aby uczyć algebry przed arytmetyką, zwłaszcza w czasach, gdy trening w szybkim, pamięciowym, mechanicznym posługiwaniu się arytmetyką traci powoli na znaczeniu w świecie elektronicznych urządzeń obliczających⁹³. W naszym doświadczeniu zmysłowym relacja poprzedza konkrety, dlatego pełnoprawna matematyka w jakimś stopniu ma związek z mechanizmami percepcyjnymi odpowiedzialnymi za widzenie relacji. Tym relacyjnym aspektem percepcji zawsze zajmowali się też artyści, aby uzyskać moc przedstawienia.

G. Przestrzeń obrazu – idealna, uproszczona, percepcyjna

Kognitywne własności ludzkiego umysłu powodują uprzywilejowanie określonych wielkości. Wpływają one na kompozycję dzieł albo nadanie symbolicznego znaczenia liczbom i figurom geometrycznym. Jest to związane ze skłonnością do grupowania obiektów w układy rozumiane jako pojedyncze całości, o czym pisałem w rozdziale trzecim (podrozdział D). Zasady grupowania wynikają z reguł psychologii postaci: podobieństwa, bliskości, domykania, dobrej kontynuacji,

93 Por. R. Arnheim, *Myslenie wzrokowe*, s. 261.

wspólnego losu i dotąd niewymienionej naczelnej zasady organizacji spostrzeżeń – reguły upraszczania. Tak ją definiuje Arnheim:

Odbiorca skłonny jest widzieć każdy wzór bodźcowy w taki sposób, by powstająca struktura była w zależności od warunków możliwie najprostsza⁹⁴.

Zasada upraszczania ma wpływ na różne struktury wytwarzane przez człowieka. Mogą być one materialnymi artefaktami, jak obrazy, architektura, maszyny itp. Ludzkie umysły wytwarzają również struktury istniejące tylko w poperowskim świecie 3. Dlatego reguła upraszczania ma wpływ na takie dziedziny, jak sztuka, nauka i matematyka, a nawet poezja. Każda z nich posługuje się abstraktami, choć w odmienny sposób. Zamiast terminu „upraszczanie” można z pewnymi zastrzeżeniami użyć słowa „idealizacja”. Idealizm matematyczny – jako wytwór kultury – ma jedno ze swych źródeł w naszej upraszczającej zmysłowości. Arnheim pisze o „czystych formach”⁹⁵, wyłonionych przez myślące zmysły. Czysta forma staje się materiałem myślenia abstrakcyjnego, oddzielając się od pierwowzoru, jednak wzięta jest ona z doświadczenia i własności zmysłów upraszczających rzeczywistość⁹⁶.

Do idealizacji materiału zmysłowego oprócz reguły upraszczania (inaczej reguły dobrej formy) prowadzi inny mechanizm percepcyjny – stałość spostrzeżeń. Zjawisko to może dotyczyć koloru, jasności, wielkości, kształtu. Te jakości zmysłowe spostrzegamy jako bardziej stałe, niż wynikałoby to ze zmian warunków w środowisku. Zakładamy niejako z góry pewne cechy obiektów, na które patrzymy. Pomarańcz jest zawsze cała pomarańczowa, jednak – co może dziwić,

94 R. Arnheim, *Sztuka i percepcja wzrokowa...*, s. 74.

95 R. Arnheim, *Myślenie wzrokowe*, s. 247.

96 Zob. R. Arnheim, *Myślenie wzrokowe*, s. 207nn.

ale co potwierdzi chyba każdy malarz – jej zacieniona część jest czekoladowa. Podobnie dzieje się z polami na szachownicy – pozostają białe mimo zacienienia, zrównującego ich jasność z czarnymi polami w świetle (il. 59). W różnych widokach rzeczy wyglądają odmiennie. Kształt rzeczy jest czymś innym niż kształt jej widoku. Eliptyczność talerza na stole nie przeszkadza widzieć jego okrągłości. Relacja eliptyczności do założonej czy domniemanej krągłości pozwala też zobaczyć przykładowy talerz w przestrzeni, odczuć płaszczyznę stołu (na którym stoi) w stosunku do kąta widzenia. Stałość widzenia kształtu stanowi często trudność dla osoby rysującej. Na przykład dzieci często rysują takie obiekty jako bardziej pełne, bardziej okrągłe, niż wynikałoby to z rzeczywistych warunków obserwacji⁹⁷. W tym wypadku mamy do czynienia ze stałością widzenia kształtu, opisaną już przez Kartezjusza w *Dioptryce*:

kształt osądza się przez znajomość albo przeświadczenie, jakie się ma o położeniu różnych części przedmiotów, nie zaś skutek podobieństwa malowideł obecnych w oku, ponieważ malowidła te zawierają zazwyczaj jedynie owale i romb, podczas gdy nam pokazują się koła i kwadraty⁹⁸.

Stałość widzenia kształtu niekiedy może wprowadzać nas w błąd. Jan Deręgowski przytacza przykład eksperymentu, podczas którego pokazywano w ciemności świecącą elipsę, obracającą się wokół dłuższej osi. Badane osoby twierdziły, że jest to koło⁹⁹. Złudzenie zachodzące w „krzywym pokoju Amesa” można również wytłumaczyć poprzez mechanizm stałości kształtu. Idealizujemy czy upraszczamy kształt ścian w tym pomieszczeniu. Zakładamy, że są one

97 Por. J. B. Deręgowski, *Oko i obraz...*, s. 35–39.

98 Za: F. Alquié, *Kartezjusz*, przeł. z fr. oraz wyboru pism Kartezjusza dokonał S. Cichowicz, teksty Kartezjusza przeł. M. i K. Ajdukiewiczowie, Warszawa 1989, s. 210.

99 Zob. J. B. Deręgowski, *Oko i obraz...*, s. 22.

prostokątne, co nawet stoi w sprzeczności z odczuciem skali osób stojących wewnątrz (il. 63)¹⁰⁰.

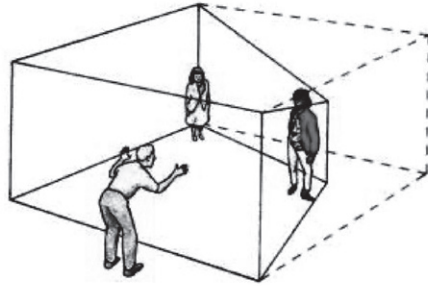
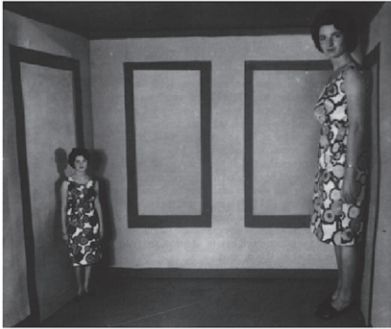
Malarze zwykle nie opisują tego rodzaju zjawisk, bo nie muszą ich rozumieć. Wystarczy, że dzięki swym intuicjom są je w stanie ukazać. Na obrazie Henriego Matisse'a z 1905 roku możemy odczuć rodzaj dynamiki przestrzeni, otaczającej szklany cylinder z czerwonymi rybkami (il. 64).

Efekt ten wynika po części ze specyficznego zestawienia krągłości stolika z eliptycznością ukazania walcowatego naczynia. Dodatkowo długa oś elipsy stanowiącej stół jest skośnie przechylna, dążąc do pionu, a jej krawędzie za słojem nie trafiają na siebie. Zatem czy w ogóle miała to być elipsa? Kształt kontrastuje swym dynamizmem ze stojącym centralnie naczyniem, co podkreśla jego regularną walcowatość. Jest to gra ze stałością spostrzeżeń i regułą domykania, lecz chyba najbardziej zdumiewającym trikiem w tym obrazie jest sugestywność całkowicie przezroczystej wody w słoju z rybkami. Wystarczyło, że Matisse ukazał odbicie pozornego obrazu rybek w powierzchniowym lustrze, a my idąc za wzrokowym nawykiem, widzimy w zawartości słoja niewidzialną wodę. Malarz nie musiał wiernie odtwarzać konkretnego zjawiska. Zaprosił nas tylko do wyobrażenia sobie wody w namalowanym walcu, to wystarczyło. Tym właśnie jest stałość widzenia zjawisk, że włączamy w widzenie wszystko, co wiemy o wspomnianym tylko zjawisku. Czy obraz ten jest tylko syntezą albo uproszczeniem rzeczywistości, czy może czymś jeszcze, co dodajemy od siebie?

Cézanne, malarz, który wywarł duży wpływ na Matisse'a, napisał: „trzeba przedstawiać naturę podług walca, kuli, stożka”¹⁰¹.

100 Por. J. Janowski, *Przedstawienia wyobrażonej przestrzeni na obrazach*, w: *Obrazy w umyśle...*, s. 68nn.

101 P. Cézanne, *Z listów do Emila Bernarda*, w: *Artyści o sztuce. Od van Gogha do Picassa*, wybrały i opracowały E. Grabska, H. Morawska, Warszawa 1969, s. 44.



63. Złudzenie występujące w „krzywym pokoju Amesa” wywołane mechanizmem stałości widzenia kształtu wraz ze schematem ilustrującym przestrzenną strukturę „krzywego pokoju Amesa”. Źródło: domena publiczna.



64. Henri Matisse, *Złote rybki*, 1912. Muzeum Sztuk Pięknych im. Puszkina, Moskwa. Źródło domena publiczna.

Stwierdzenie to zostało użyte w liście do Emile'a Bernarda, admira-
 ratora i propagatora malarstwa Cézanne'a. W 1907 roku Bernard
 przytoczył je w opublikowanym w „Mercure de France” artykule pt.
Souvenirs sur Paul Cézanne. Wspomniane zdanie stało się źródłem
 wielu nadinterpretacji ignorujących motywacje Cézanne'a. Przeina-
 czenia, do jakich dochodziło, można streścić w stwierdzeniu zawar-
 tym w manifestie dwóch kubistów, Alberta Gleizesa i Jeana Metzinger-
 a: „uczy on [Cézanne] nas opanowywać powszechny dynamizm.
 [...] Uczy, że ujęcie kolorystyczne przedmiotu jest skażeniem jego
 struktury. [...] On przepowiedział, że studiowanie brył podstawo-
 wych otworzy przed malarzami nieograniczone horyzonty”¹⁰². A więc
 według wymienionych teoretyków i praktyków kubizmu malarz nie
 tyle ma się odwoływać do swojego wrażeniowego, dynamicznego do-
 świadczenia zjawiskowej rzeczywistości, ile raczej zmuszać widzów
 do pewnych sposobów widzenia świata. Piszą o tym dalej, „że ma-
 larstwo nie jest, czy też już nie jest, sztuką naśladowania przedmiotu
 za pomocą linii i kolorów, ale że narzuca ono naszemu instynktowi
 świadomość plastyczną”. Takie podejście do malarstwa prezentowało
 wielu malarzy, powołujących się na Cézanne'a jako na tego, który po-
 stulował, aby ujmować naturę w schematy konstrukcyjne i oderwać
 sztukę od rzeczywistości, skierowując ją w stronę świata wyobrażeń
 albo myśli. Świat fizyczny i rzeczywistość wrażeniowa mogą wyda-
 wać się takiemu malarstwu niepotrzebne¹⁰³. Podobny program dla
 malarstwa podobałby się zapewne Platonowi, o czym może świad-
 czyć fragment *Państwa*:

I to, że posługują się przy tym postaciami widzianymi i mówią
 o nich, jednakże nie te widziane postacie mając na myśli, tylko tamte,

102 A. G. J. Metzinger, *O kubizmie*, w: *Artyści o sztuce...*, s. 102.

103 Por. L. Chwistek, „*Wielość rzeczywistości w sztuce*” i inne szkice literackie, War-
 szawa 1960, s. 138.

do których widziane są tylko podobne; oni myślą o Czworoboku samym i o Przekątnej samej, ale nie o tej, którą właśnie rysują, i o innych tak samo; te rzeczy oni rękami wykonują i kreślą, i one potrafią rzucać cienie i dawać odbicia w wodach, ale oni się nimi posługują znowu tylko tak jak obrazami, a starają się dojrzeć tamte *rzeczy same*, których nikt nie potrafi dojrzeć inaczej, jak tylko myślą¹⁰⁴.

„Rzeczy same” w wersji Platona są statyczne, opierają się owemu „powszechnemu dynamizmowi”, tak niepożądanemu przez Gleizesa i Metzingera. Są one chyba bezbarwne, choć gdzieś w świecie idei istnieją zapewne idealne kolory. Idealne figury Platona nie są w przytoczonym cytacie trójwymiarowe, co jest dość oczywiste, gdy uświadomimy sobie, że geometria była dla niego głównie ćwiczeniem intelektualnym, polegającym na kreśleniu konstrukcji na piasku, czasem na papirusie przy użyciu linii i cyrkla. Zdaniem Gleizesa i Metzingera forma malarska powinna być kształtowana przez przestrzeń, ale nie tę wizualną ani euklidesową. Tak jak i Platon, szukają oni teorii we współczesnych im dokonaniach matematycznych. W *Du cubisme* czytamy:

Gdybyśmy chcieli przestrzeń malarską powiązać z jakimś prawem geometrii, należałoby się odnieść do uczonych nie-euklideskich, zastanowić się dłużej nad pewnymi teoriami Riemanna¹⁰⁵.

Na szczęście Gleizes i Metzinger nie byli – jak Platon – filozofami o dyktatorskich zapędach, chcącymi ustalić konkretne przepisy uprawiania sztuki. Nie byli też matematykami, dlatego nie zastanawiali się dłużej nad „pewnymi teoriami Riemanna”. W jego geometrycznych poszukiwaniach i przełomie polegającym na pojawieniu

104 Platon, *Państwo* 510 D–E, s. 217.

105 A. G. J. Metzinger, *O kubizmie*, s. 105–106.

się nieeuklidesowych geometrii widzieli jedynie analogię do swoich odczuć wobec zastanych sposobów reprezentowania przestrzeni w obrazie. Nie zaproponowali też nowych kanonów, opartych na twierdzeniach nowych geometrii. Byli artystami, malowali obrazy, dzięki którym możemy się czegoś dowiedzieć o ludzkich sposobach rozumienia i odczuwania rzeczywistości. Właśnie tak swój – jak pisał – zawód rozumiał Cézanne:

Wracam jednak zawsze do tego, że malarz powinien całkowicie poświęcić się studiowaniu natury i starać się tworzyć obrazy, które będą wskazaniem. Rozmowy o sztuce prawie nie dają pożytku. [...]

Literat wypowiada się za pomocą abstrakcji, gdy tymczasem malarz konkretyzuje swoje doznania i postrzeżenia za pomocą rysunku i barwy¹⁰⁶.

Cézanne pisze o studiowaniu natury. Jego obrazy są „wskazaniami”, jak odbieramy i rekonstruujemy świat w ludzkiej jaźni. Malarz pragnie dokonać tego przez konkretyzację albo intensyfikację jakości zmysłowych. Nie sprowadza ich do matematycznych abstraktów. Przytoczone wcześniej stwierdzenie o kuli, stożkach i walcach należy rozumieć o wiele szerzej. Cézanne na pewno nie proponował pomiarów i upraszczania widzianych obiektów do geometrycznych brył obrotowych. Jego obrazy ukazują sposób wizualnego odbioru natury wraz z jej przestrzennością w czasie i nie ograniczają się do ujmowania jej płaskiego oglądu z jednego punktu widzenia. Interesowało go między innymi widzenie dwuocne i rozkład intensywności koloru budującego przestrzenność, który widzimy na trójwymiarowych formach, jak owoce i porcelanowe naczynia z jego martwych natur. Cézanne poprzez systematyczne studia eksplorował wiele różnych

106 P. Cézanne, *Z listów do Emila Bernarda*, s. 49–50.

własności natury i ludzkich władz poznawczych, zmierzając do celu, o którym pisał:

Czy osiągnę tak usilnie poszukiwany cel, do którego od tak dawna dążę? Pragnę tego, ale dopóki go nie osiągnąłem, trwa stan nieokreślonego niepokoju, który nie zniknie wcześniej, aż dobiję do portu, to jest zrealizuję coś lepszego niż dawniej i dzięki temu potwierdzę moje teorie, które zawsze łatwiej tworzyć; poważne trudności stwarza jedynie udowodnienie tego, co się myśli.

Kontynuuję zatem moje studia¹⁰⁷.

Studia natury są zatem dążeniem do udowodnienia „tego, co się myśli”, a nie próbą odwzorowania wyglądown rzeczy. Już samo dążenie staje się celem, poszukiwaniem nieosiągalnego spełnienia. Obrazy stanowią materializację tego, co się wie o świecie, ukazanie czystej myśli, esencji czy idei rzeczywistości. Nie są więc dowodami w naukowym czy logicznym sensie. Są raczej modelami, powstającymi na podstawie jakiegoś przeczucia. Sztuka bada bowiem to, czego nie da się opisać. Cézanne tworzy w czasach, gdy upada stare przekonanie o malarstwie jako umiejętności opartej na kanonach i „poprawnym” sposobie ukazywania przestrzeni na obrazie. Od czasów renesansu założenie jednorodnej przestrzeni euklidesowej i rozumienie obrazu jako płaszczyzny rzutowania, którą przebiją półproste zbiegające się w jednym punkcie – w oku, dyktowało zasady ukazywania przestrzenności natury. Tymczasem Cézanne próbuje odkryć, w jaki sposób rozumiemy czy rekonstruujemy świat¹⁰⁸. Stąd jego znaczenie dla artystów pierwszej awangardy, którzy nastali po nim. Cézanne odwrócił się od wyuczonej, zmechanizowanej perspektywy. Stał się

107 P. Cézanne, *Z listów do Emila Bernarda*, s. 49–50.

108 Por. W. Juszcak, *Postimpresjoniści*, Warszawa 1985, s. 165.

ważny dla wspomnianych kubistów. „Ten, kto rozumie Cézanne’a, przeczuwa kubizm”¹⁰⁹ – pisali Gleizes i Metzinger.

Obrazy Cézanne’a są specyficzną idealizacją, będącą zarazem dowodem na to, „co się myśli”. Matisse przybliżył nam nieco ideę swojego obrazu z czerwonymi rybkami w cylindrycznym naczyniu, pisząc o Cézannie:

Przyjrzyjmy się [...] obrazom Cézanne’a. Jak tam wszystko doskonale obmyślane! Bez względu na odległość i ilość postaci w obrazie różniamy je z łatwością, wiążąc z nimi tę lub ową część ciała. Obraz wykazujący dużo ład i przejrzystości dowodzi, że ten ład i ta przejrzystość istniały już od początku w umyśle artysty, względnie że artysta był świadom tego, że są one dla obrazu niezbędne. Wówczas części ciała mogą się przeplatać, krzyżować, zawsze jednak pozostaną dla widza związane z właściwą postacią, zawsze przynależne do idei danego ciała ludzkiego: nie może być mowy o jakimś nieporozumieniu czy pomieszaniu¹¹⁰.

Matisse pisze o strukturze wewnętrznej przestrzeni obrazu, będącej odbiciem nie tyle rzeczywistości, ile zamysłu czy konstruktu wywodzącego się z konceptu artysty. Ilustracją powyższego cytatu Matisse’a jest seria *Kąpiące się* autorstwa Cézanne’a. Dokonałem wyboru jednego z tych obrazów za względu na jego największe odrealnienie – tematem stał się układ splątanych brył, ukazanych w ich gęstości budującej napięcie. Figury nakładają się na siebie i częściowo się przesłaniają. Mimo to rozdzielane elementy łączą się, budując kategorie rozumiane jako przynależność do tej, a nie innej postaci. Obraz nie przedstawia sielskiej sceny nad wodą i piękna ludzkich ciał, lecz sposób porządkowania przestrzennych relacji widzianych

109 A. G. J. Metzinger, *O kubizmie*, s. 103.

110 H. Matisse, *O malarstwie*, w: *Artyści o sztuce...*, s. 95.

obiektów. Na tych samych mechanizmach pozwalających nam porządkować bryły w przestrzeni bazuje geometria, której różne działy i tradycje w istocie opisywały własności kognitywne ludzkiego umysłu przy użyciu twierdzeń. Uderzające jest podobieństwo między *Wielkimi Kąpiącymi się* (il. 65 A) a obrazem Rogiera van der Weydena (1399/1400–1464) *Zdjęcie z krzyża* (il. 65 B) – widać je w sposobie myślenia artysty oraz konstrukcji dzieła. Postaci mają tu nieomal naturalną nieróżnicowaną skalę. Widać nawiązania do gotyckich rzeźbionych ołtarzy, stąd płytkie ujęcie sceny, a wzajemne relacje przestrzenne można dostrzec jedynie w integralności przeplatających się postaci. Zamiar podjęty przez artystę to ukazanie wydarzenia; zaś zastosowane środki kompozycyjne eksponują elementarną funkcję percepcji przestrzeni, jaką jest rozpoznawanie nakładających się figur, i są w zasadzie identyczne w obrazach Cézanne’a i van der Weydena.

Tworzenie obrazowych modeli przestrzeni percepcyjnej jest jednym z wielu problemów, jakie podjęli artyści u progu awangardy. Warto zwrócić uwagę, że Matisse pisze o ładzie i przejrzystości, istniejących w umyśle artysty. Obraz – jako „wskazanie” – potwierdza je jako idee czy myśli. W ten sposób sztuka dotyka tego, czego nie można opisać, i ukazuje ukryte prawdy. Bogactwo zmysłowego doświadczenia przestrzeni jest niezmierne. Z percepcji wywodzi się geometria. Jako matematyczny opis przestrzeni wydaje się być czymś pozaświatowym. Odrywa on percepcję od rzeczywistości, przenosząc na poziom uogólnienia i abstrakcji. Tymczasem sztuka „konkretyzuje doznania” w postaci zmysłowych modeli-dzieł jako „wskazań”. Zatem matematyka i sztuka zajmują się ideami w odmienny sposób, dlatego tylko czasem mogą się spotkać. Tę prawdę ukazały dokonania artystyczne sztuki zwolnionej z wszelkich jej pozornych „funkcji” (prezentowania ważnych wydarzeń, portretowania, ukazywania wyglądków rzeczy) przesłaniających to, co jest dla niej istotne¹¹¹.

111 Por. J. Kosuth, *Sztuka po filozofii*, s. 243.



A



B

65 A – Paul Cézanne, *Wielkie kąpiące się*, 1894–1905, National Gallery, Londyn; B – Rogier van der Weyden, *Zdjęcie z krzyża*, ok. 1435, Prado, Madryt. Źródło: domena publiczna.

Owe funkcje wpłynęły na wielowiekowy pogląd, że istnieje jakiś oparty o idee geometryczny sposób przekształcania przestrzennych obiektów w ich płaskie wyglądy na obrazach. Wcześniej jeszcze, zanim opracowano zasady perspektywy, ukształtowało się przekonanie, że widzialne proporcje, wynikające z idei dostępnych jedynie dla umysłu, mogą pomóc w osiągnięciu piękna przedstawianych rzeczy i tworzonych obiektów sztuki. Na tym doktrynalnym tle pojawia się odkrywająca istotę sztuki awangarda. Jej nadejście zapowiadało malarstwo Cézanne'a. To właśnie jego przywołuje Pablo Picasso jako przykład artysty ogarniętego autentycznymi pragnieniami i przejęciem. Wcześniej Picasso pisze o fałszu, jakim było uczenie artystów piękna i kanonów w dużej mierze opartych na liczbach:

Akademickie nauczanie piękna jest błędne. Oszukano nas i to tak dobrze, że nawet cienia prawdy nie można już odnaleźć. Takim samym kłamstwem jest piękno Partenonu, różnych Wenus, Nimf, Narcyzów. Sztuka nie jest zastosowaniem kanonu piękna, ale tego, co potrafią pojąć umysł i instynkt, niezależnie od kanonu. Kiedy się kocha kobietę, nie sięga się po narzędzia dla mierzenia jej kształtów; kocha się ją przy pomocy swych pragnień; a tymczasem zrobiono wszystko, co się dało, żeby nawet miłość poddać kanonom¹¹².

Picassa fascynuje to, „czym jest”¹¹³ artysta. W postawie Cézanne'a widzi niepokój, a nawet dramat poszukiwań uniwersalnej prawdy, głęboko ukrytej pod powierzchnią rzeczy. Picasso zamierza rozbić tę powierzchnię na wiele widoków, lecz nie po to, by zajrzeć do środka. Jego gwałtowna natura chce raczej unicestwić te rzeczy, sprowadzając je do strzępów wielu widoków. Zdaje się mówić – to kubizm (analityczny) dokonuje rozbioru istniejących

112 P. Picasso, *Rozmowa z Christianem Zervosem*, w: *Artyści o sztuce...*, s. 495.

113 P. Picasso, *Rozmowa z Christianem Zervosem*, s. 495.

rzeczy, bo tyle o świecie wiemy, ile potrafimy z tych tysięcznych spojrzeń poskładać. Po trzech latach „rozbijania rzeczy” artysta robi zwrot ku syntezie i z rozkawałkowanych (przypadkowych) obiektów składa nowe całości, które nie odtwarzają pierwotnego stanu. One kreują nowe byty. Kubizm syntetyczny to radykalne zerwanie z oglądami świata na rzecz wymyślania nowych form w metodzie kolażu i asamblażu.

Dla następców Picassa zmysłowe mechanizmy percepcji przestrzeni znalazły się na uboczu ich zainteresowań. Sztuka tylko używa języka spostrzeżeń, a jej istota dotyczy ujmowania świata w wymiarze duchowym i egzystencjalnym. Nie zmienia to faktu, że badanie przestrzenności doznawania świata było ważne dla sztuki na początku awangardowego przełomu. Zajmowali się tym oczywiście kubiści, a później konstruktywiści. Ukoronowaniem tej tendencji był obraz Kazimierza Malewicza *Czarny kwadrat na białym tle*. Tytuł wydaje się geometryczny i może nawet nieco platoński. Ale Malewicza interesował czysto pojęciowy abstrakt jako istota każdego obrazu, a nie jakaś matematyczna, geometryczna struktura. Zamiast upraszczać czy syntetyzować rzeczywistość zmysłową poprzez studiowanie natury, poszukiwał on ogólnej zasady widzenia i budowania umysłowej reprezentacji świata. Najbardziej elementarnym znakiem tej reprezentacji był *czarny kwadrat na białym tle* – dodajmy – na kwadratowym płótnie. Na kwadracie płótna biały kwadrat tła, a na nim figura – czarny kwadrat. To chyba pierwsze dzieło tak radykalnie tautologiczne. Tu sztuka wskazuje na samą siebie, dokładnie tak jak matematyka. Obydwie opowiadają o sobie, tylko o sobie.

To najsłynniejsze dzieło Malewicza „wskazuje” najbardziej podstawowy sposób rozumienia obrazu i widzianych rzeczy. Sam malarz pisze o odejściu od przedmiotowości na rzecz ukazania odczucia:

Suprematysta odbiera zatem zawsze ten środek przedstawienia, który w możliwie pełny sposób wyraża odczucie – jako takie, a pomija odbierany element przedmiotowy¹¹⁴.

W swej analizie istoty każdego malarskiego obrazu poszukiwał „punktu o”, formy elementarnej, która jest początkiem zaistnienia każdego obrazu, początkiem jego bytu. To „coś na tle”. Wybrał kwadratowe białe płótno jako przestrzeń narodzin elementarnej formy. Formą stał się czarny kwadrat, który jedynie swą bezprzedmiotowością manifestował radykalną odrębność od białego tła. Nic więcej. Malewicz tak o tym pisze, odwołując się do konwencji matematycznych formuł:

Czarny kwadrat na białym polu był pierwszą formą wyrazową odczucia bezprzedmiotowego: Kwadrat = odczucie, białe pole = „nic” poza tym odczuciem¹¹⁵.

W tym sensie „czarny kwadrat”, niczego nie wyrażając, jest ikoną głoszącą własne istnienie.

Z tego początkowego modelu wizualnego Malewicz wyprowadzał kolejne obrazy, w których tłem dla figury pierwszej są kolejne figury, a dla nich pustka. Widzimy w nich układy prostych kształtów, nakładających się na siebie w różnych zależnościach: zasłaniania i bycia zasłanianymi czy wychodzenia poza pole obrazu. Każda z tych figur manifestuje swój kształt, kolor i swoje przestrzenne położenie względem innych figur. Obraz, nie mówiąc niczego o realnym

114 K. Malewicz, *Suprematyzm*, w: *Artyści o sztuce...*, s. 354. Tekst stanowi drugą część podstawowej pracy Malewicza – *Die Gegenstandslose Welt. Begründung und Erklärung des russischen Suprematismus*, München 1927, Bauhausbücher 11. Jest to niemiecki przekład rękopisów Malewicza pozostawionych w 1927 roku w Niemczech.

115 K. Malewicz, *Suprematyzm*, s. 355.



A



B



C

66 A – Kazimierz Malewicz, *Czarny kwadrat na białym tle*. Elementarna jednostka widzenia ukazana na obrazie. Obrazy B i C są wyprowadzone z tego pierwotnego przedstawienia jako coraz bardziej złożone modele wizualne; B – Kazimierz Malewicz, *Hieratyczny krzyż suprematystyczny*, 1920–1921; C – Kazimierz Malewicz, *Kompozycja suprematyczna (niebieski prostokąt ponad czerwonym promieniem)*, 1916. Źródło: domena publiczna.

świecie, ukazuje podstawowe zasady istnienia czegokolwiek. Są to zasady analityczne, narzędzia dedukcyjnego rozbioru tego, co dane jest nam widzieć (il. 66 A, B, C).

Obrazy Malewicza są też „wskazaniami” dla podstawowej prawdy psychologii postaci (*Gestalt*) – to, co widzimy, to figura na tle. Nazywanie tych obrazów abstrakcją geometryczną jest więc nadużyciem wynikającym z niezrozumienia istoty poszukiwań zainicjowanych przez Cézanne’a. *Czarny kwadrat na białym tle* nie ma sprawić, aby patrząc nań, mieć na myśli platoński „sam Czworobok” zamiast „widzialnej postaci”. Malewicz poprzez „wskazania” ukazuje ideę obrazu i tego, jak wszelkie rzeczy nam się jawią¹¹⁶.

H. Idea, schemat, korekta

Matematyka i nauka stosują dowodową argumentację i kryterium prawdy jedynie na poziomie wyrażanych językowo pojęć. Penrose jako współczesny wyznawca platonizmu matematycznego stwierdza, że „absolutny charakter matematycznej prawdy i platońskie istnienie matematycznych pojęć są w istocie tym samym”¹¹⁷. Dla niego jako matematyka kryterium prawdy jest ważne. Prawdę widać w równaniu i logicznym dowodzie. Ale prawda w sztuce nie potrzebuje dowodu i nie potrzebuje logiki. W tym sensie sztuka nie potrzebuje matematyki. Dlatego teoretyk i praktyk sztuki konceptualnej Sol LeWitt (1928–2007) napisał:

Sztuka konceptualna tak naprawdę nie ma wiele wspólnego z matematyką, filozofią czy jakąkolwiek inną dyscypliną umysłową. Matematyka używana przez większość artystów to prosta arytmetyka lub

116 Por. Bagiński, *Obraz – zagadka wzrokowa...*, s. 288–290.

117 R. Penrose, *Nowy umysł cesarza...*, s. 135.

proste systemy liczbowe. Filozofia pracy jest zawarta w pracy i nie jest ilustracją żadnego systemu filozofii¹¹⁸.

Według Sol LeWitta w tym, co dotyczy istoty dzieła sztuki, nie należy doszukiwać się matematyki opisującej jakieś odwieczne prawdy według filozoficznego założenia. Warto dodać, że Sol LeWitt należy do pokolenia modernistycznych artystów, wytrwale badających istotowy zakres sztuki oraz doskonalących i czyszczących jej język z wszelkich nieartystycznych naleciałości. Należy jednak pamiętać, że matematyka i modelowo-naukowy opis świata przy jej użyciu opierają się na ludzkiej zmysłowości. Natomiast dzieła sztuki poprzez język spostrzeżeń ukazują czyste odczucia albo właściwości człowieka w jego interakcji ze światem. Dwa obszary: modelowana matematycznie nauka i sztuka mają więc wspólną, kognitywną bazę. Ich zgłębianie wynika z tej samej ludzkiej potrzeby: chęci sprawdzenia, przekroczenia tego, co już wiadome. Jednak poszukiwania w obu tych dziedzinach oraz prawda matematyczna i artystyczna zasadniczo się różnią.

Dla Penrose'a idee matematyczne są odwieczną „Prawdą samą”. Ale chyba nawet wyznawcy platonizmu matematycznego zgodzą się, że notacje, sposoby dowodzenia, geometrie opisujące przestrzeń można traktować jako element kultury. Poruszając się w ich obszarze, posługujemy się współdzielonymi z innymi ludźmi zestawami symboli, procedurami dowodowymi, językiem. Kultura – jak pisałem – jest intersubiektywna i wspina się po dokonaniach poprzedników, a kolejne zapadki zabezpieczają nas przed utratą osiągnięć naszych przodków. Oczywiście istniało coś na początku tej kulturowej matematyki. Można to sprowadzić do zmysłu liczby, choć platonicy wołają wierzyć w odwieczne idee. W praktyce jednak najczęściej twierdzenia

118 Sol LeWitt, *Paragraphs on conceptual art.*, „Artforum” 5 (Summer 1967) No. 10, s. 80.

matematyczne budowane są na tych już wcześniej udowodnionych. Tymczasem Sol LeWitt zwraca uwagę, że filozofia dzieła artystycznego jest zawarta w nim samym. W tym sensie sztuka zmusza artystów i świadomego odbiorcę do bycia zawsze na początku, do zaczynania wszystkiego od nowa. Taką własność mają wielkie dzieła sztuki, o których Penrose napisał, że są bliższe Bogu, w odróżnieniu od prac poślednich i śmiertelnych¹¹⁹. Ten podobno boski pierwiastek, jak uważa Penrose, wynika z postawy wielkich artystów. Kosuth, przedstawiciel konceptualizmu jak LeWitt, programowo badający zakres pojęcia sztuki, jest przekonany, że „w sztuce ważne jest to, co do niej się wnosi, nie zaś przyswojenie sobie tego, co już istnieje”¹²⁰. Stwierdzenie to uświadamia trud tworzenia poprzez ciągłe stawianie nowych, a jednocześnie bardzo podstawowych pytań.

Powrócę znowu do Cézanne’a, którego postawa twórczego niepokoju i dążenia do nieosiągalnego celu sprawiła, że antycypował on działania awangardy. Jego malarstwo stanowi jeden z ważnych progów prowadzących do dojrzałego modernizmu w sztuce. Twórczość Cézanne’a stawia też wielkie pytania o powody zajmowania się sztuką i o jej istotę, tak ważne dla LeWitta i Kosutha jako przedstawicieli konceptualizmu. Znamienne jest, że Maurice Merleau-Ponty, psycholog percepcji i prekursor paradygmatu ucieleśnionego umysłu, napisał w 1945 roku obszerny esej, poświęcony zmaganiom twórczym Cézanne’a. Merleau-Ponty jako fenomenolog znajduje rodzaj bezzałożeniowości, przyjętej przez Cézanne’a dla powziętego zadania, jakim jest ukazanie rekonstrukcji rzeczywistości w ludzkiej jaźni na podstawie zmysłowych zjawisk. W taki sposób opisuje pierwotne doświadczenie uchwycenia istoty tego, co dane, poprzez wyrażenie się w dziele sztuki na przykładzie Cézanne’a:

119 Zob. R. Penrose, *Nowy umysł cesarza...*, s. 118.

120 J. Kosuth, *Sztuka po filozofii*, s. 252.

Ponieważ powrócił, by uświadomić sobie zasób niemych i samotnych doświadczeń, na których budowana jest kultura i wymiana myśli, artysta rozpoczyna swoją pracę jak człowiek rzucający pierwsze słowo, nie wiedząc, czy będzie to coś innego niż krzyk i czy będzie się w stanie oderwać od strumienia indywidualnego życia, w którym się rodzi i jest obecne¹²¹.

Trudząc się nad poszukiwaniem „pierwszego słowa”, artyści trafiają często w próżnię odrzucenia i niezrozumienia. Wielkość niektórych z nich można docenić po tym, co dopiero nastąpi. Nowe doświadczenia ludzkości poprzez kontekst zmieniają odbiór dzieł sztuki. Uczeni, matematycy, a także inni przedstawiciele nauk szczegółowych wyprowadzają swe teoretyczne modele w odmienny sposób. Budują je w oparciu o istniejące standardy, idee i dowody, rozbudowując je albo obalając. Mają więc inne wyzwania. Tak tę różnicę miejsca w kulturze obu dziedzin: nauki i sztuki, przedstawia Merleau-Ponty:

Nowa teoria fizyczna może się sprawdzić, ponieważ idea lub znaczenie jest powiązane przez obliczenia z pomiarami, które należą już do domeny wspólnej wszystkim ludziom. Malarz taki jak Cézanne, artysta, filozof musi nie tylko stworzyć i wyrazić ideę, ale także obudzić doświadczenia, które zakorzenią ją w innych umysłach. Jeśli dzieło się powiedzie, ma dziwną moc, że jest samo-dydaktyczne. [...] Malarz mógł tylko konstruować obraz. Musimy poczekać, aż ten obraz ożyje dla innych. Wtedy dzieło sztuki złączy się w te osobne życia, nie będzie już istnieć tylko w jednym z nich jak uporczywy sen lub uporczywe delirium lub w przestrzeni jako kolorowe płótno, będzie żyć niepodzielnie w kilku umysłach, przypuszczalnie we wszystkich możliwych, jako nabytek na zawsze¹²².

121 M. Merleau-Ponty, *„Le doute de Cézanne” et autres textes*, Paris 2023, s. 33.

122 M. Merleau-Ponty, *„Le doute de Cézanne”...*, s. 34, 35.

Celem tak rozumianej sztuki nie jest wymyślanie przyjemnych obiektów, łączenie starych pomysłów w nowy sposób i prezentowanie tego, co było widziane wcześniej. Taki sposób tzw. „uprawiania” sztuki jest tym, co zazwyczaj rozumie się przez kulturę. Merleau-Ponty uważa, że artysta nie powinien zadowalać się byciem „kulturalnym zwierzęciem”, nie powinien malować z „drugiej ręki”. Zadaaniem artysty jest takie podejście do kultury, jakby był jej pionierem. Ma mówić tak jak pierwszy człowiek, malować tak, jakby nikt przed nim nie miał jeszcze pędzla w ręku. Sztuka wyraża coś, co nie jest prostym przekładem klarownie zdefiniowanej myśli, bo jasno sformułowane myśli są już obecne w nas samych lub zostały wyrażone przez innych¹²³. Cézanne urzeczywistniał tę postawę, badając rzeczywistość poprzez wszystkie złożoności obserwowane przez oko. Chciał widzieć i czuć namalowane przedmioty tak, aby wzrok stał się jednocześnie dotykem. Przedstawia w obrazach doznawanie przez człowieka przestrzenności świata, ukazując drgające wyglądy, będące jedynie „kołyską rzeczy”, a dopiero poprzez myśl stające się obiektami, pojęciami, ideami. Cézanne nie dążył do odgraniczania niezmiennych obiektów od dynamicznego procesu, w jakim się one przedstawiają naszym oczom.

Według Merleau-Ponty’ego aspiracje Cézanne’a ukierunkowane były na uchwycenie narodzin ładu przez spontaniczną organizację umysłu, na przedstawienie, jak się materia kształtuje w ludzkiej jaźni. Malarz ukazał rozróżnienie pomiędzy instynktowną strukturą percepcyjnie zauważalnych rzeczy a zaprzęgnięciem tych rzeczy do wyrażania arbitralnie wymyślonych idei. Cézanne nie zdecydował się na wybór między harmonią a chaosem. Obydwa stany są obecne w jego obrazach, a my nadajemy własne rozumienie ukazanemu w nich, pulsującemu zestawieniu form i kolorów¹²⁴. Merleau-Ponty

123 Zob. M. Merleau-Ponty, „*Le doute de Cézanne*”..., s. 32.

124 Zob. M. Merleau-Ponty, „*Le doute de Cézanne*”..., s. 21.

twierdzi, że Cézanne wykazał, iż prawdziwa istota konturu musi wynikać z barw. Świat to nieprzerwana całość, masa, układ kolorów, na który nanosimy kontury, kąty i zakręty, jakby były liniami sił. Struktura przestrzenna drży, gdy jest formowana w naszych umysłach. W doświadczeniu widzenia kontur – jako linia ograniczająca obiekt – nie jest nam bezpośrednio dany. Gdybyśmy obrysowali jabłko jedną ciągłą linią, przekształciłibyśmy formę w płaską sylwetkę, podczas gdy kontur to raczej granica, poczawszy od której boki jabłka wycofują się w głąb. Brak określonego kształtu oznaczałoby pozbawienie obiektu jego indywidualności, podczas gdy narysowanie jedynie jednej linii zaniedbuje głębię¹²⁵. Dlatego Cézanne podąża za krzywizną obiektu za pomocą zmieniających się kolorów i zaznacza kilka konturów (il. 67). Nasz wzrok, odbijając się między nimi, dostrzega kształt, który wyłania się z ich zbioru, tak jak to ma miejsce w procesie percepcji.

Merleau-Ponty pisze też o szczegółowym badaniu przez Cézanne'a zjawiska stałości widzenia kształtu. Doświadczana perspektywa, czyli ta, którą faktycznie obserwujemy, nie jest oparta na zasadach geometrycznych czy fotograficznych, które korzystają z praw matematyki. Twierdzenie, że okrąg widziany pod kątem jest elipsą, zastępuje nasze rzeczywiste doświadczenie percepcji tym, co widzielibyśmy, gdybyśmy byli aparatem fotograficznym. W rzeczywistości obserwujemy formę, która oscyluje wokół elipsy, ale nią nie jest (il. 68 A). Według reguł matematycznej perspektywy naczynia i talerze na stole obserwowane z boku powinny prezentować się jako elipsy, lecz Cézanne maluje obie strony elipsy jakby były spuchnięte, poszerzone. Ich forma nie jest ani geometryczną elipsą, ani owalem, lecz intuicyjnie wyrażonym kształtem pośrednim. Na obrazach Cézanne'a można znaleźć wiele innych percepcyjnych zjawisk, przeczących „poprawności” w przedstawianiu świata. Gdy przedłużymy

125 Zob. M. Merleau-Ponty, „*Le doute de Cézanne*”..., s. 19, 23–24.



67. Wyraźne zwielokrotnienie konturów podążające za krzywizną zielonego melona. Paul Cézanne, *Martwa natura z zielonym melonem*, akwarela, ok. 1906, Kolekcja prywatna. Źródło: domena publiczna.



A



B



C

68 A – Paul Cézanne, *Martwa natura z wiśniami i brzoskwiniami*, 1885–1887, Los Angeles County Museum of Art. Źródło: domena publiczna; B – Model wizualny pozwalający doświadczyć złudzenia, które ma miejsce w przypadku czarnego pasa przesłoniętego przez fotel na kolejnym obrazie. Opracowanie graficzne: autor; C – Paul Cézanne, *Madame Cézanne w czerwonej sukience*, 1888–1890, The Metropolitan Museum of Art, Nowy Jork. Źródło: domena publiczna.

widoczne fragmenty krawędzi stołu (il. 68 A), przesłoniętej na pewnym odcinku, linie nie pokryją się. Złudzenie to ilustruje zaprezentowany model (il. 68 B). Jeśli zadamy pytanie, który z dwóch odcinków znajduje kontynuację po drugiej stronie prostokąta, nie jesteśmy w stanie poprawnie na nie odpowiedzieć bez przyłożenia linijki, do czego zachęcam czytelnika. Jest to jeszcze jeden dowód na relacyjność ludzkiej percepcji. Dokładnie to samo dotyczy ciemnego pasa przesłoniętego przez fotel, na którym siedzi sportretowana Madame Cézanne (il. 68 C)¹²⁶. Zgodnie z przyjętymi zasadami autorzy obrazów usiłujący przedstawić „wiernie” rzeczywistość, dążąc do ideału, ignorowali takie percepcyjne zjawiska.

Mistrzostwo Cézanne’a polega na tym, że kiedy patrzymy na ogólny układ jego obrazów, deformacje perspektywiczne nie rzucają się w oczy jako takie. Zamiast tego, podobnie jak w naturalnym sposobie widzenia, przyczyniają się do wrażenia żywego porządku, który wyłania się przed naszymi oczami. Cézanne, malując, zatrzymał też fenomen postrzegania obiektów w procesie ich zjawiania się. Artysta nie musi tłumaczyć tych zjawisk, a tym samym tworzyć teoretycznego dowodu. Wystarczy, że uformuje spostrzeżeniowy model. Jest on samo-dydaktyczny, jak pisał Merleau-Ponty, albo inaczej: filozofia pracy ma być zawarta w pracy, jak chciał LeWitt. Cézanne uświadomił swoim następcom ważną prawdę, którą przeżuwało wcześniej wielu genialnych artystów – sztuki nie robi się po to, aby coś odtworzyć, przedstawić albo powiedzieć, ale po to, aby się czegoś dowiedzieć. To podejście do rozumienia sztuki przez artystów objawiło się w pełni dopiero w sztuce XX wieku. Dlatego też Cézanne stał się duchowym ojcem awangardy, choć sam jeszcze do niej nie przynależał.

Psychologiczne doświadczenie Merleau-Ponty’ego pomogło mu widzieć na obrazach Cézanne’a „wskazania” dotyczące ludzkiej

126 Zob. M. Merleau-Ponty, „*Le doute de Cézanne*”..., s. 22.

percepcji. Cézanne uzmysłowił nam prawdy, opisane później przez psychofizjologię widzenia. Ukazał proces wyłaniania się obiektów z sumy bodźców w aktach percepcji. Rozpoznawalne kształty zamieniamy na obiekty w dużej mierze na podstawie wcześniejszego doświadczenia, również kulturowego. Pewna bezzakończoność w studiach natury pozwoliła Cézanne'owi na zawieszenie nawyków myślenia, a tym samym namalowanie nie konkretnych rzeczy, ale tego – jak widzimy. Dlatego, jak pisze Merleau-Ponty, ludzie z obrazów Cézanne'a wyglądają tak, jakby namalował ich przedstawiciel innego gatunku¹²⁷. Sztuka nie zajmuje się jedynie percepcją, lecz całością doświadczenia ludzkiego. Jednak poprzez to, że tworzy spostrzeżeniowe modele, Cézanne i inni artyści „wskazali” nam na wiele cech ludzkiego systemu poznawczego, a na nich bazuje również nauka wraz z matematyką. Jak więc, zgodnie ze współczesną wiedzą, przebiega proces rekonstrukcji świata w ludzkich umysłach na podstawie zmysłowych bodźców?

Nasz umysł przyjmuje zupełnie pozaświadomie jakieś pierwsze próbne założenie. Bez niego z wieloznacznych bodźców, docierających do receptorów z otoczenia, nie stworzyłby uładowanej, sensownej wersji rzeczywistości. Aby w niej funkcjonować, przetwarzamy miliardy bodźców, zakładając, że świat jest prosty i uporządkowany, a w ten sposób idealizujemy go. Widzenie nie jest bierne, patrząc na świat, zadajemy mu pytania w aktach percepcji. Proces ten nazywa się w psychologii percepcją transakcyjną. Impulsy nerwowe płynące z siatkówki informują mózg, że przed oczami pojawiło się COŚ. Informacje porównywane są z zasobami pamięciowymi. To, co odbiera mózg z oka, jest jedynie wstępną hipotezą. Umysł zadaje pytanie, czy jesteś tym, czym podejrzewam, i wtedy szuka potwierdzenia tego wstępnego domysłu¹²⁸. Jak pamiętamy, psychologia *Gestaltu* pokazała,

127 Zob. M. Merleau-Ponty, „*Le doute de Cézanne*”..., s. 27.

128 Por. D. Bagiński, *Obraz – zagadka wzrokowa*..., s. 63.

że percepcja ujmuje jedynie relacje pomiędzy poszczególnymi jakościami. To te relacje umysł zamienia w rzeczy. Odbieramy określony zestaw bodźców, a rzeczy zmyślamy. Gdy to pierwsze zmyślenie czy wstępna hipoteza nie sprawdzają się, są identyfikowane jako błąd, który wymaga korekty wstępnego wyidealizowanego schematu. Wówczas umysł stwarza nową wersję. Pewne paradoksy niezgodności rodzą pytania i skłaniają umysł do dalszych poszukiwań. Czasem proces ten przedostaje się do świadomości. Wtedy możemy podejść albo zmienić kąt widzenia, czasem musimy czegoś dotknąć, aby sfalsyfikować tę niewystarczającą albo niedorzeczną wersję rzeczywistości. Gombrich nazywa przedstawiony proces zasadą schematu i korekty. Pisze: „Badając świat widzialny, zakładamy, że wszystko jest proste, dopóki nie okaże się inne”¹²⁹. Należałoby ten cytat nieco zmodyfikować – człowiek na tyle upraszcza rzeczywistość, na ile się da, aby być skutecznym, funkcjonując w świecie. Jeśli dany model nie wystarcza, trzeba go skorygować, nieco komplikując. Gombrich, tłumacząc postrzeganie wedle zasady schematu i korekty, powołuje się na Poppera¹³⁰. Wprowadził on do metodologii nauki zasadę falsyfikowalności mówiącą, że wszelka wiedza nabyta w drodze jakiegokolwiek doświadczenia jest hipotezą i musi być sprawdzalna (tzn. falsyfikowalna)¹³¹.

Upraszczenie według Poppera nie ma znaczenia epistemologicznego. Na przykład dowód matematyczny może być prosty lub skomplikowany. Obydwa jednak mogą być poprawne, niezależnie od stopnia ich skomplikowania – są jednakowo wartościowe logicznie¹³². Wolimy oczywiście argumenty, dowody i rozwiązania prostsze; uważamy je przy tym za bardziej eleganckie. Popper mówi, że jest

129 E. H. Gombrich, *Sztuka i złudzenie...*, s. 268.

130 Zob. E. H. Gombrich, *Sztuka i złudzenie...*, s. 35, 267–268, 312.

131 Por. K. R. Popper, *Logika odkrycia naukowego*, przeł. U. Niklas, s. 34–35, 73–76.

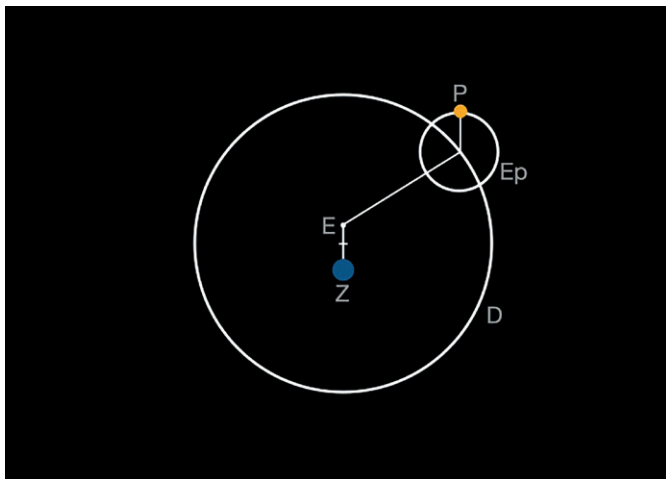
132 Zob. K. R. Popper, *Logika odkrycia naukowego*, s. 134.

to jedynie przejaw estetycznego lub praktycznego upodobania¹³³. Zgodziłby się z nim zapewne Spinoza, twierdzący, jak już pisałem, że „[m]iłym jest to, co łatwo możemy sobie wyobrazić”. Jak pamiętamy, filozof ten z ironią traktował domniemywania porządku, prostoty i jakiegoś ładu w świecie, zwracając uwagę, że to tylko ludzkie umysły chcą tak ujmować rzeczywistość. Czy Spinoza był prekursorem *Gestaltu*? W pewnym sensie tak, ale interesował go nie tyle ludzki system kognitywny, ile niepoznawalność świata i Boga.

Ruch Słońca, Księżycy i gwiazd w *Timaiosie* Platona był kolisty, wieczny, jednostajny, dlatego „idealny”. Systematyczne gromadzenie danych wymusiło wprowadzenie do tego wstępnego założenia epicykli jako składowych ruchu planet. W ten sposób „ocalono zjawiska” w systemie Ptolemeusza, uzgadniając obserwacje z ideałem, jakim był ruch obrotowy (il. 69). Ostały się również inne idealizacje – Ziemia (Z) w centrum, jednostajne ruchy ciał niebieskich. Aby wyjaśnić obserwacje torów planet z ich ruchem wstecznym, łączono jako składowe ruchy obrotowe po kolistych *deferentach* (D) i *epicyklach* (Ep)¹³⁴.

133 Zob. K. R. Popper, *Logika odkrycia naukowego*, s. 135, 142.

134 W modelu Ptolemeusza Ziemia była w centrum wszechświata. *Deferent* – duży okrąg, po którym poruszał się pewien wymyślony punkt bądź Słońce. *Epicykl* – mniejszy okrąg, którego środek znajdował się w tym wymyślonym punkcie na deferencie. Po tym mniejszym okręgu poruszała się planeta. Złożenie dwóch ruchów po okręgu wyjaśniało obserwowany ruch wsteczny planet. *Ekwant* – punkt wyrównawczy. *Ekwant* był przesunięty względem środka *deferentu* i Ziemi. Środek epicyklu poruszał się na deferencie ze stałą prędkością kątową względem *ekwantu*. Dzięki *ekwantowi* ruch planet stał się bardziej „idealny” – jednostajność ruchu nie była wprawdzie obserwowalna z Ziemi, ale istniał jakiś punkt, względem którego Platońskie żądanie było spełnione. Kombinacje tych różnych okręgów i punktów miały pomóc uzgodnić wcale nie takie regularne rzeczywiste wyniki obserwacji z metafizycznymi idealizacjami filozofów. Dlatego model Ptolemeusza był dość skomplikowany i pełen kompromisów. Zob. J. Kierul, *Ład świata. Od kosmosu Arystotelesa do wszechświata Wielkiego Wybuchu*, Warszawa 2007, s. 48–51.



69. Schemat przedstawiający podstawowe pojęcia w systemie Ptolemeusza. Z – Ziemia, P – planeta, E – ekwant, D – deferent, Ep – epicykl. Opracowanie graficzne: autor.

Obserwowaną zmienność prędkości ruchu planet Ptolemeusz wyjaśnił, wprowadzając dodatkowy punkt (E), przesunięty wobec Ziemi i środka całego układu. Względem tego punktu środek epicyklu miał jednostajną prędkość kątową. Po łacinie ten „punkt wyrównawczy” nazywa się *punctum aequans*, co spolszczono jako *ekwant* (E). Teoria Ptolemeusza nie była więc w pełni geocentryczna ani tak idealna, jak postulował Platon. Stanowiła kompromis między upraszczającą metafizyczną idealną wizją a wynikami obserwacji. Odstępstwo od pięknej doskonałości platońskiego ideału pozwalało precyzyjnie przewidywać przyszłe zjawiska niebieskie. Później ten pojęciowy geocentryczny schemat został skorygowany przez Kopernika.

Ustawienie Słońca w centrum wyeliminowało zarówno skomplikowane składanie obrotowych ruchów, jak i potrzebę posługiwania się pojęciem *epicyklu* w celu wyjaśniania wyników obserwowanego ruchu planet. W nowym systemie jedynie jednostajny ruch planet

i kolistość orbit zostały „ocalone” zgodnie z fałszywymi platońskimi idealizacjami, na które również powoływał się Kopernik¹³⁵. Pewną komplikacją systemu – podobnie jak u Ptolemeusza – było to, że kołowe orbity Ziemi i pozostałych planet miały swe środki w punktach niepokrywających się dokładnie ze środkiem Słońca. Dlatego Kopernik pozostawił w swej teorii *ekwant* jako punkt przesunięty względem środka orbity¹³⁶. Była to adaptacja teorii *epicykli* Ptolemeusza do systemu heliocentrycznego. Wkrótce gromadzone dane z obserwacji wymagały kolejnej korekty, co pozwoliło wyeliminować konieczność posługiwania się *ekwantem*. Dokonał jej Johannes Kepler.

Zgodnie z pierwszym prawem Keplera „Każda planeta Układu Słonecznego porusza się wokół Słońca po orbicie w kształcie elipsy, w której w jednym z ognisk jest Słońce”. Kepler, jak sam pisał, początkowo popełnił błąd, zakładając, że orbity planet są doskonałymi kołami. Przyznał, że to przekonanie było dla niego trudne do przezwyciężenia, ponieważ zgadzało się z poglądami ówczesnych filozofów i wydawało się mieć oparcie w metafizyce¹³⁷. Zdołał jednak pokonać to wyobrażenie, które było podyktowane ludzką tendencją do szukania prostych i eleganckich wyjaśnień.

Ład świata wszedł na wyższy poziom uporządkowania, a zarazem komplikacji wymagającej stworzenia nowych, bardziej wyrafinowanych narzędzi matematycznego opisu, co ostatecznie dokonało się za sprawą mechaniki Isaaca Newtona. Również i ta teoria musiała zostać do pewnego stopnia sfalsyfikowana, a zarazem skomplikowana ze względu na efekty relatywistyczne wyjaśnione poprzez szczególną teorię względności. W jej wyniku sposoby pojmowania fizycznego czasu i przestrzeni musiały ulec przeobrażeniu. Nie

135 Zob. M. Kopernik, *O obrotach ciał niebieskich*, s. 63nn.

136 Zob. M. Kopernik, *O obrotach ciał niebieskich*, s. 30.

137 Por. A. K. Wróblewski, *Historia fizyki*, Warszawa 2015, s. 94.

zmienia to faktu, że zasady dynamiki Newtona nadal są stosowane do obliczeń jako rodzaj uproszczenia, wystarczającego do opisu zjawisk związanych z masą, ruchem czy przyspieszeniem obiektów w naszym otoczeniu.

Podobnie przebiegały przemiany teorii zasad budowy materii. Pierwsze było jońskie pojedyncze *arche*, rozszerzone do czterech żywiołów jako pierwiastków w starożytnej chemii. Mieszały się one i łączyły ze sobą, budując różnorodność substancji i zjawisk materialnego świata. Był to też rodzaj idealizacji. Dzisiaj pierwiastków chemicznych mamy o wiele więcej niż cztery, ale na szczęście ujęte są w ścisłą regularność układu okresowego, dlatego możliwe jest ich zapamiętanie wraz własnościami. Ta idealizacja jest o wiele bardziej skomplikowana, ale zarazem bardziej skuteczna w opisie i przewidywaniu zjawisk niż starożytna chemia Empedoklesa z Akragas¹³⁸. Dążenie do ograniczenia liczby elementarnych składników materii pozostało we współczesnej nauce. Jak wspominałem wcześniej, także twórcy teorii kwarków rozpoczęli swe dociekania od ładnej hipotezy opartej na trójce i oczywiście musieli ją skorygować.

Środowisko jest przestrzenią naszego działania. Musimy je rozumieć na tyle, aby skutecznie w nim funkcjonować. Dlatego zwykle człowiek zadawała się wyjaśnieniami i modelami konceptualnie prostszymi. Są przyjemniejsze, więc „estetyczne” albo „ładne”, bo wymagają tylko tyle wysiłku, ile jest niezbędne. Wynika to z ludzkiej psychiki, na co zwrócił uwagę Wittgenstein. Za Popperem przytaczam jego stanowisko:

Indukcja polega na tym, że przyjmujemy *najprostsze* prawo dające się pogodzić z naszym doświadczeniem.

138 Por. J. Janowski, *Prostota*, w: *Strategie komunikacyjne i procesy twórcze*, red. M. Bartosiak, Łódź 2022, s. 68.

Nie ma to jednak logicznego uzasadnienia, lecz jedynie psychologiczne. Jest jasne, że nie ma podstaw, by sądzić, że zajdzie rzeczywiście przypadek najprostszy¹³⁹.

Ze względu na swoje psychologiczne znaczenie uproszczenie traktowane jest jako idealizacja. Pomaga nam opanować świat, nie tyle w sensie jego systematycznego opisu, ile skutecznego funkcjonowania w nim. Ludzka historia poznania i różnych praktyk kulturowych posuwa się zazwyczaj od prostych konceptualizacji – uważanych często za idealne – do skomplikowanych. Z czasem porzucamy prostotę, gdy nie wyjaśnia dostatecznie złożoności świata.

Dążenie systemu poznawczego człowieka do uporządkowania albo idealizacji stało się podstawą filozofii Platona. Kazał on postulgiwać się idealizacjami jako „ostatecznymi wyjaśnieniami”. W jego filozofii nie wynikały one z ludzkiej psychiki, upodobań czy „ekonomii myślenia”. Były prawdziwymi „rzeczami niematerialnymi”, w które trzeba się wpatrywać¹⁴⁰. Można to zrobić tylko myślą, a nie oczami. Niematerialnym ideom, dostępnym tylko dla umysłu, najłatwiej przypisać matematyczny charakter. Artyści powinni czynić swe dzieła, naśladując świat idealny. A że jest on niewidzialny, pozostawało jedynie patrzenie na realność poprzez idealne porządki liczbowe. Stało się to źródłem Wielkiej Teorii jako „wyjaśnienia ostatecznego” pożądanego kształtu dzieł. Na szczęście filozofowie nie mieli „władzy ostatecznej” nad artystami i sztuką.

Sztuka, stawiając elementarne pytania, nie zadawała się tym, co już jest wiadome, udowodnione, osiągnięte. Będąc tego świadomym, LeWitt napisał, że matematyka używana przez artystów to jedynie proste systemy liczbowe. Podobnie myślał Merleau-Ponty, pisząc, że Cézanne przyjął postawę pierwszego malarza. W jego

139 L. Wittgenstein, *Tractatus logico-philosophicus*, s. 78, teza 6.363 i 6.3631.

140 Por. K. R. Popper, *Wiedza obiektywna...*, s. 159.

przypadku istotne było pytanie, jak przyjmując rodzaj bezzałożeniowości, doświadczamy przestrzennej rzeczywistości. Problem ten podjęli wkrótce inni malarze. Mondrian przeprowadził syntezę widzialnego przestrzennego świata, przedstawiając na obrazach podstawowe jakości wizualne – płasko ukazane pionowe i poziome podziały i elementarne barwy. Upraszczenie obrazu do jego istoty przez Malewicza – w postaci kwadratu na tle – ukazało fundamentalną relację przestrzenną uchwytą przez umysł. Kandinsky pokazał, jak układy linii i punktów budują napięcia, czyli odczucia potencjalnej aktywności. Malując obrazy, malarze ci tworzyli w istocie wizualne modele percepcyjne i na nich dociekali, jak wzrok potrafi abstrakcyjnie „myśleć” o przestrzeni.

I. Czas – odmierzany, doznawany, ukazany

Bardzo głębokie i podstawowe doświadczenia ludzkie, możliwe do ujęcia jedynie poprzez metaforę, związane są z przeżywaniem czasu. Myślenie o czasie i jego zapisywanie umożliwia abstrakcja. Obserwacja zmian, starzenia się, powstawania i ginięcia, cyklicznych następstw w przyrodzie rodzi głębokie refleksje w każdym z nas. Ich badanie i komunikowanie umożliwia zmysłowość liczbowa. Sztuka może opowiedzieć o naszych myślach i uczuciach związanych z czasem, używając języka spostrzeżeń. Problem ten podjęli współcześni artyści konceptualni, ukazując moc liczby w budowaniu zmysłowych modeli, co wydaje się wyłącznie abstrakcyjne. Za przykład mogą posłużyć działania japońskiego artysty On Kawary (1932–2014) i Polaka Romana Opałki (1931–2011)¹⁴¹. Zatoczyli oni okrąg, wracając

¹⁴¹ Opis twórczości obu tych artystów jest kontynuacją moich rozważań przedstawionych w artykule: J. Janowski, *Existence and Transience. The Ancient Idea of Number in Conceptual Art*, „IKON” 13 (2020), s. 393–401.

do intuicji, które leżały na początku pierwszych prehistorycznych prób ujęcia istoty czasu przez człowieka. Czas, ruch i zmiana były ważne w dziejach nauki i rozwoju społeczeństw ustalających standardy kalendarzy. Synchronizacja działania wspólnot ludzkich, rozwój nauki i narzędzi pomiaru czasu oddaliły nas od pierwszego ludzkiego zachwyty nad niezmienną cyklicznością świata – przeciwieństwem nieuchronnego kresu ludzkiego istnienia.

Jak pisałem wcześniej, Gombrich zwrócił uwagę, że doświadczenie stawiania i obalania hipotez, zarówno tych naukowych, jak i „artystycznych”, wywodzi się z aktywności spostrzegającego umysłu, dlatego jest podobne do aktów percepcji¹⁴². Historia kalendarza i obserwacji astronomicznych ukazuje proces komplikowania ideału albo – jak utrzymywał Gombrich – schematu i korekty. Analiza i przetwarzanie informacji, konstruowanie sensów, związków przyczynowych opartych na systemach kojarzeniowych – wszystko to jest kluczowe dla ludzkich społeczności. Gwarantuje przetrwanie, buduje wewnętrzną spójność grupy w oparciu o wspólną wiedzę i przekonania. Te ostatnie mogą być całkowicie niesłuszne, ale dopóki sprawiają wrażenie, że działają, nie ma potrzeby ich kwestionować. Muszą być jednak z grubsza zgodne z obserwacjami otaczającego świata, oczekiwaniami i systemami kojarzeniowymi człowieka. W myśleniu magicznym można dopatrywać się początków gromadzenia wiedzy o świecie nauki, ale i sztuki. Szczególnym rodzajem wiedzy opartej na doświadczeniu jest przewidywanie wydarzeń przyszłych na podstawie obserwacji powtarzalności cyklicznych zdarzeń. Cykl dnia i nocy, faz Księżyca, następstwo pór roku – wszystko to jest widzialne i domagało się jakiejś konceptualizacji. Księżyc, dzięki swojej skali i zmianom kształtu, był bardzo wyrazisty wizualnie, toteż stał się naturalnym wręcz przyrządem do odmierzania czasu. Polska archaiczna nazwa „miesiąc”, podobnie jak łacińskie słowo *menesis*,

142 Zob. E. H. Gombrich, *Zmysł porządku...*, s. 113–114.

wywodzą się od praindoeuropejskiego *mēnsis*, zawierającego w sobie rdzeń „me” związany z mierzeniem¹⁴³. Jest on obecny także w łacińskim słowie *mensio*, czyli „mierzyć”. Księżyc rozumiany był więc jako miara czasu. Był to powód, dla którego większość starożytnych cywilizacji tworzyła kalendarze oparte na cyklach lunarnych. Babilończycy, rozwijając dokonania Sumerów, stworzyli opisany wcześniej specyficzny system notacji. Ważne jest to, że był on związany ze stosowaną przez nich rachubą czasu. Jak pisałem, pozostałością tego systemu jest podział godziny na minuty i sekundy, ale i 360 stopni kąta pełnego – zamykające koło. W ten sposób 360 staje się liczbą rozpoczynającą cykl i kończącą go. Rok Sumerów miał także 360 dni. Miara kąta pełnego jest zatem spuścizną mitologii Sumerów i ich sposobu pojmowania czasu. Zanim około 2650 roku przed naszą erą powstało pismo klinowe, znak oznaczający liczbę 3600 był okrągłym odciskiem na glinianej tabliczce¹⁴⁴. Sumeryjski, a potem babiloński rok dzielił się na 12 miesięcy księżycowych po 30 dni. Aby zlikwidować opóźnienie roku słonecznego, dodawano w niektórych latach trzynasty miesiąc¹⁴⁵. Dzięki temu cykl słoneczny synchronizował się z lunarnym, co znaczy, że fazy Księżyca przypadały na te same dni roku słonecznego. Następowало to co 19 lat. Dzisiaj wiemy, że wynika to z tak zwanego cyklu Metona. Nazwa pochodzi od greckiego astronoma żyjącego w Atenach w V wieku przed naszą erą. Obliczył on, że w przybliżeniu co 235 miesięcy księżycowych fazy Księżyca przypadają na te same dni roku. Według jego obliczeń, aby uzgodnić cykle Słońca i Księżyca, należy dodać siedem dodatkowych

143 Por. R. K. Barnhart, *The Barnhart Concise Dictionary of Etymology*, New York 1995, s. 48; W. Boryś, *Słownik etymologiczny języka polskiego*, Kraków 2005, s. 328.

Por. *Indo-European Dictionary-Translator*, <https://indo-european.info/dictionary-translator/word.inc.php/ine/mēnsis>.

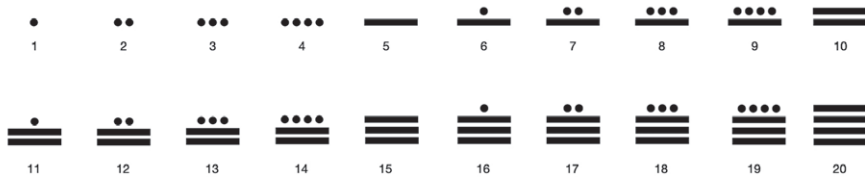
144 Por. J. D. Barrow, *Książka o niczym*, s. 39–42; P. S. Rudman, *How Mathematics Happened...*, s. 92–93; M. Kordos, *Wykłady z historii matematyki*, s. 33.

145 Por. A. K. Wróblewski, *Historia fizyki*, s. 11.

trzydziestodniowych miesięcy w okresie dziewiętnastu lat. U Babilończyków decyzję o dodaniu przestępnego miesiąca podejmował władca na podstawie obserwacji gwiazd. Prawdliwość opisana przez cykl Metona była też znana w Chinach. Świat starożytnych to wiele kół obracających się wiecznie i jednostajnie, choć niewspółmiernie. Odmierzały one czas. Komputystyka jako dziedzina zajmująca się konstrukcją kalendarza próbowała te cykliczne obroty uzgodnić. Obliczenia krotności potrzebne do rachuby czasu wpływały istotnie na rozwój umiejętności matematycznych. Matematyka powstała bowiem z ludzkich potrzeb i trosk, a jedną z nich jest rachuba czasu. Próbuje się w ten sposób poradzić z tajemnicą, jaką jest istota czasu. Sztuka również podejmowała ten problem. Współcześnie zatraciliśmy poczucie kolistości czasu, odmierzając go dyskretnymi wartościami w cyfrowych zegarach. Czas wyobrażamy sobie na osi dążącej do nieskończoności.

Dzisiaj wiadomo, że miesiąc synodyczny, czyli czas pomiędzy dwoma nowiami, wynosi 29,25 do 29,83 doby. Trudno więc jednoznacznie zsynchronizować długość cyklu synodycznego z całkowitą krotnością dni, a tym bardziej z cyklem rocznym, który wynosi około 365,242 doby. Problemem, z jakim zmagają się wszystkie cywilizacje, konstruując kalendarze, była synchronizacja cykli. Można było to osiągnąć poprzez szukanie wspólnych wielokrotności cykli albo dodanie kolejnych dni w celu pokonania problemu niewspółmierności cykli. Przykładem może być wspomniana wcześniej notacja liczbowa stosowana przez Majów. Miała ona ścisły związek z ich systemem pomiaru czasu opartym na cyklu słonecznym. Oprócz tak zwanej długiej rachuby stosowali oni jeszcze dwa różne kalendarze, zależnie od tego, czemu służyły: celowi sakralnemu czy codziennemu zastosowaniu. Wszystkie trzy systemy były zsynchronizowane. Kalendarz „powszedni” wykorzystywał specyficzną notację liczbową Majów – pozycyjną, choć nieregularną, z elementami addytywnymi. Rok składał się z 365 dni, 18 okresów po 20 dni i dodatkowo 5 dni

(specjalne dni świąteczne, niewliczane do rocznego cyklu). Zabieg ten pozwalał uzgodnić w pewnym stopniu dwudziestodniowe okresy z rokiem słonecznym. Addytywny zapis liczebników od 1 do 20 wyglądał w następujący sposób (il. 70):



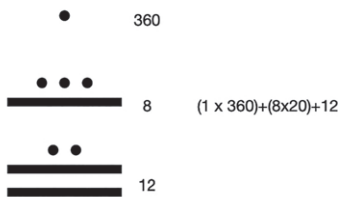
70. Notacja liczbowa stosowana przez Majów, zapis liczb od 1 do 20. Opracowanie graficzne: autor.

Znaki Majów są pochodną liczenia na palcach u rąk i nóg, stąd dwadzieścia to największy „pęczek”. Pozioma kreska to symbol pięciu palców jednej ręki, a kropka jako jeden wydaje się dość oczywista. Przy wyrażaniu zapisem większych liczebników znaczenie ma pozycja zapisanej wartości, choć z pewnymi nieregularnościami. Znaki umieszczano nie tak, jak jesteśmy przyzwyczajeni, w rzędach, lecz jeden nad drugim – piętrowo. Najniższy poziom oznaczał wielokrotność jedności, następny poziom to pozycja krotności dwudziestek. Dalej wszystko się komplikowało – trzeci poziom oznaczał wielokrotność 360! Następne poziomy były kolejnymi dwudziestokrotnościami poprzedniego piętra, a więc $20 \times 360 = 7200$, a kolejny to $20 \times 7200 = 144\ 000^{146}$ (il. 71).

Warto zwrócić uwagę na uprzywilejowanie w systemie liczb 360 i 144 000. Mają one znaczenie jako liczby szczególne w zachodnim obszarze kulturowym. Apokaliptyczna liczba zbawionych, tłumaczona jako 12×12 tysięcy, jest raczej koincydencją z pozycyjnym

146 Por. P. S. Rudman, *How Mathematics Happened...*, s. 116–118; J. D. Barrow, *Książka o niczym*, s. 51–53.

oznaczeniem wielkości w systemie Majów, gdzie wartość ta wynika z krotności $20 \times 20 \times 360 = 144\ 000$. Na przykładzie tego szczególnego systemu notacji i jego ścisłego powiązania z kalendarzem można zrozumieć, dlaczego pewne liczby stawały się uprzywilejowane w wielu kulturach zupełnie niezależnie. Natchnienie do grupowania i nadawania znaczenia określonym wielkościom czerpiemy przecież z natury. Nie tylko z np. cykli kosmicznych, faz Księżyca, obserwowanej w muszlach i roślinach złotej proporcji itp., ale przede wszystkim z naszej własnej natury, tkwiącej w ludzkich ciałach i umysłach. Z faktu posiadania pięciu palców na każdej kończynie wynika skłonność do posługiwania się piątką, dziesiątką i dwudziestką. Trójka natomiast, ze względu na reguły psychologii postaci, jest uchwytną zmysłowo całością. Z kolei rok ma około 360 dni. Wystarczyło to, aby dwa zupełnie niezależne systemy notacji, Majów i Babilończyków, miały wiele podobieństw.



71. Notacja liczbowa stosowana przez Majów, przykład zapisu liczby 532. Opracowanie graficzne: autor.

Kalendarze jako praktyczne narzędzia komplikowały się w kolejnych wersjach z powodu uzgadniania ich z obserwacjami według zasady schematu i korekty. Czyniono to w stopniu koniecznym, aby pozostały prostym, a więc skutecznym sposobem synchronizacji społecznych działań z cyklami *kosmosu*. Rytm świata wraz z gromadzonymi obserwacjami zdawał się być coraz mniej idealny. Mimo to jest do dziś źródłem ładu ludzkich działań uporządkowanych poprzez

krotności dni w tygodniach, miesiącach i latach. Współczesny kalendarz gregoriański to wynik ewolucji opartej na obserwacji nieba i coraz większej dokładności planowania. Nie można przecież dodawać *ad hoc* całych miesięcy w oparciu o pojawienie się jakiejś gwiazdy i decyzję władcy. Jednak to kalendarz babiloński, w którym tak czyniono, był pierwowzorem dzisiejszej rachuby czasu. Współcześnie miesiące liczą 31 albo 30 dni, jeden 28, choć czasem 29. Nieco komplikuje to system, co więcej – miesiące przestały mieć związek z cyklem lunarnym. Praktycznym usprawnieniem jest jednak to, że wystarczy dodawać tylko jeden dzień co cztery lata, zamiast siedmiu trzydziestodniowych miesięcy w ciągu dziewiętnastu lat, zgodnie z cyklem Metona z Aten. Znamy również fakt, że ruch Ziemi wokół własnej osi nie jest idealny, co skutkuje tym, że długość dnia słonecznego różni się w ciągu roku i średnio wydłuża się o około 16 mikrosekund rocznie. W praktyce ma to niewielkie znaczenie dla większości ludzi, dlatego posługujemy się 24-godzinnym wzorcowym dniem, co wystarcza do codziennego działania i komunikacji z innymi. Nie musimy odliczać 365,242 dnia słonecznego jako roku kalendarzowego – należy jedynie pamiętać o latach przestępnych. I choć czasem specjaliści, na podstawie precyzyjnych pomiarów astronomicznych, decydują o dodaniu ułamka sekundy do rocznego cyklu, aby zsynchronizować go z dyskretnie pojmowanym czasem, dla większości z nas jest to ciekawostka. Zwracają na nią uwagę jedynie nieliczni.

W dzisiejszych czasach rytm ludzkich zachowań w niewielkim stopniu jest regulowany w oparciu o kosmiczne cykle. Sposób odmierzenia czasu stał się rodzajem społecznej umowy. Taki czas wystandardyzowany i urzędowo ustalany jest bardziej abstrakcyjny, a zarazem pozbawiony swego boskiego, a nawet kosmicznego wymiaru. Czas jest ciągle poddawany przez filozofów różnorodnym rozważaniom, a fizycy tworzą jego matematyczne modele w powiązaniu przestrzeni. Jednak każdy z nas, niezależnie od tych naukowych konceptualizacji, ma wiele głębokich odczuć dotyczących przeżywania

przepływu i nieuchronności czasu¹⁴⁷. Doświadczamy też rodzaju zakotwiczenia w terażniejszości wobec ogromu tego, co było i co dopiero nastąpi. W takich stanach refleksji jesteśmy nieco podobni do człowieka z Ishango, którego intuicja doprowadziła do wytworzenia uporządkowanych znaków odwzorowujących kosmiczne zdarzenia. Tej czynności musiał towarzyszyć szczególny rodzaj przeżycia estetycznego. Uczucie zachwytu i zjednoczenia z kosmosem stało się, poprzez akt znakowania, możliwe do zakomunikowania innym współplemioncom. Wraz z przemianami kulturowymi sposoby opisu cykliczności zjawisk udoskonalili się i przestały być artystycznym odkryciem. Ruch ciał niebieskich jest dziś dla nas zupełnie przewidywalny i precyzyjnie opisany. To zasługa pokoleń uczonych rozwijających sposoby notacji idei matematycznych i formułujących teorie na temat zjawisk w przyrodzie. Ale subiektywny czy osobisty aspekt czasu wymyka się umiejętności jego pomiaru i zapisu. Taki czas w indywidualnym doświadczaniu zostaje zdefiniowany przez wewnętrzne doznanie, odległość między zdarzeniami, które teraz są niczym echo w pamięci, odbiciami minionych „teraźniejszości”. Co więc kryje się w ludzkiej percepcji czasu, pełnego aktualnych doznań i emocji, które w tej chwili rozkwitają, tworząc nasze własne, subiektywne uniwersum? Czy to coś, co można po prostu zmierzyć liczbą, sprowadzić do matematycznego wyznacznika? Czy terażniejszość jest jedynie punktem na linii czasu, czy może czymś znacznie głębszym – przerwą wypełnioną naszym osobistym „teraz”, które, choć ulotne, jest swego rodzaju wiecznością? Próby przybliżenia się do odpowiedzi na te pytania, związane z tajemnicą czasu, podejmują niektórzy współcześni artyści. Nie zatrzymują się oni na wewnętrznej refleksji, lecz ukazują ją w dziełach i aktach sztuki. Artyści ci są jak pierwsi ludzie, którzy dostrzegli możliwość konceptualizowania następstwa cyklicznych zdarzeń i wyrażania ich za pomocą znaków.

147 Por. M. Heller, T. Pabjan, *Elementy filozofii przyrody*, ebook, rozdział 2.

Nieliczni z nich także współcześnie tworzą dzieła, które są autorskimi modelami splatającymi czas egzystencjalny z czasem wiecznym, nieskończonym. Dwóch artystów dokonało osobliwego wyboru tworzywa dla swych dzieł. To liczby. Liczby jako arbitralny porządek, w którym odnaleźli wykładnię osobistego losu zawieszzonego w wieczności. Ci artyści to: On Kawara i Roman Opalka.

* * *

Od 4 stycznia 1966 roku konceptualny artysta On Kawara rozpoczął proces tworzenia minimalistycznych płócien, na których głównym bohaterem była data ich powstania. Jej zapis był wykreślony prostym krojem. Nazwał tę serię *Today* i wykorzystał kombinację łacińskiego alfabetu i arabskiej dziesiętnej notacji (il. 72 A). Litery oznaczają miesiące, a cyfry dni miesiąca i kolejne lata. Taka konwencja datowania, mimo że używa alfabetu w oznaczeniu miesiąca, jest rodzajem matematycznej nieregularnej notacji pozycyjnej, czytelnej dla wszystkich ludzi. W ten sposób obrazy On Kawary stały się kolejnymi liczbami przypisanymi do dni, zupełnie jak nacięcia na prehistorycznych kościach. Obrazy te są pytaniem o esencję ludzkiego istnienia: czy można nasze doświadczenie, emocje, chwile zredukować do serii liczbowo wyrażonych dat? Chociaż dni są podobne do siebie, niektóre momenty w naszym życiu mają nieporównywalnie większą wagę. Dlatego właśnie On Kawara upamiętnił historyczny moment lądowania człowieka na Księżycu w 1969 roku, tworząc obraz o imponujących rozmiarach około 150×200 cm, odchodząc od tych powszednich w formacie około 20×25 cm. Namalował na nim zgodnie z przyjętą konwencją: JULY20,1969.

Na płótnach japońskiego artysty każda data posiada znamię chwili – zostaje zapisana zgodnie z konwencją językową i gramatyczną kraju, w którym dany obraz został utrwalony. Przykładowo,

w sierpniu w Reykjavíku na Islandii wyglądało to tak: 26. ÁG. 1995. W Monte Carlo odnajdziemy formę: 13 JUIN 2006¹⁴⁸. W sytuacjach, gdy język danego kraju nie korzysta z alfabetu łacińskiego, używał esperanto jako uniwersalnego narzędzia komunikacji. On Kawara nie ograniczał się jednak tylko do malowanych płócien. Każdy obraz był umieszczany w kartonowym pudełku z wycinkiem z lokalnej gazety z danego dnia i miejsca, w którym dzieło powstało (il. 72 B). Zabieg ten nadawał głębszy, ludzki kontekst każdej namalowanej dacie, łącząc abstrakcyjną koncepcję czasu z codziennymi troskami i wydarzeniami, które kształtują życie.

Gdy On Kawara nie mógł dokończyć obrazu w przypisanym do niego dniu, niezwłocznie go unicestwiał. W każdym roku rodziło się od 63 do 241 dzieł. W sumie artysta zdołał stworzyć niemal trzy tysiące obrazów z datami, zapisując w ten sposób czas na płótnie. Każdy z tych datowanych obrazów został starannie zarejestrowany w osobistym dzienniku malarza i oznaczony w stuletnim kalendarzu, z nieustannie rosnącą liczbą dni od jego narodzin¹⁴⁹.

Podczas gdy seria *Today* On Kawary stanowiła zaledwie kronikę dni, które przemknęły, to w dziele *One Million Years* artysta zagłębia się w niezmierzonej przepaści czasu. Dzieło jest rejestrem miliona lat, które już minęły, i miliona tych, które jeszcze nadejdą (il. 73 A). Czy jesteśmy w stanie wyobrazić sobie milion jakichkolwiek rzeczy, nie mówiąc już o próbie przedstawienia miliona lat? Możemy zastosować konkretny system notacji, używając jedynek z sześcioma zerami, aby oddać tę liczbę. On Kawara posłużył się także klasycznym łacińskim zapisem lat, dzieląc je na okresy przed

148 Por. K. Rosenberg, *On Kawara's „Date Painting(s)” at David Zwirner Gallery*, <https://www.nytimes.com/2012/02/03/arts/design/on-kawaras-date-painting-s-at-david-zwirner-gallery.html> [dostęp 5.07.2024].

149 Por. M. Myers, *The Guggenheim Show „Silence” Spans Kawara's Career*, <https://www.wsj.com/articles/the-guggenheim-show-silence-spans-on-kawaras-career-1422655735> [dostęp 5.07.2024].



A



B

72 A – On Kawara, obraz z serii *Today*, Art Institute of Chicago; namalowana data; B – Wycinek prasowy z dnia powstania obrazu przechowywany razem z nim. Źródło: archiwum autora.



A



B

73. On Kawara, dzieło *One Million Years*. A – Rejestr lat. Źródło: domena publiczna; B – Ochotnicy odczytujący kolejne lata podczas prezentacji w Dia Center for the Arts w Nowym Jorku. Źródło: archiwum autora.

naszą erą (BC) i naszej ery (AD). Rozpoczął proces tworzenia rejestru lat, sięgających wstecz od roku 1969 – punktu wyjścia dla tej monumentalnej pracy. Po zapisaniu w dziesięciu tomach liczbowego odpowiednika miliona lat minionych, znalazł się w roku 1981. Wtedy to, od tego konkretnego roku, zaczął artystyczną podróż w przyszłość, zapisując kolejne lata wyrażone liczbami, aż do osiągnięcia miliona, co zaowocowało kolejnymi dziesięcioma tomami.

Czas, uporządkowany poprzez liczby, zdaje się tracić swoją tożsamość, staje się anonimowy. Pozwala nam to postrzegać przyszłe lata jako abstrakcyjne jednostki, a przeszłość przekształca się w nic więcej niż sekwencję liczb, do których tylko sporadycznie potrafimy przyporządkować konkretne wydarzenia historyczne. Nasz osobisty czas życia, pełen pamięci, uczuć i refleksji, rzadko kiedy jest ściśle związany z konkretną datą wyrażoną w cyfrach. On Kawara w swoim twórczym podejściu wykracza daleko poza historię ludzkości, stanowiącą zaledwie ułamek miliona lat, który w jego dziele się rozciąga. Istnienie naszego gatunku wydaje się niemal nieistotne wobec miliona lat, które mają jeszcze nadejść. W dziele tego artysty czas zatracił swoje znaczenie, zamieniając się w liczbę zdolną go wyrazić. W jego rejestrze nie odnotowano dwunastu lat między 1969 a 1981 rokiem. To właśnie dwanaście lat zajęło mu zarejestrowanie miliona lat, które już minęły, i to rok 1981 rozpoczynał odliczanie lat, które dopiero mają nadejść. Rok 1981 był początkiem zapisu przyszłości¹⁵⁰.

Odczucie oderwania liczb od realnego doświadczenia ludzkiego życia staje się wyjątkowo namacalne podczas prezentacji dzieła (il. 73 B). Pierwsza z nich miała miejsce w Dia Center for the Arts w Nowym Jorku, gdzie dwoje ochotników – kobieta i mężczyzna – zamkniętych w szklanym pomieszczeniu, recytowało na głos kolejne lata. Ich głosy przeplatały się. Czytali na zmianę po jednej liczbie:

150 Por. D. Bagiński, *Ego i Ezo*, „Arteria. Rocznik Wydziału Sztuki Uniwersytetu Radomskiego” 17 (2019), s. 11.

jedna osoba wypowiadała „przeszłość”, druga „przyszłość”. Ta niezwykła recytacja była kontynuowana w różnych miejscach świata, zawsze zaczynając od punktu, w którym skończyła się poprzednia prezentacja. Lektorzy, odcięci od reszty świata poprzez szklane ściany, byli jakby zamknięci w teraźniejszości. Liczby, które odczytywali, zdawały się być odległe i pozbawione znaczenia wobec tego, co jest wieczne, a jednocześnie teraźniejsze. Nie doświadczamy naszego czasu jako sekwencji liczb nadanych latom. Mimo to, łudzimy się, że ta matematyczna abstrakcja, wyrażona liczbami, pozwala nam myślowo wykraczać poza nasze istnienie, kiedy wypowiadamy jakąś daleką datę¹⁵¹. W inny nieco sposób zgłębiał tajemnicę czasu polski artysta Roman Opalka. Począwszy od roku 1965 poświęcił resztę swego życia malowaniu na płótnach kolejnych liczb naturalnych od 1 do ∞ . Opisując podjęte zadanie wyznał:

Moja idea jest prosta jak życie, rozwija się od narodzin do śmierci. To zadanie na całe życie, bo ostatnia liczba, którą kiedyś namaluję, będzie oznaczać kres mego istnienia. Próbuję namalować coś, co nie było jeszcze namalowane. Namalować czas trwania jednej egzystencji¹⁵².

W tym odniesieniu liczby do ludzkiego istnienia i przemijania obserwujemy powrót do jej pierwotnej roli, jaką pełniła w prehistorycznych oznaczeniach wpływającego czasu. Zyskuje ona również wymiar kontemplacji nad wiecznością i przekraczaniem zmysłowego doświadczenia, podobny do tego, którym zajmowali się starożytni filozofowie. Znajduje to wyraz w nagranej recytacji. Artysta

151 Por. J. Janowski, *Existence and Transience...*, s. 400.

152 Roman Opalka malował czas swojego życia, tvp.info, 6.08.2011, <https://www.tvp.info/5031838/kultura/roman-opalka-malowal-czas-swojego-zycia/> [dostęp 5.07.2024].

jak mantrę wypowiadał i nagrywał każdą kolejną malowaną liczbę. W działaniach Romana Opałki obecna jest nieskończoność potencjalna, bo zawsze można zapisać kolejną liczbę. Ale czy zawsze? Ten proces przerwie śmierć. Nieskończoność staje się paradoksem w obliczu ograniczonego czasu życia. Miarą życia Opałki, w jego linearnym przebiegu, nie są już kosmiczne cykle, lecz kolejne liczby, które sam wypowiada i maluje. Odrywa się tym samym od platońskiego kolicście pojmowanego czasu oraz od przyjętej kulturowej konwencji odliczania jednostek czasu, którą to przyjął On Kawara. Sztuka Opałki nie jest niekończącym się zamiarem, lecz kończącym się ludzkim dziełem. Poszczególne obrazy o formacie 195×135 cm nazwał *Detalami*. Tytuł podjętego działania brzmiał: OPALKA 1965 /1 – ∞. Wyjaśniając znaczenie znaku nieskończoności w tytule, odwołuje się do antycznych idei:

Jesteśmy skazani na wieczność, bo jedność w sensie Parmenidesa jest nieskończona. Znak nieskończoności w moim programie to właśnie logiczność jednego istnienia, które maluję już od 38 lat. [...] Siła logiki greckiej jest niebywała, dlatego ja się odwołuję do Parmenidesa, wtedy jesteśmy w nieskończoności istnienia¹⁵³.

Opałka ukazuje tym paradoksalność nieskończoności, która dla niego staje się wyrazem jednego, indywidualnego bytu. Maluje bowiem czas trwania konkretnej egzystencji.

153 *Rozmowa z Romanem Opałką. Rozmawiał Krzysztof Cichoń*, Wyborcza.pl Łódź, 9.10.2003, <http://lodz.wyborcza.pl/lodz/1,35135,1714724.html> [dostęp 5.07.2024].



74. Roman Opałka podczas tworzenia cyklu
OPALKA 1965/1 – ∞. Źródło: domena publiczna.

Artystę zaczęło nurtować pytanie, gdzie znajduje się granica jego zadania. Wydaje się, że uległ fascynacji magią liczb, ustalając, że granicą dla średnio długiego życia człowieka jest siedem siódemek, czyli 7 777 777¹⁵⁴. Liczba ta opiera się na odniesieniu spokojnego tempa codziennej pracy malowania kolejnych liczb do długości średniego ludzkiego życia. Można tutaj dostrzec wpływ pitagorejskiej sekwencji opartej na piramidzie liczb, czyli: 1, 22, 333 itd. Rozważania nad liczbami, ich układami i zbieżnościami często prowadzą ludzi do refleksji na temat symboliki i ukrytych znaczeń. Jest to związane, jak wiemy, z funkcjonowaniem ludzkich mechanizmów kojarzeniowych. Opałka namalował pięć piątek w swoim drugim *Detalu*. Zastanawiał się, jaką wartość może osiągnąć średnie ludzkie życie, mierzone malowanymi cyframi. Według jego obliczeń siedem siódemek zajęłoby około 35 lat. Liczba 8 888 8888 była nieosiągalna dla jednego życia człowieka, ponieważ to wyzwanie zajęłoby aż około 200 lat.

154 Por. D. Bagiński, *Ego i Ezo*, s. 8–9.

Jego – jak sam to określił – *Program* przerwała śmierć, kiedy dotarł do liczby 5 590 000.

W przyjętej przez niego technice malarskiej pierwszy *Detal* charakteryzował się absolutnie czarnym tłem. W kolejnych płótnach artysta stopniowo je rozjaśniał, przechodząc przez różne odcienie szarości (il. 74). Ostatnie z *Detali* są prawie białe. Cyfry, które zanikają, łączą się z tłem, stając się z nim jednością. Malowane znaki liczbowe wydają się wracać do swojego początku, ponieważ odliczanie rozpoczęło się od jedynki. Jak wyraził to sam artysta: „Zaczęliśmy od jedności i skończymy w niej”¹⁵⁵. Ta myśl wyraża połączenie egzystencji i przemijania jako dwóch nierozzerwalnie związanych elementów naszej doczesności.

Czy w sztuce zaprezentowanych tu dwóch artystów jest coś istotnie matematycznego? Matematyka udowadnia twierdzenia na temat liczb na podstawie aksjomatów wewnątrz zamkniętego systemu. Sztuka także postępuje według swoich reguł, lecz nie formułuje twierdzeń. Sol LeWitt tak to ujął: „Jeśli używane są słowa wywiedzione z idei sztuki, to są one sztuką, a nie literaturą; liczby też nie są matematyką”¹⁵⁶. LeWitt był znany ze swojego skupienia na strukturze i wzorach. Dlatego jego dzieła mają matematyczny charakter. W ten sposób jego sztuka odślania ludzką zdolność do wychwytywania wzorów i poszukiwania reguł, które nimi rządzą, co może stanowić ewentualny punkt wyjścia do rozwoju umiejętności matematycznych.

Zarówno On Kawara, jak i Opałka używają liczb na poziomie pierwotnego pojęcia. Stosują oczywiście współczesną notację, będącą osiągnięciem poprzednich generacji matematyków, ale i artystów, skrybów, kupców, astrologów. U On Kawary w dziele *Today* liczby

155 *Rozmowa z Romanem Opałką. Rozmawiał Krzysztof Cichoń*, Wyborcza.pl Łódź, 9.10.2003, <http://lodz.wyborcza.pl/lodz/1,35135,1714724.html> [dostęp 5.07.2024].

156 Sol LeWitt, *Paragraphs on conceptual art.*, s. 84.

w postaci zanotowanych dat stanowią analogie do przedziałów czasu – konkretnych dni. Są to elementarne jednostki wpisane w ludzką biologię. Podobnie funkcjonują w jego drugim opisanym dziele kolejne lata – jako odczuwalne okresy wobec bezmiaru i absurdu miliona wyrażonego dziesiętnym zapisem. Opalka nie etykietuje liczbami przedziałów czasu. Liczby są u niego codziennym urobkiem człowieka-malarza. Same w sobie nie liczą niczego, co materialne. Liczą same siebie w tempie ludzkiej pracy, tak jakbyśmy co dzień liczyli ziarnka piachu na pustyni. Liczby są dla tej pracy tworzywem.

Obaj artyści wracają do pierwotnych odczuć związanych ze zliczaniem jako załączkową postacią wizualnego porządku; ładu dającego podstawę zmysłowym modelom, czyli dziełom sztuki abstrakcyjnej. Jedyne bowiem abstrakcja zdolna jest ująć to, co pewne i niezmienne w naszej egzystencji. Abstrakcja kreuje widzialną postać aksjomatów. Jest tym, czym jest równanie dla matematyki. Zapisem niesprzecznym, mogącym znaczyć wszystko lub nic, lecz zawsze sama pozostanie czymś pewnym i wyraźnym. Jednak każde przyłożenie modelu do rzeczywistości jest wolną decyzją każdego z nas. Czy w matematyce, czy w sztuce, model przykładamy wedle własnej wiary, i to rodzi osobistą odpowiedzialność. Bo aksjomatu nie da się obronić przed żadnym sądem.

Zakończenie

Sztukę można rozumieć różnie. Najczęściej kojarzona jest z pięknem, które także można różnie rozumieć. Jednak polskie słowo „ładny” jest przymiotnikiem od słowa „ład”, czyli porządek, wszystko na swoim miejscu itd. I to właśnie słowo „ład” jest bliżej sensu greckiego piękna, które odnosi się do formy czegoś, a dopiero potem do ludzkiego wrażenia. Ład jest zatem ideą, która żąda zorganizowanej struktury, aby mogło być ładnie.

Sztuka i matematyka to dwie dziedziny szukające ładu (a może lepiej byłoby powiedzieć „ładów”, czyli różnych porządków), sztuka – w doświadczanym świecie, matematyka – w umyśle.

Obydwie dziedziny rozszerzają władze poznawcze człowieka w tym sensie, że tworzą nowe koncepty ujmowania świata, takie, których inni jeszcze nie znają. A te koncepty to wielki zasób, określany jednym słowem – kultura. Nieustannie stwarzany, przeobrażany i sprawdzany przez człowieka, stał się drugim środowiskiem jego bytowania. Dzięki kulturze więcej wiemy, więcej rozumiemy niż pierwsi przedstawiciele naszego gatunku. Jesteśmy skuteczniejsi w zmaganiach z rzeczywistością dzięki kolektywnej pamięci – umiejętności utrwalania i transmisji informacji. To kultura daje nam narzędzia do komunikowania własnych myśli poprzez symbole. Są one zapisem czegoś głębszego – ludzkich procedur umysłowych: wyobrażania, uogólniania, wnioskowania, abstrahowania. Nasze umysły są matematyczne i artystyczne zarazem. Są takie dlatego, że wyewoluowały

ze świata liczbowych wielości i aktów ich symbolizacji. Czy świat jest w swej istocie matematyczny, czy tylko ludzki umysł tak go ujmuje? Nie wiemy. Ale czy jest taki czy nie, cudem jest to, że jeden człowiek potrafi drugiemu wytłumaczyć, czym jest liczba, a ten drugi może sobie policzyć swoje kozy i przekazać tę wiedzę kolejnej osobie. Czy nie tak zaczynał używać wiedzy ludzki umysł, biologicznie wyposażony do wychwytywania porządków, przyczyn i skutków w otaczającym człowieka świecie?

Sztuka, intensyfikując postrzeganie konkretnych zjawisk, w jakimś sensie stwarza nowy świat. Jedną z cech świata ujmowaną przez ludzkie, ale i zwierzęce zmysły, jest krotność niemal identycznych obiektów: stadnych zwierząt, lasów, a w nich licznych gatunków roślin itd. Na zdolności widzenia ich jako zgrupowań wyrosła idea kategoryzacji (symbolizacji) oraz idea mnogości (policzalności); dwie składowe podstawy abstrakcyjnego myślenia. Gdy człowiek zdołał odnieść je do cykliczności zdarzeń w czasie i przestrzeni, wyzwolił swój umysł z niewoli czasu teraźniejszego. W przeszłości dostrzegł przyczynę tego co teraz, w przyszłości odnalazł cel swego działania.

Dwie moce ludzkiego umysłu – sztuka i matematyka – tak daleko, a tak blisko.

Łączy je abstrakcyjne myślenie. Czym ono jest? Słowo „abstrakcja” wywodzi się od łacińskiego *traho*, co oznacza „wyciągać”, ale może znaczyć „rachować” albo „wnioskować”¹. Abstrahowanie jest wyjęciem czy wyciągnięciem esencji, istoty rzeczy. Jest to wyodrębnianie ważnych czy konstytutywnych cech jakiegoś obiektu, a ignorowanie innych. Jednakże, co – mam nadzieję – udało mi się ukazać w tej książce, myślenie, także to abstrakcyjne, opiera się zawsze na obrazach rzeczywistości. W ten sposób myślenie obecne jest w percepcji, a percepcja w myśleniu. Nasze zmysły, już dostarczając materiał

1 J. Korpanty, *traho, ere, xi, ctum*, w: *Słownik łacińsko-polski*, t. 2: I–Z, red. J. Korpanty, Warszawa 2003, s. 867.

spostreżeniowy, myślą. Abstrahują, chwytając to, co istotne, możliwe i ważne do zapamiętania, upraszczają. Umysł ludzki na poziomie organizacji spostrzeżeń dokonuje selekcji i domniemywa porządek w otaczającym świecie. Był tego świadomy Spinoza, a jego przekonania potwierdziła psychologia postaci. Na zmysłowej podstawie opiera się zarówno sztuka, jak i matematyka. Jak pisał Kartezjusz, wszelkie wyobrażenia i przedstawienia budujemy z rzeczy „prostszych i ogólniejszych”, takich jak kształt, rozciągłość, wielkość i liczba. Są to obiekty, o których matematyka formułuje twierdzenia, a zarazem składniki otaczającego świata, w tym wszelkich obiektów sztuki. Jak z tymi „ogólniejszymi” rzeczami postępują artyści? Sol LeWitt stwierdził, że sztuka nie ma niczego wspólnego z filozofią ani matematyką. Nie jest intelektualna, lecz intuicyjna. Dlatego matematyka obecna w sztuce to jedynie proste systemy liczbowe.

Każda forma sztuki jest zarówno przedstawiająca, jak i abstrakcyjna. Przedstawiająca, ponieważ jest ukazywana naszym zmysłem. Jednak wewnętrzna struktura jest w swej istocie abstrakcyjna. To ludzki umysł nadaje formę sztuce, ale i wszelkim swoim wytworom, jak: narzędziom, maszynom, nauce, symbolom. Widzenie krotkości, wyodrębnianie kształtów, porównywanie wielkości, wychwytywanie cykli jest wpisane w system poznawczy człowieka. Można to nazwać, chyba nieco na wyrost, „matematycznością” ludzkiego umysłu. Jest to jeden z aspektów naszego człowieczeństwa, obok emocjonalności, zdolności do komunikowania własnych stanów mentalnych, kumulowania informacji w procesach kulturowych, altruizmu itd. Człowiek w sztuce ukazuje i rozpoznaje siebie, także w wymiarze tego, co można nazwać „zmysłem liczby i porządku”, czyli skłonności do widzenia ładu w świecie i nadawania go swoim wytworom. Stąd wynika „matematyczność” albo „liczbowość” ulokowana w wielu artystycznych wytworach.

W tej książce przedstawiłem właśnie ów aspekt porządku sztuki, wynikający z ludzkiej percepcji. To nie matematycy czy filozofowie

dostarczają sztuce tworzywa w postaci idei dotyczących przestrzeni, czasu, krotności, porównywania wielości itp. To raczej artyści umożliwiają nam podglądanie przejawu ludzkiej zmysłowości pozwalającego na myślenie abstrakcyjne, a więc i matematyczne.

Bibliografia

Źródła

- Alberti L. B., *O malarstwie*, oprac. M. Rzepińska, przeł. L. Winniczuk, Warszawa 1963.
- Apokalipsa z Bambergu*, manuskrypt w zbiorach Staatsbibliothek Bamberg, nr inw. MS A. II. 42, f. 55r.
- Artyści o sztuce. Od van Gogha do Picassa*, wybrały i opracowały E. Grabska, H. Morawska, Warszawa 1969.
- Arystoteles, *Analityki pierwsze i wtóre*, przełożył, wstępem i komentarzem opatrzył K. Leśniak, Warszawa 1973.
- Arystoteles, *Fizyka*, przeł. K. Leśniak, w: Arystoteles, *Dzieła wszystkie*, t. 2: *Fizyka. O niebie. O powstaniu i niszczeniu. Meteorologika. O świecie. Metafizyka*, przekłady, wstępy i komentarze K. Leśniak, A. Paciorek, L. Regner, P. Siwek, Warszawa 1990, s. 23–204.
- Arystoteles, *Metafizyka*, przeł. K. Leśniak, w: Arystoteles, *Dzieła wszystkie*, t. 2: *Fizyka. O niebie. O powstaniu i niszczeniu. Meteorologika. O świecie. Metafizyka*, przekłady, wstępy i komentarze K. Leśniak, A. Paciorek, L. Regner, P. Siwek, Warszawa 1990, s. 615–857.
- Arystoteles, *O duszy*, w: Arystoteles, *Dzieła wszystkie*, t. 3: *O duszy. Krótkie rozprawy psychologiczno-biologiczne. Zoologia. O częściach zwierząt*, przeł. P. Siwek, Warszawa 1992.
- Arystoteles, *O niebie*, przeł. P. Siwek, w: Arystoteles, *Dzieła wszystkie*, t. 2: *Fizyka. O niebie. O powstawaniu i niszczeniu. Meteorologika. O świecie. Metafizyka*, przekłady, wstępy i komentarze K. Leśniak, A. Paciorek, L. Regner, P. Siwek, Warszawa 1990, s. 232–338.
- Arystoteles, *Retoryka*, w: *Retoryka. Retoryka dla Aleksandra. Poetyka*, Warszawa 2004.

- Augustyn św., *O porządku*, przeł. J. Modrzejewski, w: św. Augustyn, *Dialogi filozoficzne*, oprac. W. Seńko, Kraków 1999, s. 155–233.
- Augustyn św., *O wolnej woli*, przeł. A. Trombala, w: św. Augustyn, *Dialogi filozoficzne*, oprac. W. Seńko, Kraków 1999, s. 493–649.
- Augustyn św., *Soliloquia*, przeł. A. Świderkówna, w: św. Augustyn, *Dialogi filozoficzne*, oprac. W. Seńko, Kraków 1999, s. 239–305.
- Augustyn, *Wyznania*, przeł. Z. Kubiak, Warszawa 1987.
- Boethius, *De institutione arithmetica*, 3 ćw. XII w., manuskrypt w zbiorach British Library, Harley MS 549, f. 14r, <https://www.bl.uk/catalogues/illuminatedmanuscripts/ILLUMIN.ASP?Size=mid&IIIID=24482> [dostęp 24.09.2022].
- Computus*, 1102–1113 r., manuskrypt w zbiorach St John's College Oxford, https://digital.library.mcgill.ca/ms-17/folio.php?p=7v&showitem=7r_2ComputusRelated_20ByrhtferthsDiagram#seco2
- Decretum Gratiani*, Neapol, ok. 1270–1300, manuskrypt w zbiorach Cleveland Museum of Art, nr 1929.451, <https://www.clevelandart.org/art/1929.435> [dostęp 8.02.2023].
- Descartes R., *Medytacje o pierwszej filozofii. Zarzuty uczonych mężów i odpowiedź autora, Rozmowa z Burmanem*, przeł. M. i K. Ajdukiewiczowie, S. Swieżawski, I. Dąbska, Kęty 2001.
- Euclides, *Opera omnia*, ed. I. L. Heiberg, H. Menge, Lipsiae 1883–1888.
- Euklides, *Elementy. Księgi V–VI: teoria proporcji i podobieństwa*, tłum. i komentarz P. Błaszczuk, K. Mrówka, Kraków 2013.
- Izydor z Sewilli, *O naturze rzeczy (De natura rerum)*, przeł. P. Skowroński, „Vox Patrum” 65 (2016), s. 835–857.
- Kandyński W., *Punkt i linia a płaszczyzna. Przyczynek do analizy elementów malarskich*, przeł. S. Fijałkowski, Warszawa 1986.
- Kant I., *O formie i zasadach świata dostępnego zmysłom oraz świata iteligibilnego. O pierwszej podstawie różnicy kierunków w przestrzeni*, przeł. i oprac. A. Banaszekiewicz, Kraków 2004.
- Kant I., *Prolegomena do wszelkiej przyszłej metafizyki, która będzie mogła wystąpić jako nauka*, tłum. B. Borenstein, Warszawa 1960.
- Kopernik M., *O obrotach ciał niebieskich*, przeł. J. Baranowski, Warszawa 2009.
- Leonarda da Vinci „Traktat o malarstwie”, przeł. i oprac. M. Rzepińska, Wrocław–Warszawa–Kraków–Gdańsk–Łódź 1984.

- Leonardo da Vinci, *Pisma wybrane*, przeł. L. Staff, Warszawa 1958.
- Letter LVIII (LIV): Spinoza to Hugo Boxel, w: *Improvement of the Understanding, Ethics and Correspondence of Benedict de Spinoza*, transl. by R. H. M. Elwes, Washington–New York 1901.
- Libellus capitulorum*, XII w., manuskrypt w zbiorach Württembergische Landesbibliothek, nr inw. Cod. brev.128, f. 10r, [https://dfg-viewer.de/show/?set\[mets\]=https://digital.wlb-stuttgart.de/mets/urn:nbn:de:bsz:24-digibib-bsz33972076X7.xml](https://dfg-viewer.de/show/?set[mets]=https://digital.wlb-stuttgart.de/mets/urn:nbn:de:bsz:24-digibib-bsz33972076X7.xml) [dostęp 5.07.2024].
- Paolo Veneto, *Loyca parva...* Perugia 1475, manuskrypt w zbiorach University of Pennsylvania Libraries, nr inw. LJS 457, f. 7v, <https://openn.library.upenn.edu/Data/0001/html/ljs457.html#a7v> [dostęp 5.07.2024].
- Petri de Hispania, *Summulae logicales*, 1201–1272, manuskrypt w zbiorach Bibliothèque nationale de France, nr inw. Ms lat. 16611, f. 11v, <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b90768515/f10.item> [dostęp 5.07.2024].
- Piero della Francesca, *De prospectiva pingendi*, edizione critica a cura di G. Nicco-Fasola, con due note di E. Battisti e F. Ghione ed una bibliografia a cura di E. Battisti e R. Pacciani, Firenze 1942.
- Platon, *Państwo*, przeł. W. Witwicki, Kęty 2003.
- Platon, *Timaios*, w: Platon, *Timaios. Kritias*, przeł. W. Witwicki, Kęty 2002.
- Plotyn, *Enneady*, t. 2, przeł. A. Krokiewicz, Warszawa 1959.
- Porphyrii, *Porphyrii Isag. et Arist. quaedam, Boethii Lib. Division*, XIII w., manuskrypt w zbiorach Biblioteca Medicea Laurenziana, sygn. Plut. II sin. 5 f. 2r, <http://mss.bmlonline.it/s.aspx?Id=AWOMTc7hI1A4r7GxMWgu&c=Porphyrii%20Isag.%20et%20Arist.%20quaedam,%20Boethii%20Lib.%20division#/book> [dostęp 5.07.2024].
- Pseudo-Dionizy Areopagita, *Hierarchia niebiańska*, w: Pseudo-Dionizy Areopagita, *Pisma teologiczne*, przeł. M. Dzielska, przedm. T. Stępień, Kraków 2005.
- Pseudo-Dionizy Areopagita, *Imiona Boskie*, w: Pseudo-Dionizy Areopagita, *Pisma teologiczne*, przeł. M. Dzielska, przedm. T. Stępień, Kraków 2005.
- Spinoza, *Ethica ordine geometrico demonstrata et in quinque partes distincta*, pars prima: *De Deo* <https://spinozareadinggroup.files.wordpress.com/2014/07/spinoza-1925-ethica.pdf> [dostęp 5.07.2024].

- Strzemiński W., *Teoria widzenia*, wprowadzenie I. Luba, przedm. J. Przyboś, Łódź 2016.
- Święty Augustyn, *De doctrina christiana. O nauce chrześcijańskiej*, przełożył, wstępem i komentarzem opatrzył J. Sulowski, Warszawa 1989.
- Vasari G., *Żywoty najslawniejszych malarzy rzeźbiarzy i architektów*, przeł. i oprac. K. Estreicher, Warszawa 1980.
- Wittgenstein L., *Tractatus logico-philosophicus*, przeł. B. Wolniewicz, Warszawa 2004.

Opracowania

- Alquié F., *Kartezjusz*, przeł. z fr. oraz wyboru pism Kartezjusza dokonał S. Cichowicz, teksty Kartezjusza przeł. M. i K. Ajdukiewiczowie, Warszawa 1989.
- Arnheim R., *Myslenie wzrokowe*, przeł. M. Chojnacki, Gdańsk 2011.
- Arnheim R., *Sztuka i percepcja wzrokowa. Psychologia twórczego oka*, przeł. J. Mach, Gdańsk 2004.
- Bagiński D., Francuz P., *W poszukiwaniu kodów wizualnych*, w: *Obrazy w umyśle. Studia nad percepcją i wyobraźnią*, red. P. Francuz, Warszawa 2007.
- Bagiński D., *Obraz – zagadka wzrokowa. Gramatyka języka wizualnego*, Lublin 2021.
- Barnhart R. K., *The Barnhart Concise Dictionary of Etymology*, New York 1995.
- Barrow J. D., *Książka o niczym*, przeł. Ł. Lamża, Kraków 2015.
- Bartel K., *Perspektywa malarska*, t. 1, Warszawa 1960.
- Bell J., *Lustro świata. Nowa historia sztuki*, Warszawa 2009.
- Boryś W., *Słownik etymologiczny języka polskiego*, Kraków 2005.
- Boyer P., *I człowiek stworzył bogów... Jak powstała religia?*, przeł. K. Szezyńska-Maćkowiak, Warszawa 2006.
- Brożek B., Hohol M., *Umysł matematyczny. Dlaczego matematykę potrafi uprawiać tylko jeden gatunek – Homo sapiens?*, Kraków 2017.
- Brayne E. de, *L' esthétique du moyen âge*, Louvain 1947.
- Castineiras M., Camps J., *Romanesque Art in the MNAC Collections*, Barcelona 2008.

- Chartrand G., Lesniak L., Zhang P., *Graphs & Digraphs*, Boca Raton–London–New York 2016.
- Chomsky N., *Jakimi istotami jesteśmy?*, przeł. J. Rybski, Kraków 2017.
- Cipora K., Szczygieł M., Hohol M., *Palce, które liczą – znaczenie liczenia na palcach dla poznania matematycznego u człowieka dorosłego*, „Psychologia – Etologia – Genetyka” 30 (2014), s. 59–73.
- Courant R., Robbins H., *Co to jest matematyka?*, przeł. E. Vielrose, Warszawa 1967.
- Crombie A. C., *Nauka średniowieczna i początki nauki nowożytnej*, t. 2: *Nauka w późnym średniowieczu i na początku czasów nowożytnych w okresie XIII–XVII w.*, przeł. S. Łypacewicz, Warszawa 1960.
- Crump T., *The Anthropology of Numbers*, Cambridge 1994.
- Dębiec J., *Mózg i matematyka*, Kraków–Tarnów 2002.
- Dehaene S., *The Number Sense. How the Mind Creates Mathematics*, New York–Oxford 1997.
- Dennett D. C., *Odczarowanie. Religia jako zjawisko naturalne*, przeł. B. Stanosz, Warszawa 2008.
- Deregowski J. B., *Oko i obraz. Studium psychologiczne*, przeł. K. Dudziak, Warszawa 1990.
- Dutton D., *The Art Instinct: Beauty, Pleasure, and Human Evolution*, New York–London–New Delhi–Sydney 2010.
- Eames D., *An Eames Primer*, New York 2013.
- Eco U., *Piękno jako proporcja i harmonia*, w: *Historia piękna*, red. U. Eco, przeł. A. Kuciak, Poznań 2005.
- Eco U., *Sztuka i piękno w Średniowieczu*, przeł. M. Kimula, M. Olszewski, Kraków 2006.
- Fiell Ch. i P., *Design. Historia projektowania*, przeł. A. Cichowicz, Warszawa 2015.
- Francuz P., Bagiński D., *Własności kształtów jako podstawa kodów wizualnych*, w: *Obrazy w umyśle. Studia nad percepcją i wyobraźnią*, red. P. Francuz, Warszawa 2007.
- Frazer J. G., *Złota gałąź*, przeł. H. Krzeczkowski, przedm. J. Lutyński, Warszawa 1969.
- Gazzaniga M. S., *Instynkt świadomości. Jak z mózgu wytłania się umysł?*, przeł. A. Nowak-Młynikowska, Sopot 2020.

- Ghyka M. C., *Złota liczba. Rytuaty i rytmy pitagorejskie w rozwoju cywilizacji zachodniej*, przeł. I. Kania, Kraków 2014.
- Gieysztor A., *Mitologia Słowian*, wstęp K. Modzelewski, posłowie L. P. Słupecki, opracowanie na podstawie rękopisu A. Pieniądz, Warszawa 2006.
- Gombrich E. H., *Sztuka i złudzenie. O psychologii przedstawienia obrazowego*, przeł. J. Zarański, Warszawa 1981.
- Gombrich E. H., *Zmysł porządku. O psychologii sztuki dekoracyjnej*, przeł. D. Folga-Januszewska, Kraków 2009.
- Heller M., *Bóg i geometria. Gdy przestrzeń była Bogiem*, Kraków 2015.
- Heller M., *Filozofia przyrody. Zarys historyczny*, Kraków 2005.
- Hohol M. L., *Matematyczność ucieleśniona*, w: *Oblicza racjonalności: wokół myśli Michała Hellera*, Kraków 2011, s. 143–166.
<https://openn.library.upenn.edu/Data/0001/html/ljs457.html#a7v> [dostęp 5.07.2024].
- Ifrah G., *Dzieje liczby, czyli historia wielkiego wynalazku*, przeł. S. Hartman, Wrocław–Warszawa–Kraków–Gdańsk–Łódź 1990.
- Indo-European Dictionary-Translator: <https://indo-european.info/dictionary-translator/word.inc.php/ine/mēnsis>
- Jager W., *Paideia. Formowanie człowieka greckiego*, przeł. M. Plezia, H. Bednarek, Warszawa 2001.
- Janowski J., *Existence and Transience. The Ancient Idea of Number in Conceptual Art*, „IKON” 13 (2020), s. 393–401.
- Janowski J., *Prostota*, w: *Strategie komunikacyjne i procesy twórcze*, red. M. Bartosiak, Łódź 2022.
- Janowski J., *Przedstawienia wyobrażonej przestrzeni na obrazach*, w: *Obrazy w umyśle. Studia nad percepcją i wyobraźnią*, red. P. Francuz, Warszawa 2007.
- Juszcak W., *Postimpresjoniści*, Warszawa 1985.
- Carothers J. C., *Culture, Psychiatry and the Written World*, „Psychiatry” 22 (Nov 1959) No. 4, s. 307–320.
- Kobieliński S., *Niebiańska Jeruzolima. Od sacrum miejsca do sacrum modelu*, Ząbki 2004.
- Kolesár Z., Mrowczyk J., *Historia projektowania graficznego*, przeł. J. Goszczyńska, Kraków 2018.

- Kordos M., *Wykłady z historii matematyki*, Warszawa 2005.
- Kosuth J., *Sztuka po filozofii*, przeł. U. Niklas, w: *Zmierzch estetyki – rze-komy czy autentyczny?*, t. 2, wybrał i wstępem opatrzył S. Morawski, Warszawa 1987, s. 239–258.
- Kuhn T. S., *Przezwrot kopernikański. Astronomia planetarna w dziejach myśli*, przeł. S. Amsterdamski, Warszawa 1966.
- Lakoff G., Johnson M., *Metafory w naszym życiu*, przeł. T. P. Krzeszowski, Warszawa 2010.
- Lakoff G., Johnson M., *Philosophy in the Flesh: the Embodied Mind and its Challenge to Western Thought*, New York 1999.
- Lakoff G., Núñez R., *Where Mathematics Comes From. How the Embodied Mind Brings Mathematics Into Being*, New York 2000.
- Lorenz K., *Odwrótne strona zwierciadła*, przeł. K. Wolicki, przedm. H. Buczyńska-Garewicz, Warszawa 1977.
- Marshack A., *The Roots of Civilization. The Cognitive Beginnings of Man's First Art, Symbol and Notation*, Mount Kisco–New York 1991.
- McLuhan M., *Galaktyka Gutenberga*, w: M. McLuhan, *Wybór tekstów*, red. E. McLuhan, F. Zingrone, tłum. E. Różalska, J. M. Stokłosa, Poznań 2001, s. 136–208.
- Merleau-Ponty M., *Fenomenologia percepcji*, przeł. M. Kowalska, J. Migasiński, Warszawa 2001.
- Merleau-Ponty M., *Le doute de Cézanne et autres textes*, Paris 2023.
- Młodkowski J., *Aktywność wizualna człowieka*, Warszawa 1998.
- Neurath O., *International Picture Language. The First Rules of Isotype*, London 1936. <https://ia902902.us.archive.org/33/items/internationalpicooneur/internationalpicooneur.pdf> [dostęp 5.07.2024].
- Nowicki A., *Filozofia włoskiego odrodzenia*, Warszawa 1966.
- Ong W. J., *Oralność i piśmienność. Słowo poddane technologii*, przeł. J. Japola, Lublin 1992.
- Penrose R., *Makroświat, mikroświat i ludzki umysł*, przeł. P. Amsterdamski, Warszawa 1997.
- Penrose R., *Nowy umysł cesarza. O komputerach, umyśle i prawach fizyki*, Warszawa 2000.
- Pinker S., *Tabula rasa. Spory o naturę ludzką*, przeł. A. Nowak, Gdańsk 2005.
- Popper K. R., *Logika odkrycia naukowego*, przeł. U. Niklas, Warszawa 2002.

- Popper K. R., *Wiedza obiektywna. Ewolucyjna teoria epistemologiczna*, przeł. A. Chmielewski, Warszawa 2002.
- Potęga mitu. Rozmowy Billa Moyersa z Josephem Campbellem*, oprac. B. S. Flowers, przeł. I. Kania, Kraków 2022.
- Rudman P. S., *How Mathematics Happened: The First 50.000 Years*, Amherst–New York 2007.
- Rudofsky B., *Architecture Without Architects: A Short Introduction to Non-Pedigreed Architecture*, New York 1964.
- Russell B., *Dzieje filozofii Zachodu i jej związki z rzeczywistością polityczno-społeczną od czasów najdawniejszych do dnia dzisiejszego*, przeł. T. Baszniań, A. Lipszyc, M. Szubiałka, Warszawa 2000.
- Russo L., *Zapomniana rewolucja. Grecka myśl naukowa a nauka nowoczesna*, przeł. I. Kania, Kraków 2005.
- Sady W., *Dzieje religii, filozofii i nauki. Od Talesa z Miletu do Mahometa*, Kęty 2010.
- Schimmel A., *The Mystery of Numbers*, New York–Oxford 1993.
- Sprigge T. L. S., *Spinoza Baruch (Benedictus)*, w: *Encyklopedia filozofii*, t. 2, red. T. Honderich, przeł. J. Łoziński, Poznań 1999, s. 865–869.
- Świderek J., *Rozważania matematyczne w pismach Platona*, Lublin 2002.
- Szlendak T., Kozłowski T., *Naga małpa przed telewizorem. Popkultura w świetle psychologii ewolucyjnej*, Warszawa 2008.
- Szurek M., *Matematyka dla humanistów*, Warszawa 2000.
- Tatarkiewicz W., *Dzieje sześciu pojęć*, Warszawa 2006.
- Tatarkiewicz W., *Historia estetyki*, t. 1: *Estetyka starożytna*, Warszawa 1985.
- Tatarkiewicz W., *Historia estetyki*, t. 2: *Estetyka średniowieczna*, Warszawa 1989.
- Tatarkiewicz W., *O doskonałości*, Warszawa 1976.
- Tomasello M., *Dlaczego współpracujemy. Na podstawie serii wykładów Tan-nera o wartościach ludzkich, wygłoszonych przez autora w Stanfordzie w 2008 r.*, przeł. Ł. Kwiatek, Kraków 2016.
- Tomasello M., *Kulturowe źródła ludzkiego poznania*, przeł. J. Rączaszek, Warszawa 2002.
- Tomasz z Akwinu, *Summa teologiczna*.
- Trojan M., *Na tropie zwierzęcego umysłu*, Warszawa 2013.
- Tuan Yi-Fu, *Przestrzeń i miejsce*, przeł. A. Morawińska, wstęp K. Wojciechowski, Warszawa 1987.

- Urbaniec J., *Trzeci świat Karla Poppera*, „Zagadnienia Filozoficzne w Nauce” 8 (1986), s. 77–84.
- Verboon A., *The Medieval Tree of Porphyry: An Organic Structure of Logic*, w: *The Tree. Symbol, Allegory, and Mnemonic Device in Medieval Art and Thought*, eds. P. Salonijs, A. Worm, Turnhour 2014.
- Wallis F., *Visualizing Knowledge in Medieval Calendar Science: A Twelfth-Century Family of “Graphic Glosses” on Bede’s „De temporum ratione”*, w: *The Visualization of Knowledge in Medieval and Early Modern Europe*, eds. M. Kupfer, A. S. Cohen, J. H. Chajes, Turnhout 2020.
- Weyl H., *Symetria*, przeł. S. Kulczycki, Warszawa 1960.
- LeWitt Sol, *Paragraphs on conceptual art.*, „Artforum” 5 (Summer 1967) No. 10, s. 79–84.
- Witwicki W., *O widzeniu przedmiotów. Zasady perspektywy*, Warszawa 1954.
- Wróblewski A. K., *Historia fizyki*, Warszawa 2015.
- Żarowski M., *Tożsamość. Problem skażenia natury ludzkiej w filozofii Kartezjusza*, Wrocław 1994.
- Záruba A., *Isotype. Demokracja dla wszystkich*, „2+3D” (2006) nr 18.
- Żórawski J., *O budowie formy architektonicznej*, Warszawa 1962.
- Życiński J., *Świat matematyki i jej materialnych cieni*, Kraków 2013.

Kartografia i infografika

- Cat J., *Otto Neurath*, The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Fall 2022 Edition), eds. E. N. Zalta & Uri Nodelman, <https://plato.stanford.edu/archives/fall2022/entries/neurath/> [dostęp 5.07.2024].
- [Neurath O.], *Gesellschaft und wirtschaft. Bildstatistisches Elementarwerk. Das Gesellschafts- und Wirtschaftsmuseum in Wien zeigt in 100 farbigen Bildtafeln. Produktionsformen Gesellschaftsordnungen Kulturstufen Lebenshaltungen*, Leipzig 1930. Statystyczny atlas świata stworzony przez zespół Otto Neuratha Bibliographisches Institut AG. w Lipsku, <https://www.digital.wienbibliothek.at/urn/urn:nbn:at:AT-WBR-125389> [dostęp 5.07.2024].
- Mitchell S. A., Young J. H., *Map of United States*, Philadelphia 1831. Mapa w zbiorach David Rumsey Map Collection, <https://www.davidrumsey.com>.

com/luna/servlet/detail/RUMSEY~8~1~2381~220053?qvq=q%3AMit
chell%3Bsort%3APub_List_No_InitialSort%2CPub_Date%2CPub_
List_No%2CSeries_No%3Blc%3ARUMSEY~8~1&mi=49&ctrs=2773
[dostęp 5.07.2024].

Filmy

Eames Charles and Ray, *Alpha*, film 1972, <https://www.youtube.com/watch?v=vPMen79GE8U> [dostęp 5.07.2024].

Eames Charles and Ray, *Erostranes*, film 1961, <https://www.youtube.com/watch?v=wPR3XhIDP9w&list=PLNEqylJnMBqTJ7wiKwsQfTfPXOloHRb4o> [dostęp 5.07.2024].

Eames Charles and Ray, *Power of Ten*, film 1977, <https://www.youtube.com/watch?v=ofKBhvDjuyo> [dostęp 5.07.2024].

Eames Charles and Ray, *Something About Functions*, film 1961 <https://www.youtube.com/watch?v=aGxkXjsBwlE&list=PLNEqylJnMBqTJ7wiKwsQfTfPXOloHRb4o&index=4> [dostęp 5.07.2024].

Eames Charles and Ray, *Symetry*, film 1961, <https://www.youtube.com/watch?v=OHA6Hcj7P8o&list=PLNEqylJnMBqTJ7wiKwsQfTfPXOloHRb4o&index=3> [dostęp 5.07.2024].

Eames Charles and Ray, *Topology*, film 1961, https://www.youtube.com/watch?v=vTJ_tjVJBf4&list=PLNEqylJnMBqTJ7wiKwsQfTfPXOloHRb4o&index=2 [dostęp 5.07.2024].

Eames Charles and Ray, *2n*, film 1961, <https://www.youtube.com/watch?v=2OujhaqeUbo&list=PLNEqylJnMBqTJ7wiKwsQfTfPXOloHRb4o&index=5> [dostęp 5.07.2024].

Abstrakt

Jarosław Janowski

📧 <https://orcid.org/0000-0001-5719-1168> @ jaroslaw.janowski@upjp2.edu.pl

Uniwersytet Papieski Jana Pawła II w Krakowie  <https://ror.org/0583g9182>

Zmysł liczby i porządek sztuki

📄 <https://doi.org/10.15633/9788383700625>


Monografia „Zmysł liczby i porządek sztuki” autorstwa Jarosława Janowskiego jest interdyscyplinarną refleksją nad związkiem matematyki i sztuki jako dwóch kluczowych obszarów ludzkiego poznania. Autor wprowadza czytelnika w świat liczby i sztuki jako dwóch abstrakcji, które porządkują i kształtują ludzką kulturę. Książka analizuje ewolucję matematycznego i artystycznego myślenia, od intuicyjnego postrzegania liczby i porządku, przez platonizm matematyczny, aż po współczesne koncepcje percepcji wizualnej i metaforyczności. Autor zestawia wpływy kulturowe, biologiczne i historyczne, ukazując, w jaki sposób te dwie dziedziny wzajemnie na siebie oddziaływały i współtworzyły ludzką cywilizację. Kolejne rozdziały zgłębiają m.in. rolę sztuki w kształtowaniu zdolności poznawczych, historyczne źródła platonizmu matematycznego, nowożytny przełomy w filozofii, a także relacje między sztuką, liczbą i porządkiem w różnych epokach kulturowych. Monografia ta jest nie tylko próbą odpowiedzi na pytanie o wspólne źródła matematyki i sztuki, lecz także zaproszeniem do refleksji nad uniwersalnymi mechanizmami ludzkiego poznania.

Słowa kluczowe: matematyka, sztuka, platonizm matematyczny, percepcja wizualna, kultura

Abstract

Jarosław Janowski

✉ <https://orcid.org/0000-0001-5719-1168> @ jaroslaw.janowski@upjp2.edu.pl

The Pontifical University of John Paul II in Kraków  <https://ror.org/0583g9182>

The sense of number and the order of art

✉ <https://doi.org/10.15633/9788383700625>

The monograph „The sense of number and the order of art” by Jarosław Janowski offers an interdisciplinary reflection on the relationship between mathematics and art as two essential domains of human cognition. The author introduces the reader to the world of number and art as two abstractions that shape and structure human culture. The book examines the evolution of mathematical and artistic thought, from the intuitive perception of number and order, through mathematical Platonism, to contemporary concepts of visual perception and metaphorical thinking. The author explores cultural, biological, and historical influences, demonstrating how these two fields have mutually influenced each other and contributed to the development of human civilization. Subsequent chapters delve into topics such as the role of art in shaping cognitive abilities, the historical roots of mathematical Platonism, modern breakthroughs in philosophy, and the relationship between art, number, and order across various cultural epochs. This monograph is not only an attempt to answer questions about the shared origins of mathematics and art but also an invitation to reflect on the universal mechanisms of human cognition.

Keywords: mathematics, art, mathematical Platonism, visual perception, culture

Spis treści

Wstęp.	5
1 Wiara w liczby. Matematyka objawiona.	13
A. Religia naturalna i teoretyczna	15
B. Rola alfabetu w przejściu od plemienności do cywilizacji Zachodu	22
C. Od teoretycznej matematyki do teoretycznej religii. . .	49
D. Platonizmy matematyczne od Pitagorasa do Penrose'a .	54
2 Matematyka ucieleśniona	71
A. Początek kognitywizmu i ład subiektywny	72
B. Modelowanie funkcji poznawczych	75
C. Matematyka w drugiej generacji nauk kognitywnych. .	79
D. Ciało zanurzone w kulturze.	89
E. Wieczność ucieleśnionej matematyki	97
F. Konstrukcja wyobrażeń	110
G. Ucieleśniony platonizm matematyczny	127
H. Wzory liczbowe i wierzenia.	132
3 Zmysł liczby i porządku.	137
A. Język a liczby	139
B. Percepcja liczebności – subitancja	144
C. Dostrzeganie wielości – estymacja	155
D. Liczba porządkowa a zmysł rytmu	158
E. Liczby w myśleniu zmysłowym	162

4	Sztuka i liczba.	171
	A. Sztuka: dzieła Boże czy ludzkie.	172
	B. Natura sztuki	177
	C. Gusty: sztuka i ewolucja	188
	D. Prehistoryczne utrwalacze myśli	199
	E. Stworzyć wieczne. Kanon jako ideał rzeczywistości	218
	F. Ukazać wieczne. Symbole matematyczne jako ślady niewidzialnego.	232
	G. Matematyczna przestrzeń perspektywistów	249
5	Matematyka zobrazowana	267
	A. Matematyka w strukturach wizualnych	269
	B. Multiplikacje	293
	C. Wizualizacja liczb.	298
	D. Grafy	312
	E. Obraz jako zapis myśli.	325
	F. Absolut i relacja	336
	G. Przestrzeń obrazu – idealna, uproszczona, percepcyjna.	355
	H. Idea, schemat, korekta	371
	I. Czas – odmierzany, doznawany, ukazany	386
	Zakończenie	403
	Bibliografia	407
	Abstrakt	417
	Abstract	418

O czym jest ta książka?

To książka o abstrakcji, o tym, jak nasz ludzki gatunek zaczął wznosić się po kolejnych szczeblach drabiny poznania ponad animalne otoczenie. Wiedza, którą wytwarzamy w społecznych aktach komunikacji symbolicznej, dopełnia ciągle tę ogromną rzekę znaczeń, którą określamy słowem „kultura”. Brzegami tej rzeki są dwie abstrakcje, dwie granice opisu wszystkiego, a ich imiona to – liczba i sztuka.

Intuicyjnie liczby wiążemy z porządkiem, zaś sztukę ze zmysłami, bo taki jest wewnętrzny nurt tej wielkiej rzeki kultury. W nim liczby i znaki łączą się z jakąś realnością, znaczą ją i porządkują. Pewne zjawiska i procesy płyną bliżej jednej, inne bliżej drugiej strony. Lecz przy samych brzegach zmysły wypatrują nowych liczb, a znaki sztuki szukają nowych porządków widzenia świata. Liczba i sztuka potrzebują coraz to nowych abstrakcji, zaś te stają się kluczami dla nowych percepcji świata.



Uniwersytet Papieski
Jana Pawła II
w Krakowie

ISBN 978-83-8370-034-2



9 788383 700342 >